

文章编号: 0253-2239(2007)10-1765-6

中子数字图像几何不锐度校正算法研究^{*}

金 炜¹ 魏 彪²

(¹ 宁波大学信息科学与工程学院, 宁波 315211
² 重庆大学光电技术及系统教育部重点实验室, 重庆 400044)

摘要: 以中子数字成像系统的开发为背景, 提出一种用于中子数字图像几何不锐度校正的图像复原算法。首先分析了中子数字成像的准直成像系统, 得到引起中子数字图像几何不锐度的点扩展函数。据此, 提出一种正则化的 Lucy-Richardson(LR)算法, 该算法利用贝叶斯(Bayes)最大后验估计理论研究了小波系数的双变量层间模型, 推导出一种有效的小波降噪方法, 并将小波降噪引入 LR 算法的迭代过程, 此方法可有效解决原始 LR 算法的噪声放大问题。将改进的 LR 算法用于一个测试样品中子数字图像的几何不锐度校正, 结果表明, 该算法可以克服原始 LR 算法的不足, 并优于频域小波域联合正则化图像复原算法。该方法还可以推广到其他图像复原的应用中。

关键词: 成像系统; 中子数字成像; 正则化 Lucy-Richardson 算法; 小波降噪; 图像复原

中图分类号: TP317.4; TL81 文献标识码: A

Correction Algorithm for the Geometric Unsharpness of Digital Neutron Radiation Image

Jin Wei¹ Wei Biao²

(¹ Faculty of Information Science and Technology, Ningbo University, Ningbo 315211
² The Key Laboratory of Optoelectronic Technology and System, Ministry of Education of China, Chongqing University, Chongqing 400044)

Abstract: Based on the development of digital neutron imaging system, the restoration algorithm was presented to remedy the geometric unsharpness of digital neutron radiation images. Firstly, the collimation component of digital neutron imaging system was analyzed, and the point spread function (PSF) which results in the geometric unsharpness of the neutron radiation image was estimated. Hereby, a regularized Lucy-Richardson(LR) algorithm was proposed, the algorithm investigated the bivariate model of wavelet coefficients using Bayesian maximum a posteriori(MAP) estimation theory to derive an efficient denoising method, and incorporated the wavelet denoising into the iterative step of original LR algorithm to solve the drawback of noise amplification. A real neutron radiation image of the specimen under test has been restored using this reformed algorithm. Experiments show that the restoration results are improved significantly compared with the results obtained by using the traditional LR algorithm and Fourier-Wavelet regularized algorithm. This method can also be applied to other image restoration problems.

Key words: imaging system; digital neutron imaging; regularized Lucy-Richardson (LR) algorithm; wavelet denoising; image restoration

1 引 言

中子与物质的相互作用同 X 射线与物质的相互作用有完全不同的机理和特点, 中子成像作为无损检测手段的一种补充在某些无损检测领域获得了

广泛的应用并取得很好的效果, 特别是在火工品、核燃料以及航天电子器件检测等方面有重要的地位^[1]。中子成像系统主要由三大部分构成, 即中子源、中子转换屏及微光成像系统; 中子成像的最新发

^{*} 浙江省教育厅科研项目(20061661)和国防预研(20 * 24068)资助课题。

作者简介: 金 炜(1969—), 男, 浙江兰溪人, 副教授, 博士, 主要从事无损检测、数字图像处理等方面的研究。

E-mail: jinwei@nbu.edu.cn

收稿日期: 2007-01-15; 收到修改稿日期: 2007-05-09

展是集核科学、光机电一体化及计算机图像处理等技术于一体的数字成像。与常规的胶片成像相比,中子数字成像具有动态范围大、线性度好、探测灵敏度高、易于图像后处理分析、时间分辨力好、操作简易等优点。由于中子不带电,是不能被聚焦的(此不同于其它光源的成像),为了将中子源发出的中子变成可用于中子成像的射线束,必须通过准直器对中子流限束,其中准直器入口(光阑)到像探测器(转换屏)的距离 L 与光阑的直径 D 之比(L/D ; 准直比)影响成像系统的空间分辨力,它决定了中子数字图像的几何不锐度,虽然大准直比对提高图像的空间分辨力有利,但增大准直比往往与获得尽可能大的中子注量率相矛盾,因此采用图像复原的方法校正几何不锐度引起了许多学者的关注^[2,3];另一方面,由于中子成像时中子源存在微观的量子特性和随机性,加上转换屏的转换效率较低,光量子数少,属于典型的微光成像,而且数字成像系统本身也夹杂着各种噪声的干扰(如 CCD 芯片的热噪声、读出噪声等),噪声对图像的影响不容忽视。因此从受噪声和模糊函数污染的中子数字图像中恢复原始图像属于病态问题的求解,鉴于此,本文通过分析中子数字成像的准直成像系统,得到引起中子数字图像几何降质的点扩展函数,并提出一种正则化的 Lucy-Richardson(LR)算法,对几何不锐度进行校正,通过实验,验证了算法的可靠性。

2 中子数字图像降质的几何因素

中子数字图像的分辨力指成像系统对于给定的被照物所能分辨的最小缺陷大小,它主要由四个因素决定,即几何因素、固有因素、散射因素和 γ 射线本底;其中固有因素主要指像探测器的固有不清晰度, γ 射线本底指除中子以外的射线对成像的干扰,一般在中子成像系统设计时应尽量采用性能优良的像探测器(转换屏),同时加 γ 射线过滤器,而且在实际测量中可通过增大被检测物与像探测器的距离来对散射进行控制^[4],因此本文主要研究几何因素的校正问题。

前面已经指出,中子不带电,不能被聚焦,为了将中子变成可用于中子成像的射线束,必须通过准直器对中子限束来获得一束准直的中子束。中子成像系统典型的准直探测成像如图 1 所示。

图 1 中 D 为准直器入口(光阑)处的直径, L 为准直器入口到像探测器(转换屏)的距离, t 为样品到像探测器的距离。从图 1 可以看出,样品中的点

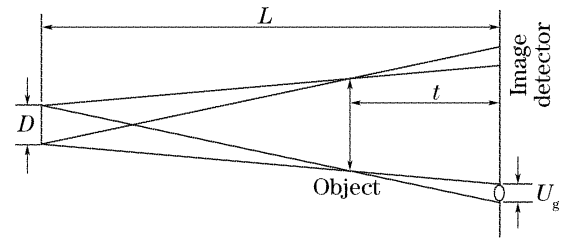


图 1 中子准直成像示意图

成像后成为一个圆形光斑,称其为几何不锐度 U_g ,它决定了造成图像几何模糊的点扩展函数 h^g 。文献报道^[2,5]中常用均匀分布、高斯分布、双峰分布等类型来表达 h^g ,在 U_g 较小时,以上分布差别不大,本文采用高斯分布模型:

$$h^g(x, y) = \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

式中 σ^2 为方差。根据相似三角形定理

$$\frac{U_g}{D} = \frac{t}{L-t}, \quad (2)$$

即

$$U_g = \frac{t}{(L-t)/D}. \quad (3)$$

在通常中子数字成像条件下, $L \gg t$,则(3)式可简化为

$$U_g = \frac{t}{L/D}, \quad (4)$$

式中 L/D 定义为准直比。 U_g 可看成是 h^g 的半峰全宽(FWHM),因此可以计算出点扩展函数 h^g 的方差为

$$\sigma^2 = \frac{U_g^2}{8 \ln 2} = \frac{t^2}{8(L/D)^2 \ln 2}, \quad (5)$$

将(5)式代入(1)式,即可得到引起中子数字图像几何降质的点扩展函数。

3 中子数字图像几何不锐度校正方法

从上述分析可知,在忽略固有因素及散射因素等的影响时,中子数字图像的空间分辨力取决于几何因素的影响,成像模型可写成:

$$g(x, y) = f(x, y) \otimes h^g(x, y) + \xi(x, y), \quad (6)$$

式中 f 表示理想的辐射成像, h^g 是由几何不锐度 U_g 决定的点扩展函数, ξ 是噪声, g 是退化的观测图像。由于 h^g 往往表现为一个低通滤波器,因此经过成像系统的调制,理想图像 f 的高频成份受到了衰减和抑制,在观测图像 g 上表现为某些细节丢失,分辨力降低。为了提高图像的分辨力必须进行图像复原处理,它的目的就是补回被衰减和抑制的高频分量,同

时还能够消除加性噪声干扰。图像复原技术广泛应用于遥感图像处理、医学图像处理、高清晰度电视标准和合成视频变焦等领域。

图像复原可在频域或空域进行^[6,7],首先出现的是频域方法,由于复原过程是一个病态过程,必须进行正则化处理,而频域方法采用的平滑先验模型不能有效地保持图像的边缘,因此近年来出现了频域与小波域联合正则化复原(Fourier-wavelet regularized deconvolution, FWRD)算法^[8],它利用了频域能对噪声进行稀疏表示,小波域能对信号提供稀疏表示这一特点,复原效果较好,但对复原图像仍有过平滑的倾向;空域方法比频域方法具有更大的灵活性和更广的适用范围,目前研究较多的是基于贝叶斯分析的 LR 方法^[9],本文提出一种小波正则化先验的改进 LR 算法,用于中子数字图像的几何不锐度校正。

3.1 LR 算法

LR 算法假设图像服从泊松分布,采用最大似然法进行估计,是一种迭代算法。其估计迭代方程为

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[\left(\frac{g}{f^{(k)} \otimes h} \right) \oplus h \right], \quad (7)$$

式中 \otimes 和 \oplus 分别为卷积运算和相关运算, k 为迭代次数,可以令 $f^0 = g$ 进行迭代,可以证明^[9],如果噪声可以忽略,当 k 不断增大时, f^{k+1} 会依概率收敛于 f ,从而恢复出原始图像。

L-R 算法是一种最大化可能性数据逼近算法,该算法在噪声影响可忽略或较小时解具有唯一性,适用于线性和非线性成像过程,但尚未涉及噪声对处理结果的影响。经过多次迭代,尤其是在低信噪比条件下,重建图像可能会出现一些斑点,这些斑点并不代表图像的真实结构,是输出图像过于逼近噪声所产生的结果,因此针对中子数字图像噪声污染严重的特点,LR 算法难以获得较好的复原效果,基于此,本文对 LR 算法进行了改进。

3.2 对 LR 算法的改进(正则化 LR 算法)

将成像模型(6)式代入(7)式可得:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[\left(\frac{f \otimes h + \xi}{f^{(k)} \otimes h} \right) \oplus h \right]. \quad (8)$$

可以看出,LR 算法利用点扩展函数 h 与复原图像序列的估计值 $f^{(k)}$ 不断逼近原始图像,若噪声 ξ 可忽略,则有 $f^{(k+1)} = f^{(k)} \Rightarrow f(k \rightarrow \infty)$,若噪声 ξ 不可忽略,则以上过程的收敛性将难以保证。因此,处理噪声项是 LR 算法应用于低信噪比图像复原的关键。

令 $g^{(k)} = h \otimes f^{(k)}$,并定义每次迭代的残差:

$$r^{(k)} = f \otimes h - h \otimes f^{(k)} + \xi, \quad (9)$$

则(8)式可写成:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[\left(\frac{g^{(k)} + r^{(k)}}{g^{(k)}} \right) \oplus h \right]. \quad (10)$$

从(9)式和(10)式可知,残差 $r^{(k)}$ 中的噪声项 ξ 正是造成 LR 算法在迭代过程中噪声放大的原因,因此可以通过对 $r^{(k)}$ 中的噪声进行抑制达到正则化的目的。运用小波分析在图像去噪中的优势^[10,11],本文提出在每次迭代时先对 $r^{(k)}$ 进行小波降噪,然后再进入迭代过程。对(9)式进行小波变换,得

$$y = w + n, \quad (11)$$

式中 y 是残差图像 $r^{(k)}$ 的小波系数, w 是无噪声残差图像 $f \otimes h - h \otimes f^{(k)}$ 的小波系数, n 是噪声项 ξ 的小波系数。因此,对残差降噪可转化成对 w 的估计,应用贝叶斯框架下的最大后验估计(Maximum a posteriori, MAP),可得

$$\begin{aligned} \hat{w} &= \operatorname{argmax}_w p_w | y (w | y) = \\ & \operatorname{argmax}_w [p_y | w (y | w) p_w(w)] = \\ & \operatorname{argmax}_w [p_n(y - w) p_w(w)] = \\ & \operatorname{argmax}_w [\lg p_n(y - w) + \lg p_w(w)]. \end{aligned} \quad (12)$$

从(12)式可知,在噪声分布已知的情况下,要估计出 w ,还需要知道无噪声残差图像的概率密度函数(也即先验信息)。由于图像的小波系数具有尺度传递性,即大(或小)的系数有沿尺度传播的趋向,本文采用 Sendur 提出的双变量模型来刻画这种相关性^[12]。其系数分布模型假设如下:

$$p_w(w) = \frac{3}{2\pi\sigma_s^2} \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sigma_s} \sqrt{w_1^2 + w_2^2}\right), \quad (13)$$

式中 $w = (w_1, w_2)$, σ_s^2 是双变量模型的边缘方差; w_2 表示小波系数 w_1 的父系数,即 w_2 是和 w_1 有相同空间位置的一粗尺度子带系数,这个模型很好地体现了小波系数的层间相关性。利用噪声独立同分布假设可得

$$p_n(n) = \frac{1}{2\pi\sigma_n^2} \cdot \exp\left(-\frac{n_1^2 + n_2^2}{2\sigma_n^2}\right), \quad (14)$$

式中 σ_n^2 为噪声方差, n_2 和 n_1 表示相邻尺度噪声的小波系数。将(13)式和(14)式代入(12)式可得

$$\begin{aligned} \hat{w} &= \operatorname{argmax}_w \left[-\frac{(y_1 - w_1)^2}{2\sigma_n^2} - \frac{(y_2 - w_2)^2}{2\sigma_n^2} + \right. \\ & \left. \lg\left(\frac{3}{2\pi\sigma_s^2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{\sigma_s} \sqrt{w_1^2 + w_2^2} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

设 $f(w) = \lg\left(\frac{3}{2\pi\sigma_s^2}\right) - \frac{\sqrt{3}}{\sigma_s} \sqrt{w_1^2 + w_2^2}$, 则

(15) 式即为

$$\hat{w} = \operatorname{argmax}_w \left[-\frac{(y_1 - w_1)^2}{2\sigma_n^2} - \frac{(y_2 - w_2)^2}{2\sigma_n^2} + f(w) \right], \quad (16)$$

(16)式等价于求解方程组:

$$\begin{cases} \frac{y_1 - \hat{w}_1}{\sigma_n^2} + \frac{\partial}{\partial w_1} f(w) = 0, \\ \frac{y_2 - \hat{w}_2}{\sigma_n^2} + \frac{\partial}{\partial w_2} f(w) = 0. \end{cases} \quad (17)$$

求解(17)式,可以得到关于 \hat{w} 的最大后验概率估计式:

$$\hat{w}_1 = \frac{\max(\sqrt{y_1^2 + y_2^2} - \sqrt{3}\sigma_n^2/\sigma, 0)}{\sqrt{y_1^2 + y_2^2}} \cdot y_1, \quad (18)$$

(18)式即为针对残差图像的双变量模型降噪算子,其中噪声方差 σ_n^2 和边缘方差 σ_s^2 可分别根据中值估计器和最大似然估计器来估计^[10]。利用(18)式可获得无噪声残差图像小波系数的最大后验估计,对其实施小波反变换可得降噪后的残差:

$$\bar{r}^{(k)} = W^{-1} \{ T \{ W [r^{(k)}] \} \}, \quad (19)$$

式中 W 是二维小波变换算子, T 为如(18)式所示的双变量模型降噪操作。用 $\bar{r}^{(k)}$ 代替(10)式中的 $r^{(k)}$,则可得正则化的LR算法,称其为Wavelet-Lucy-Richardson算法,迭代方程如下:

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} \left[\left(\frac{g^{(k)} + \bar{r}^{(k)}}{g^{(k)}} \right) \oplus h \right]. \quad (20)$$

可以看出,正则化LR算法的有效性取决于各次迭代时对残差的降噪是否有效,由于双变量模型较好地刻画了小波系数的层间相关性,可以显著提高降噪算法的性能,因此可解决复原过程中的噪声放大问题,从而提高图像复原的效果。

表1 不同算法信噪比改善量和峰值信噪比的比较

Table 1 Comparison of improvement in signal-to-noise ratio (ISNR) and peak signal-to-noise ratio (PSNR) with different methods

Original image	Lena				Boat				
	BSNR /dB	20	30	20	30	20	30	20	30
Method	SNR /dB	ISNR	PSNR	ISNR	PSNR	ISNR	PSNR	ISNR	PSNR
	Lucy-Richardson	1.32	24.74	3.23	26.73	0.88	24.23	2.15	25.78
	FWRD	4.01	27.42	6.10	29.60	3.81	27.16	6.36	29.97
	Wavelet-Lucy-Richardson	6.17	29.64	6.98	30.48	6.15	29.53	6.38	30.01

从表1可以看出,经三种算法复原后,图像的信噪比都有所改善,说明通过图像复原技术提高图像质量是可行的;另外,经LR算法处理后,图像信噪比的提高较为有限,这主要是由于该算法在复原图像中留下了严重的噪声痕迹;FWRD算法利用了小波对图像信号的稀疏表示,复原效果有所提高,但其

4 实验结果与分析

4.1 不同复原算法效果比较

图像复原的任务是从观测图像中恢复原始图像同时降低噪声,提高图像的信噪比,在对复原算法效果的评价中,往往采用如下的信噪比计算公式^[8]:

$$R_{\text{BSNR}} = 20 \lg \frac{\|g - \operatorname{mean}(g)\|_2}{\|\xi\|_2}, \quad (21)$$

$$I_{\text{ISNR}} = 20 \lg \frac{\|g - f\|_2}{\|\hat{f} - f\|_2}, \quad (22)$$

(21)式是模糊信噪比(Blurred signal-to-noise ratio,BSNR),它用来表示图像的降质程度;(22)式为信噪比改善量(Improvement in signal-to-noise ratio,ISNR),它可客观衡量复原算法的效果; g 和 f 分别表示观测图像和原始图像, \hat{f} 为复原图像, $\|\cdot\|_2$ 表示L2范数, $\operatorname{mean}(\cdot)$ 表示取均值。另外,在实际应用中有时也采用峰值信噪比(Peak signal-to-noise ratio,PSNR)作为评价标准。

计算机仿真方法是图像处理中检验算法有效性的常用手段,本文考虑到实际中数字图像退化的特点,选择两幅大小为256 pixel×256 pixel的标准图像Lena和Boat,按高斯点扩展函数模型($\sigma=3.5$)并叠加不同强度的噪声生成退化的仿真图像,分别采用FWRD、LR和所提出的正则化LR方法进行复原实验,复原后图像的信噪比见表1。

在低信噪比情况下效果欠佳(如对于细节比较丰富的Boat图,在模糊图像信噪比为20 dB时,复原处理后信噪比改善量仅为3.81 dB),而且从实际复原图像也可看出该算法对图像的细节破坏严重,出现过平滑现象(限于篇幅,不给出实际的复原图像);本文所提出的正则化LR算法由于在迭代时最大限度

地去除了噪声干扰,效果最为明显。由于本文提出的算法在不同噪声水平下都能取得较好的复原效果,而且有利于恢复图像的细节信息,因此下面将其实际用于中子数字图像的复原。

4.2 实际中子数字图像几何不锐度校正

为了验证正则化 LR 算法对中子数字图像处理的适用性,我们对一个测试样品的中子数字图像做了几何不锐度校正的实验。该测试样品为一个铝制圆桶,内含铁环、铁球、螺丝钉、聚乙烯架、镉条等(其剖面图见图 2)。这个测试样品模拟了引擎的结构,在中子成像用于无损检测中有一定的代表性。图 3(a)为该样品通过中子成像装置所获得的实际中子数字图像。该中子成像装置的准直比: $L/D=50$;转换屏尺寸: $15\text{ cm}\times 15\text{ cm}$;图像以 $300\text{ pixel}\times 300\text{ pixel}$ 记录。测试时样品距转换屏 20 cm ,此时已可忽略散射的影响。

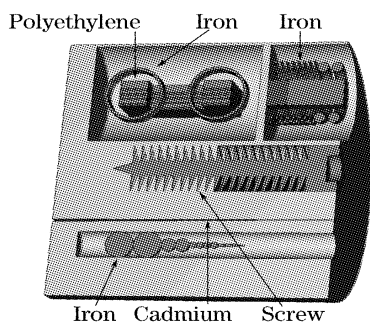


图 2 测试样品剖面图

Fig. 2 Profile of the specimen to be tested

从图 3(a)可以看出,该图细节模糊,并存在噪声干扰,必须进行校正。我们首先采用本文所提出的正则化 LR 算法对它进行了复原,结果如图 3(b)所示。为了进一步考察其它复原算法的性能,我们用原始 LR 算法与 FWRD 算法重做了复原实验,在实验中,正则化 LR 算法与 LR 算法的迭代次数都为 20,实验结果分别如图 3(c)与图 3(d)所示。

从图 3 可以看出,经复原处理后,图像的模糊程度有了减轻,然而原始 LR 算法的复原结果出现了很强的噪声,图像视觉效果很差,基本上无实用意义;FWRD 算法的复原结果虽然视觉效果较好,但其对图像的过平滑造成细节区域出现了模糊[如图 3(d)中虚圈标出的区域];虽然本文所提出的正则化 LR 算法的复原结果并未完全消除噪声痕迹,但其在细节恢复与噪声放大之间取得了很好的折衷,复原结果明显优于其它两种方法。由于正则化 LR 算法对于以保持图像细节为主要目标的恢复特别有效,而中子成像检测中缺陷往往表现为图像中的空

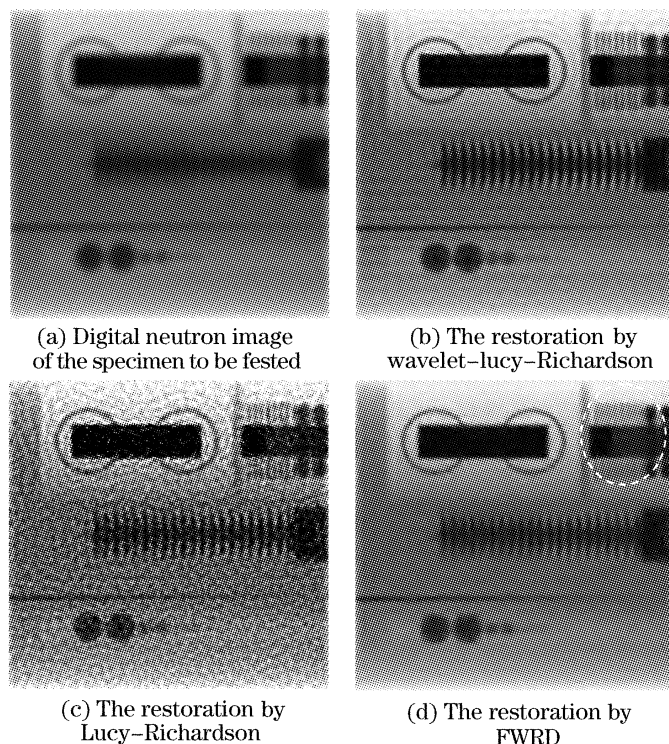


图 3 样品投影图及其不同算法的复原结果

Fig. 3 Projection of the specimen and its restorations based on various methods

间细节,因此推荐将本算法应用于中子数字图像的几何不锐度校正。

5 结 论

本文通过分析中子成像的准直系统,得到了引起图像几何不锐度的点扩展函数,并在 LR 算法的基础上,提出一种正则化的 LR 算法,该算法利用 LR 算法对图像细节的良好恢复能力,以及在迭代过程中对残差进行噪声抑制,有效地解决了原始算法的噪声放大问题,从而成功地进行了中子数字图像的几何不锐度校正。仿真实验及实际测试样品中子数字图像的复原均表明,正则化 LR 算法在复原图像的视觉效果及信噪比改善量上都明显优于其它算法,这为高分辨力中子数字成像系统的进一步研究,奠定了良好的理论基础。

参 考 文 献

- 1 Young G. Jo, William J. Spiesman, Naeem M. Abdurrahman. Development of a neutron imaging facility at the University of Texas TRIGA reactor[J]. *IEEE Southwest Symposium on Image Analysis*, 1996, 8(4): 43~47
- 2 Florian Grunauer. Image reconstruction and multiple hole apertures in neutron radiography at FRM-II [J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 2006, 566(2): 654~661
- 3 N. Kardjilova, S. W. Leeb, E. Lehmann *et al.*. Improving the image contrast and resolution in the phase-contrast neutron

- radiography[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 2005, **542**(1~3): 100~105
- 4 R. Hassanein, E. Lehmann, P. Vontobel. Methods of scattering corrections for quantitative neutron radiography[J]. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, 2005, **542**(1~3): 353~360
- 5 Shao Junming, Lu Hongnian, Cai Hui. A point spread function model for X-ray imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1148~1152 (in Chinese)
邵军明,路宏年,蔡 慧. X射线成像的一种点扩展函数模型[J]. *光学学报*, 2005, **25**(8): 1148~1152
- 6 Hu Xiaoping, Chen Guoliang, Mao Zhengyu *et al.*. Study on Wiener filtering for restoration of defocus blur image[J]. *Chin. J. Scientific Instrument*, 2007, **28**(3): 479~482 (in Chinese)
胡小平,陈国良,毛征宇等. 离焦模糊图像的维纳滤波复原研究[J]. *仪器仪表学报*, 2007, **28**(3): 479~482
- 7 Zhao Wenqian, Rao Changhui, Geng Zexun. Myopic image deconvolution of point source based on joint estimation of object and point spread function[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 52~57 (in Chinese)
赵文倩,饶长辉,耿则勋. 基于目标和点扩展函数联合估计的点源目标图像近视解卷积[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 52~57
- 8 Ramesh Neelamani, Hyeokho Choi, Richard Baraniuk. ForWaRD: Fourier-wavelet regularized deconvolution for ill-conditioned systems[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, **52**(2): 418~433
- 9 Jan Biemond, R. L. Lagendijk, R. M. Mersereau. Iterative methods for image deblurring[C]. *Proc. IEEE*, 1990, **78**(5): 856~882
- 10 Chen Lizhi, Wang Hongxia, Luo Yong. *Theory and Applications of Wavelet Transform* [M]. First Edition, Beijing: Science Press, 2004. 269~286 (in Chinese)
成礼智,王红霞,罗 永. 小波的理论与应用[M]. 第一版,北京: 科学出版社, 2004. 269~286
- 11 Zong Siguang, Wang Jiangan. Multi-scale mathematical morphology fusion filtering and the evaluation of the filtered image[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(9): 1176~1180 (in Chinese)
宗思光,王江安. 多尺度形态算子融合图像滤波技术及滤波质量评价[J]. *光学学报*, 2005, **25**(9): 1176~1180
- 12 Levent Sendur, Ivan W. Selesnick. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting interscale dependency[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2002, **50**(11): 2744~2756