

文章编号: 0253-2239(2007)11-1980-7

数字图像相关中基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变测量*

潘 兵 谢惠民

(清华大学工程力学系, 北京 100084)

摘要: 为了从含噪声的位移场中计算得到可靠的应变场, 提出一种基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变求解方法。介绍了数字图像相关方法的原理, 阐述了基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变求解方法, 并讨论了计算区域边界、孔洞及裂纹附近区域等情况下的应变计算。对均匀变形和中心带圆孔的薄铝板拉伸实验的计算结果表明, 该方法能有效地从原始位移场数据中提取全场应变信息。在均匀变形情况下应选择大的应变计算窗口, 计算结果更逼近真值; 在非均匀变形情况下, 如果位移场中包含较强的噪声, 则应选择较大的应变计算窗口, 而位移场精度很高时可选择更小的应变计算窗口。

关键词: 光学测量; 数字图像相关; 最小二乘拟合; 应变

中图分类号: TN911.74 文献标识码: A

Full-Field Strain Measurement Based on Least-Square Fitting of Local Displacement for Digital Image Correlation Method

Pan Bing Xie Huimin

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract: In order to obtain reliable strain field, full-field strain measurement based on least-square fitting of local displacement for digital image correlation method is proposed. The principle of digital image correlation (DIC) method is introduced, and full-field strain measurement based on local least-square fitting is expatiated, strain calculation near the border, hole and crack are also discussed. The results from homogeneous deformation test and the tensile test of the aluminum specimen with a hole in the center obviously demonstrated the validity of this technique. Large strain calculating window is recommended to use in case of homogeneous deformation, so calculation results approach true value; For inhomogeneous deformation, large calculating window should be selected to according to the noise level of the local displacement field, but when displacement field has high accuracy, smaller calculating window is selected.

Key words: optical measurement; digital image correlation; least-square fitting; strain

1 引 言

材料或结构在各种载荷作用下表面全场变形的测量是实验固体力学的重要任务之一。由于具有非接触、全场、高空间分辨力和高精度测量的优点, 包括干涉方法和非干涉方法在内的各种光学测量方法在实验固体力学中扮演着不可替代的重要角色。I. Yamaguchi^[1]、W. H. Peters 等^[2]提出数字图像相关(Digital image correlation, DIC)方法已经成为实

验固体力学中一种有众多应用的非接触全场光学测量方法。在过去的 20 多年中对该方法的研究多集中在如何提高其位移测量的精确度上, 并提出多种行之有效的亚像素位移测量算法^[3~8]。如同其他任何一种实验测量方法一样, 数字图像相关方法在实际应用中由于各种因素(如照明光强的波动, 图像采集过程中的各种噪声及程序计算中的舍入误差等)的影响不可能完全精确地恢复真实的位移场。各种

* 国家 973 计划(2004CB619304)和国家自然科学基金(10625209, 10472050, 10121202)资助课题。

作者简介: 潘 兵(1978-)男, 安徽人, 博士研究生, 主要从事光测力学方面的研究。E-mail: panb04@mails.thu.edu.cn

导师简介: 谢惠民(1965-)男, 北京人, 教授, 博士生导师, 主要从事光测力学方面的研究。

E-mail: xiehm@tsinghua.edu.cn

收稿日期: 2006-11-27; 收到修改稿日期: 2007-05-21

自编或商业软件报道可达到的位移测量精度在 $\pm 0.02 \sim \pm 0.1$ pixel 之间。如果直接对位移场进行差分来计算应变,则位移场中包含的噪声将会被恶性放大,从而得到不可信的应变计算结果。因此如何从含噪声的离散位移数据中准确地提取人们更关注的应变信息成为该方法的一个关键问题。需要说明的是,在数字图像相关方法中利用经典的牛顿-拉夫森(Newton-Raphson, N-R)算法^[8,9]可直接给出各计算点的位移梯度(应变)信息,但该应变计算结果的误差较大,文献^[8]表明,仅当被测物体的应变大于 1% 时该方法的应变计算结果才可靠。因此通过对原始的位移场信息平滑去噪后再通过数值差分计算会获得比牛顿-拉夫森算法直接给出应变信息更可靠的应变计算结果^[10~12]。但利用有限元平滑^[10,11,13]或薄板样条^[12]对含噪声离散位移数据平滑的方法,其数学形式和编程执行都显得异常复杂和繁琐,不适合于一般应用和推广。

因此本文提出对数字图像相关方法直接计算得到的含噪声的离散位移场进行逐点局部最小二乘拟合来计算应变场。首先介绍了数字图像相关方法的原理,阐述了基于局部最小二乘拟合的全场应变求解方法,并讨论了计算区域边界、孔及裂纹附近区域等情况下的应变计算方法。最后对模拟均匀应变和中心带圆孔的铝板单向拉伸实验图片进行了计算。

2 数字图像相关方法

2.1 基本原理

数字图像相关方法通过处理变形前后被测对象表面的数字图像直接获得位移和应变信息。通常将变形前的数字图像称为“参考图像”(Reference image),变形后的数字图像称为“变形后图像”(Deformed image)。在参考图像中取以某待求点 (x, y) 为中心的 $(2M+1)$ pixel \times $(2M+1)$ pixel (M 为局部位移场中各数据点的局部坐标)大小的矩形参考图像子区,在变形后图像中通过一定的搜索方法按预先定义的互相关函数进行相关计算,寻找与参考图像子区的相关系数为最大值或最小值(取决于所选择的相关函数)的以 (x', y') 为中心的目标图像子区,以确定参考图像子区的位移 u, v 。在利用数字图像相关方法进行实际计算时通常将参考图像中间的待计算区域划分成虚拟网格形式,通过计算每个网格节点的位移得到全场位移信息。为提高位移测量的空间分辨率,网格节点间距离(计算步长)通常取在 $2 \sim 10$ pixel 之间。

2.2 图像子区位移模式

如图 1 所示,假设参考图像子区中的内各点 (x, y) 与变形后的目标图像子区中各点 (x', y') 按 (1) 式的函数关系一一对应:

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + \Delta x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y, \\ y' &= y_0 + \Delta y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y, \end{aligned} \quad (1)$$

式中 u, v 分别为参考图像子区中心在 x, y 方向的位移值, $(\Delta x, \Delta y)$ 为点 (x, y) 到计算窗口中心 (x_0, y_0) 的距离, u_x, u_y, v_x, v_y 为图像子区的位移梯度。

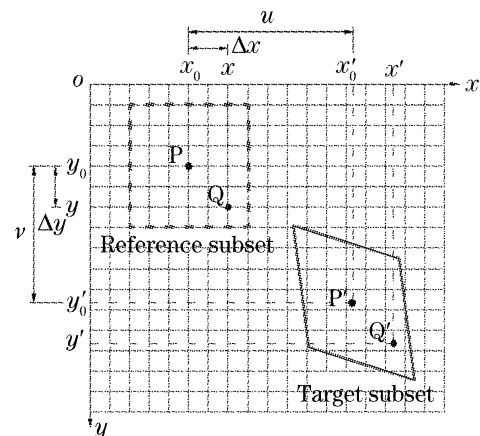


图 1 变形前后图像子区示意图

Fig. 1 Schematic diagram of reference and target (or deformed) subsets

2.3 相关函数

相关函数是评价参考图像子区 $f(x, y)$ 和目标图像子区 $g(x', y')$ 相似程度的函数,有近十种相关函数可供选择。本文使用归一化最小平方距离相关函数^[14]:

$$C_{f,g}(p) = \frac{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[\frac{f(x, y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - f_m]^2}} - \frac{g(x', y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \right]^2}{2}, \quad (2)$$

式中 p 为迭代后的近似值,

$$\begin{aligned} f_m &= \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y)]^2, \\ g_m &= \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y')]^2, \end{aligned}$$

分别为参考图像子区和目标图像子区的灰度平均值。该相关函数实际上可从最常用的标准协方差互相关函数推导得到。与其他互相关函数相比,该互相关函数的相关峰是全场唯一且尖锐,因而能更准确地寻找到整个搜索区域的相关系数极值。并且该相关函数

的抗干扰性强于其他相关函数,它对目标图像子区灰度的线性变换不敏感,如对目标子区的灰度做线性变换 $g'(x', y') = a \times g(x', y') + b$, a, b 均为常量系数,则按(2)式计算的相关系数值维持不变。

2.4 相关函数优化方法

从(2)式可知,相关函数 $C_{f,g}(p)$ 是关于 $p =$

$(u, u_x, u_y, v, v_x, v_y)^T$ 6 个参量的函数,其取值范围是 $[0, 4]$ 。当变形前后的图像子区最为相似时,相关系数 $C_{f,g}(p)$ 应取最小值,亦即相关系数 $C_{f,g}(p)$ 的梯度趋近于 0,因此有

$$\nabla C_{f,g}(p) = \left(\frac{\partial C}{\partial p_i} \right)_{i=1,2,\dots,6} = -2 \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left\{ \left[\frac{f(x,y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x,y) - f_m]^2}} - \frac{g(x',y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x',y') - g_m]^2}} \right] \times \frac{1}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x',y') - g_m]^2}} \cdot \frac{\partial g(x',y')}{\partial p_i} \right\}_{i=1,2,\dots,6} = 0. \tag{3}$$

(3)式可用牛顿-拉夫森迭代法或其他优化方法求解,并以整像素位移搜索结果为迭代的初始值。经整理可得

$$\nabla C(p) = \nabla C(p_0) + \nabla \nabla C(p_0)(p - p_0) = 0, \tag{4}$$

因此

$$p = p_0 - \frac{\nabla C(p_0)}{\nabla \nabla C(p_0)}. \tag{5}$$

式中 p_0 为初值估计, $\nabla C(p_0)$ 为相关函数的梯度, $\nabla \nabla C(p_0)$ 为相关函数的二次偏导,通常被称为赫斯(Hessian)矩阵。根据 G. Vendroux 等^[9]的研究,可以对赫斯矩阵做近似处理,在不影响精度的情况下简化计算,简化后的赫斯矩阵为

$$\nabla \nabla C_{f,g}(p) = \left(\frac{\partial^2 C}{\partial p_i \partial p_j} \right)_{\substack{i=1,2,\dots,6 \\ j=1,2,\dots,6}} \approx \frac{2}{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x',y') - g_m]^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[\frac{\partial^2 g(x',y')}{\partial p_i \partial p_j} \right]_{j=1,2,\dots,6} \tag{6}$$

2.5 双三次样条插值

牛顿-拉夫森方法在实现过程中需要亚像素位置的灰度和灰度梯度值,所以插值方法的选择是该方法的关键,因其直接影响计算的精度和收敛特性。本文采用在自然边界条件下双三次样条插值^[8]来计算亚像素位置的灰度和灰度偏导,具体是通过两个方向的一维样条插值得到。程序运行表明,该插值算法具有很高的精度和很好的收敛性,与文献[15]中的结论相符合。

2.6 收敛条件

牛顿-拉夫森方法的收敛条件为相邻两次迭代结果的位移波动小于 10^{-4} pixel,应变波动小于 5×10^{-6} 。

3 基于位移场局部最小二乘拟合的应变估计

在数学理论中应变和位移的关系通常被描述为一种数值差分操作过程,因此为得到应变信息,首先对离散位移数据进行数值差分。但数值差分是一个

不稳定和危险的操作,在应用时需要特别小心,因为它对信号的噪声(或误差)具有明显的放大作用(特别是高频噪声)。如果直接对含噪声的位移场进行差分计算,那么微小的位移测量误差将会被恶性放大,从而导致更大的应变计算误差,得到的应变信息变得极不可信。例如,假设位移的测量误差为 ± 0.02 pixel,相邻两个计算节点的间距为 5 pixel,由直接差分计算的应变误差最大为

$$\Delta \epsilon = \frac{1}{5} (|\pm 0.02| |\pm 0.02|) = 8000 \times 10^{-6},$$

而由中间差分计算的应变误差最大为

$$\Delta \epsilon = \frac{1}{10} (|\pm 0.02| |\pm 0.02|) = 4000 \times 10^{-6},$$

如此之大的计算误差将完全掩盖真实的应变信息,在大多数情况下难以接受。当然,可以通过增加标距(差分节点间的距离)来减小应变的计算误差,但是用直接差分的方法仍然无法计算区域边界、孔洞及裂纹附近区域的应变信息。

考虑到离散位移数据中的噪声影响,本文对原始的离散位移数据用逐点最小二乘拟合的方法来求

解位移的导数(应变)。由于拟合的过程既包含了噪声的去除,因此所得到的应变精度较直接差分会有显著提高。该方法的基本思想就是用完全二维多项式对离散位移数据的一个局部子域[称之为应变计算窗口,假设其中包含 $(2M+1) \times (2M+1)$ 个均匀分布的数据点,如图 2 所示]进行分片逐点拟合,利用最小二乘法得到拟合多项式的系数,就很容易得到拟合区域中间点的对应值和各阶导数,作为该点的平滑和差分结果。接着,将局部子域移动到下一个数据点,计算新的数据子集的中心点平滑和差分结果。

	$x=-M$...	$x=0$...	$x=M$
$y=-M$	$u(-M, -M)$...	$u(0, -M)$...	$u(M, -M)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y=0$	$u(-M, 0)$...	$u(0, 0)$...	$u(M, 0)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$y=M$	$u(-M, M)$...	$u(0, M)$...	$u(M, M)$

图 2 包含 $(2M+1) \times (2M+1)$ 个数据点的局部位移场示意图

Fig. 2 Schematic diagram of local displacement region containing $(2M+1) \times (2M+1)$ data points

为了更好地滤除离散位移数据中的噪声和得到较好的平滑效果,本文仅考虑拟合函数为二维一次多项式。具体的做法是,对位移场局部子域中的离散数据用二维一次多项式拟合 u, v 场位移,则有

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_0 + a_1 x + a_2 y, \\ v(x, y) &= b_0 + b_1 x + b_2 y, \end{aligned} \tag{7}$$

式中 $x, y = -M, \dots, 0, \dots, M, a_0, a_1, a_2, b_0, b_1, b_2$ 为待求的拟合多项式系数, $u(x, y), v(x, y)$ 为离散位移数据点。假设局部数据子集 $u(x, y)$ 为由 $(2M+1) \times (2M+1)$ 数据点组成,因此可将 $(2M+1) \times (2M+1)$ 数据点组成的二维离散位移数据矩阵 $u(x, y)$ (图 2) 排列成一维列向量 $\tilde{u} = [\tilde{u}(0), \tilde{u}(1), \dots, \tilde{u}(n)], n = (2M+1) \times (2M+1) - 1$ 。因此, (7) 式的 $u(x, y)$ 可以重新写成矩阵形式:

$$u = \mathbf{X}a \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -m & -m \\ 1 & -m+1 & -m \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 1 & m-1 & m \\ 1 & m & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}(-m, m) \\ \tilde{u}(-m+1, m) \\ \dots \\ \tilde{u}(0, 0) \\ \dots \\ \tilde{u}(m-1, m) \\ \tilde{u}(m, m) \end{bmatrix}, \tag{8}$$

于是可利用最小二乘法来求解待定系数向量

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T u, \tag{9}$$

式中 $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T$ 为 \mathbf{X} 的伪逆矩阵,对位移场 $v(x, y)$

可按同样方式得到 $\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T v$ 。得到拟合多项式的系数后,小变形情况下柯西(Cauchy)应变分量^[16]

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \partial u / \partial x = a_1, \\ \epsilon_y &= \partial v / \partial y = b_2, \\ \gamma_{xy} &= \partial u / \partial y + \partial v / \partial x = a_2 + b_1, \end{aligned} \tag{10}$$

有限变形情况下的格林(Green)应变分量^[16]为

$$\begin{aligned} E_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] = \\ & a_1 + \frac{1}{2} (a_1^2 + b_1^2), \\ E_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] = \\ & b_2 + \frac{1}{2} (a_2^2 + b_2^2), \\ E_{xy} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \\ & \frac{1}{2} (a_2 + b_1) + \frac{1}{2} (a_1 a_2 + b_1 b_2). \end{aligned} \tag{11}$$

对于边界点、孔洞及裂纹附近区域,由于局部位移数据所包含的有效数据点要小于 $(2M+1) \times (2M+1)$ 个,在计算系数矩阵 \mathbf{X} 和位移向量 $u(x, y)$ 时可以避免(忽略)这些无效的数据点。实际上由于待求系数向量只有三个未知数,因此只要应变计算窗口中的有效数据点大于 3 个即可。由于通常的应变计算窗口都取在 $11 \times 11 \sim 21 \times 21$ 点之间,因此以上处理方式合理可靠,完全能够保证(9)式有解。

4 实 验

用具有均匀变形和非均匀变形的两个典型实验验证本文方法的有效性,首先用数字图像相关方法计算得到的离散位移数据,随后用局部最小二乘拟合计算全场应变分布。所用的计算参量为:图像子区大小为 $41 \text{ pixel} \times 41 \text{ pixel}$, 网格节点步长为 5 pixel 。

4.1 均匀应变

首先用 Peng Zhou 等^[17]提出的散斑模拟方法

生成具有均匀应变的两幅模拟散斑图用以检验本文提出的应变计算方法。模拟散斑图如图 3 所示,具体参量为:图像大小为 576 pixel×576 pixel,散斑颗粒大小为 4 pixel,散斑颗粒数目为 4000,信噪比为 20。其中变形后图像相对参考图像在 x 方向有 2000×10^{-6} 的均匀应变。

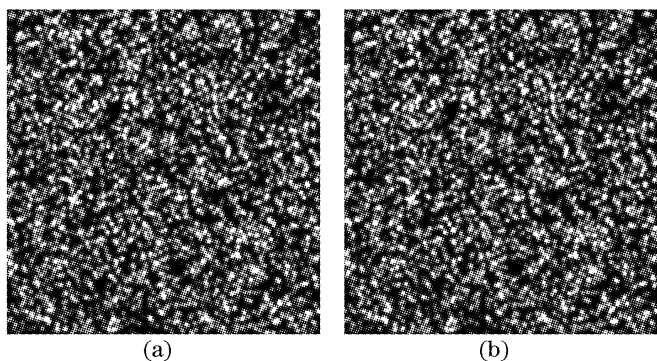


图 3 模拟散斑图。(a)参考图像,(b)变形后图像
Fig. 3 Simulated speckle images. (a) Reference image, (b) deformed image

图 4 为由牛顿-拉夫森方法计算得到 x 方向的位移场 $u(x)$,该图显示了数字图像相关方法的计算结果与预先施加的随 x 坐标线性变化的位移场分布十分吻合。对图 4 所示的位移场用局部最小二乘拟合(应变计算窗口为 21×21 点)可得到 x 方向的应变场,如图 5 所示。由于在均匀应变的情况下,应变分布在整个计算区域范围内应该为一常量(2000×10^{-6}),从图 5 可以看出本文方法的计算结果是可靠和精确的。

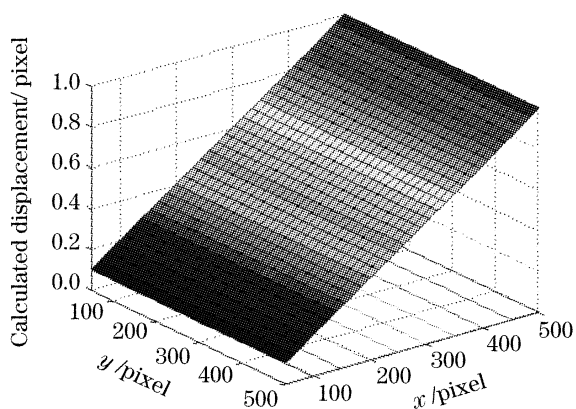


图 4 由牛顿-拉夫森方法计算得到 x 方向的位移场 $u(x)$
Fig. 4 Displacement field in x direction obtained by Newton-Raphson method

图 6 为对图 5 的离散位移场利用不同大小的应变计算窗口(从 3×3 点到 21×21 点)所计算得到的全场应变值的统计结果。从图 6 可以看出对于均匀应变,尽管不同大小应变计算窗口计算结果的均值都接近预先给定的真实应变值,但是较大应变计算

窗口所计算得到的应变的标准差明显减小,意味着在均匀变形情况下应该选择大的应变计算窗口,其计算结果将更逼近真值。

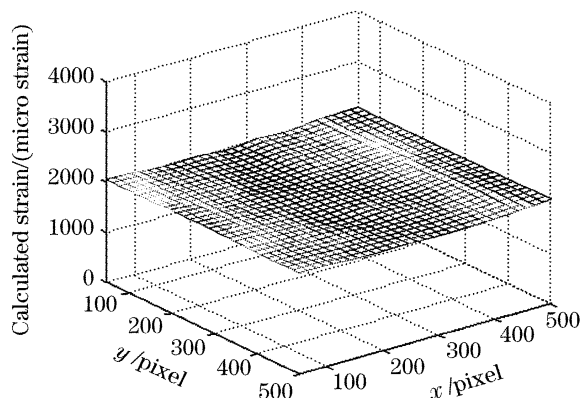


图 5 对 u 场进行局部最小二乘拟合计算得到 x 方向的应变场(应变计算窗口为 21×21 点)

Fig. 5 The displacement field in x direction obtained by local least squares fitting method strain calculation window of using 21×21 points

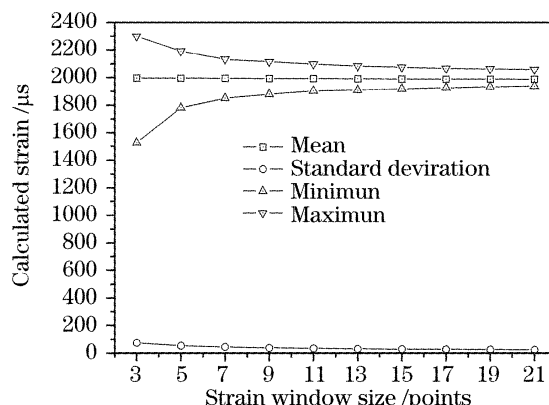


图 6 均匀应变情况下用不同大小的应变计算窗口计算得到的应变

Fig. 6 The calculated strain of homogeneous deformation by various strain calculation window

4.2 带孔铝板拉伸实验

对中心带孔的薄铝板(材料为 LY10)在单向拉伸情况下的全场变形情况进行了计算,试件形状及几何尺寸如图 7 所示,其中试样中心有一直径为 1.5 mm 的通孔。试样表面的人工散斑和计算区域如图 8(a)所示,浅色方框内为要计算的区域,而浅色方框内的椭圆形深色区域为要避免计算的无效区

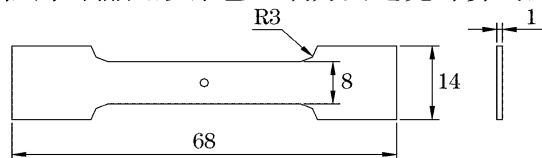


图 7 带孔薄铝板试件尺寸

Fig. 7 The geometry of thin aluminum sample with a center hole

域(圆孔)。试样加载前后表面的参考图像和变形后图像由 CCD 摄像机采集 (Panasonic Wv-Bp330 图像分辨率为 $768 \text{ pixel} \times 576 \text{ pixel}$, 8 bit 灰度)。由数字图像相关方法直接计算得到的位移场 (u 场、 v 场) 如图 9 所示。按应变计算方法得到的应变场

ϵ_x 、 ϵ_y 、 γ_{xy} 分别如图 10 所示, 应变计算窗口大小为 21×21 点, 对于计算区域边缘和中心孔附近区域按最小二乘拟合的方法处理, 图 9 的计算结果与有限元分析结果十分吻合。

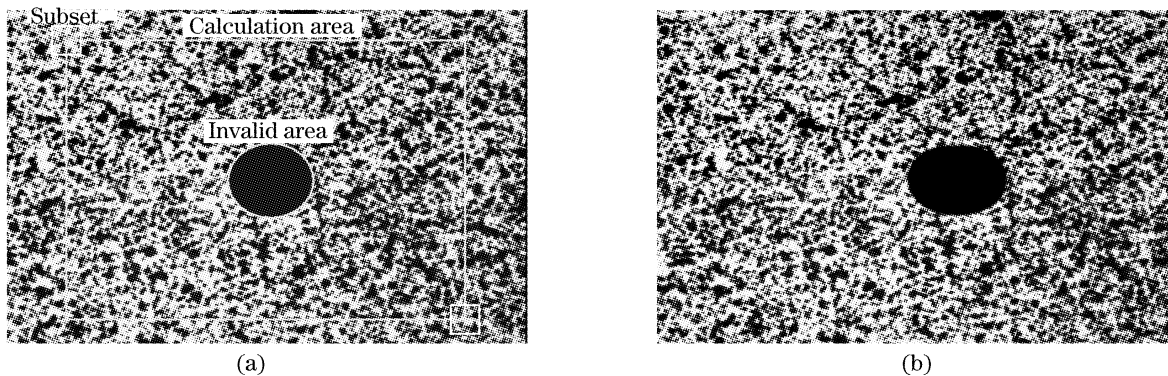


图 8 CCD 摄像机采集的图。(a)参考图像,(b)变形后图像

Fig. 8 Image collected by CCD camera. (a) Reference image, (b) deformed image

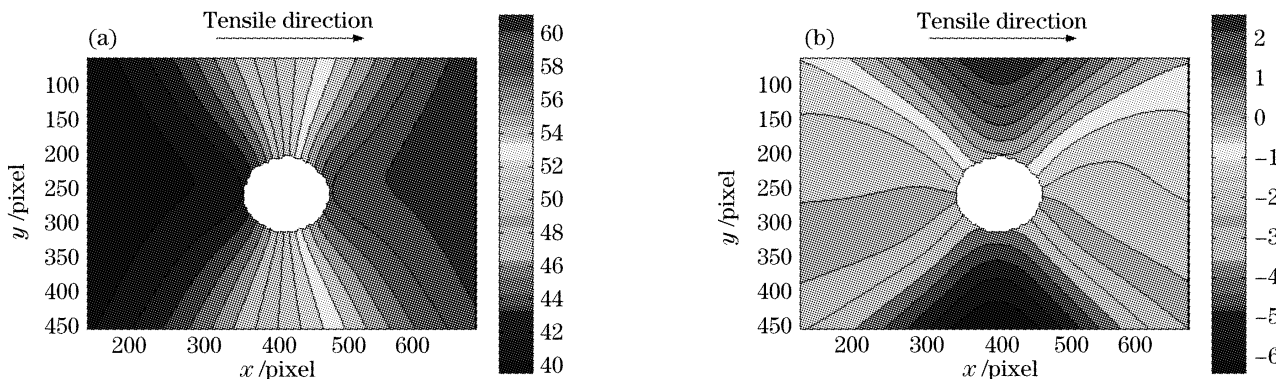


图 9 由数字图像相关方法计算得到的(a) u 和(b) v 位移场

Fig. 9 The (a) u and (b) v displacement fields obtained by digital image correlation method

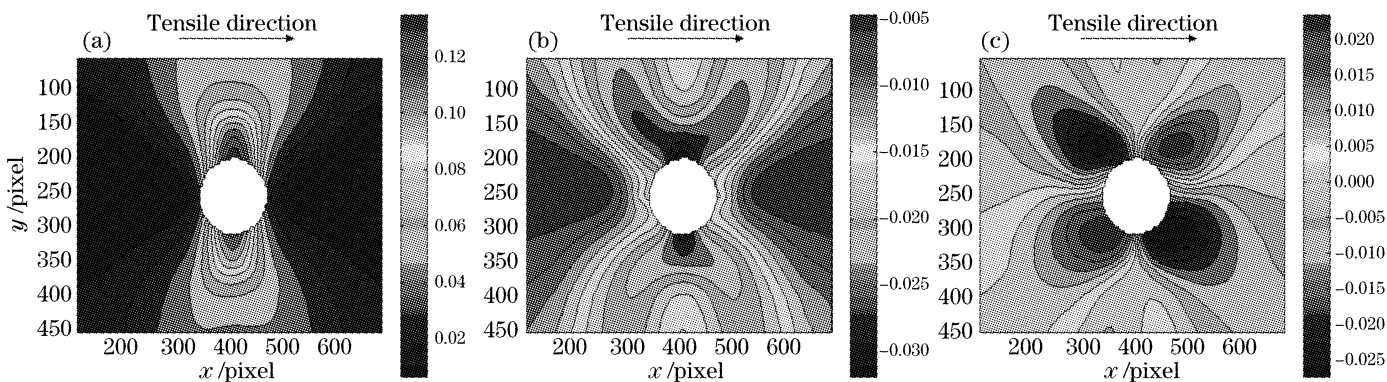


图 10 对位移场进行局部最小二乘拟合计算得到的应变场。(a) ϵ_x , (b) ϵ_y , (c) γ_{xy}

Fig. 10 The (a) ϵ_x , (b) ϵ_y and (c) γ_{xy} strain fields obtained by local least square fitting technique for displacement field

图 11 为用不同大小的应变计算窗口 ($11 \times 11 \sim 21 \times 21$ 点) 计算得到过圆孔中心与加载方向垂直直线上的 ϵ_x 分布曲线。由图可见, 在非均匀应变 (相邻点的应变变化比较剧烈) 情况, 较大的应变计算窗

口的计算结果更为平滑。因此如果位移场中包含较强的噪声, 选择较大的应变计算窗口是合适的; 而位移场的精度较高时, 则可选择更小的应变计算窗口。

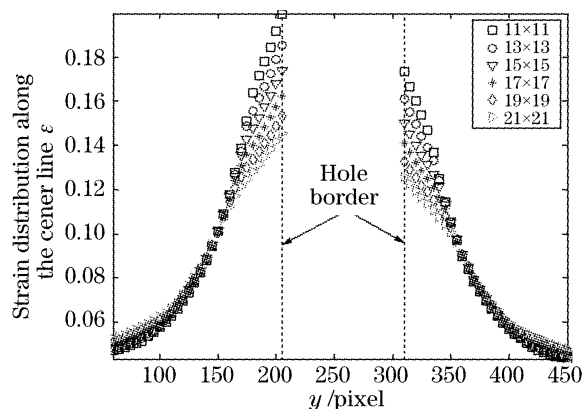


图 11 用不同应变计算窗口得到的过圆孔中心且与加载方向垂直直线上的 ϵ_x 分布

Fig. 11 The ϵ_x strain distribution along the line perpendicular to tensile direction using various strain calculation window

5 结 论

提出了一种对位移场进行逐点局部最小二乘拟合的求解应变的简单有效方法,并讨论了计算区域边界、孔洞和裂纹附近区域等情况下的应变计算,对两个典型实验的计算结果充分证实了该方法能有效、可靠地从原始位移场数据中提取全场应变信息。与对位移场数据先用有限元或薄板样条平滑再差分的方法相比,本文方法不仅基本原理清晰、容易理解,而且很容易编程实现。研究还表明,要利用数字图像相关方法得到合理、可靠的全场应变计算结果,以及要提高应变测量的精度,需要提高位移的测量精度和根据实际的变形情况选择合适的应变计算窗口。

参 考 文 献

- 1 I. Yamaguchi. A laser-speckle strain gage[J]. *J. Phys. E*, 1981, **14**(5): 1270~1273
- 2 W. H. Peters, W. F. Ranson. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. *Opt. Engng.*, 1982, **21**(3): 427~431
- 3 Michael A. Sutton, Stephen R. McNeill, Jeffrey D. Helm *et al.*. *Advances in Two-Dimensional and Three-Dimensional Computer Vision*[C]. P. K. Rastogi, ed. Topics in Applied Physics, Springer Verlag, 2000, **77**: 323~372

- 4 Pan Bing, Xie Huimin, Xu Boqin *et al.*. Development of sub-pixel displacements registration algorithms in digital image correlation[J]. *Advances in Mechanics*, 2005, **34**(3): 345~352 (in Chinese)
- 潘 兵,谢惠民,续伯钦等. 数字图像相关中的亚像素位移定位算法进展[J]. *力学进展*, 2005, **35**(3): 345~352
- 5 Pan Bing, Xie Huimin, Dai Fulong. An evaluation of sub-pixel registration algorithms in digital image correlation [J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2007, **39**(2): 245~252 (in Chinese)
- 潘 兵,谢惠民,戴福隆. 数字图像相关中亚像素位移测量算法的研究[J]. *力学学报*, 2007, **39**(2): 245~252
- 6 Hou Zhende, Qin Yuwen. Study on a new method of displacement measurement based on fractal image correlation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(2): 210~214 (in Chinese)
- 侯振德,秦玉文. 基于图像分形相关位移测量新方法的研究[J]. *光学学报*, 2002, **22**(2): 210~214
- 7 Yang Yong, Wang Yanlei, Li Ming *et al.*. Research of high accuracy digital image correlation measurement system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(2): 197~201 (in Chinese)
- 杨 勇,王琰蕾,李 明等. 高精度数字图像相关测量系统及其技术研究[J]. *光学学报*, 2006, **26**(2): 197~201
- 8 H. A. Bruck, S. R. McNeil, M. A. Sutton *et al.*. Digital image correlation using Newton-Rapshon method of partial differential correction[J]. *Experimental Mechanics*, 1989, **29**(3): 261~267
- 9 G. Vendroux, W. G. Knauss. Submicron deformation field measurements; Part 2. Improved digital image correlation[J]. *Experimental Mechanics*, 1998, **38**(2): 86~92
- 10 M. A. Sutton, J. L. Turner, H. A. Bruck *et al.*. Full-field representation of discretely sampled surface deformation for displacement and strain analysis[J]. *Experimental Mechanics*, 1991, **31**(2): 168~177
- 11 Christopher C. B Wang, Jian-ming Deng, Gerard A. Ateshian *et al.*. An automated approach for direct measurement of two-dimensional strain distributions within articular cartilage under unconfined compression[J]. *J. Biomech. Engng.*, 2002, **124**(5): 557~567
- 12 L. B. Meng, G. C. Jin, X. F. Yao. Application of iteration and finite element smoothing technique for displacement and strain measurement of digital speckle correlation[J]. *Opt. and Lasers in Engng.*, 2007, **45**(1): 57~63
- 13 Z. Feng, R. E. Rowlands. Continuous full-field representation and differentiation of three-dimensional experimental vector data [J]. *Comput. Struct.*, 1987, **26**(6): 979~990
- 14 W. Tong. An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications[J]. *Strain*, 2005, **41**(4): 167~175
- 15 Hubert W. Schreier, Joachim R. Braasch, Michael A. Sutton. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation[J]. *Opt. Engng.*, **39**(11): 2915~2921
- 16 Lu Mingwan, Luo Xuefu. *Foundations of Elasticity* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001 (in Chinese)
- 陆明万,罗学富. *弹性理论基础*[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001
- 17 Peng Zhou, Kenneth E. Goodson. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation[J]. *Opt. Engng.*, 2001, **40**(8): 1613~1620