

文章编号: 0253-2239(2007)10-1735-5

近距离数字全息术记录和再现问题*

罗 鹏¹ 吕晓旭¹ 钟丽云²

(¹ 华南师范大学信息光电子科技学院, 广州 510006)
(² 暨南大学生命科学技术学院, 广州 510632)

摘要: 讨论了记录距离小于菲涅耳衍射要求的近距离数字全息记录和再现问题。对全息记录与再现中高次相位的补偿问题进行了分析,证明了在 CCD 的参量和记录距离给定后,只要记录时使物体的大小、球面参考光波的位置和距离满足一定的条件,即使在记录距离小于菲涅耳衍射要求的最小距离情况下,也可将高次相位的影响补偿到足够小,使得近距离数字全息的数字再现仍可用快速傅里叶变换算法计算。推导出了满足高次相位补偿的条件和满足补偿条件时的数值再现计算公式。实验结果与理论分析的结论相吻合,并给出了一种修正实际记录的参考光和计算机模拟的理想参考光之间偏差的方法。

关键词: 全息术;近距离数字全息;快速傅里叶变换;相位补偿

中图分类号: TB877 文献标识码: A

Recording and Reconstruction of Near-Distance Digital Holography

Luo Peng¹ Lü Xiaoxu¹ Zhong Liyun²

(¹ School of Information and Photo-Electronic Science and Engineering, South China Normal University, Guangzhou 510006
² College of Life Science and Technology, Jinan University, Guangzhou 510632)

Abstract: Some issues in recording and reconstruction of near distance digital holography are discussed where the recording distance is shorter than the Fresnel diffraction distance. The compensation of the higher-order phase in recording and reconstruction of in a hologram is analyzed. It is indicated that when the size of CCD and recording distance are determined, and some conditions of the object size and position of the spherical reference light are satisfied, the effect of higher-order phase can be compensated to small enough, even if the recording distance is shorter than the Fresnel diffraction distance. The higher-order phase compensation condition and numerical reconstruction equation are derived. Under the compensation condition, the fast Fourier transform algorithm can be used in numerical reconstruction. Experimental results are accordant with analysis conclusions. A correction method of difference between actual reference wave-front with the spherical reference wave-front in reconstructing is introduced.

Key words: holography; near-distance digital holography; fast Fourier transform; phase compensation

1 引 言

数字全息采用光电成像器件代替传统的全息记录材料来记录全息图并将其存入计算机,用计算机模拟再现光进行记录波前再现,它已在显微镜测、信息加密、粒子场测量等方面有很好的应用前景^[1~3]。

如何得到高分辨力的再现像,是数字全息研究和应用中非常重要的问题^[4~6]。与其他光学系统一样,数字全息系统的分辨力与记录距离成反比,而与记录面的尺寸成正比,缩短记录距离和增加记录面的尺寸是提高数字全息分辨力的最直接有效的方

* 国家自然科学基金(60467003,6027732)资助课题。

作者简介: 罗 鹏(1982—),男,重庆人,硕士研究生,主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: luop0522@sina.com

导师简介: 吕晓旭(1959—),男,江西人,教授,主要从事光学相位测量、数字全息、光学全息等方面的研究。

E-mail: xiaoxulu48@sina.com

收稿日期: 2006-12-06; 收到修改稿日期: 2007-03-26

法^[4]。当记录距离缩小到菲涅耳近似的条件得不到满足时,一般认为在数字全息的数字再现中不能使用快速傅里叶变换算法,而直接用基尔霍夫(Kirchhoff)衍射公式计算会使运算量大大增加。因此研究记录距离小于菲涅耳近似要求的近距离数字全息的记录方法、再现时快速算法和技术特点是近几年国内外学者关注的问题^[5,7,8]。在研究近距离数字全息的快速算法时,主要集中在对算法本身的研究上。本文通过研究全息记录和再现的特点,发现在全息图的记录和再现中存在着相位补偿现象,在记录距离不满足菲涅耳衍射条件的情况下,只要使光路结构满足补偿条件,仍然能使用快速傅里叶变换算法进行再现计算,本文对基于相位补偿原理的近距离数字全息的记录和再现问题进行了分析和实验研究,对近距离数字全息中的一些实际问题进行了探讨。

2 全息记录与再现中的相位补偿

2.1 近距离全息的光场近似

设物面为 x_0Oy_0 、CCD 记录面为 x_HHy_H ,物面和参考光距离 CCD 记录面的距离分别为 Z_{OH} 、 Z_{RH} ,如图 1 所示。

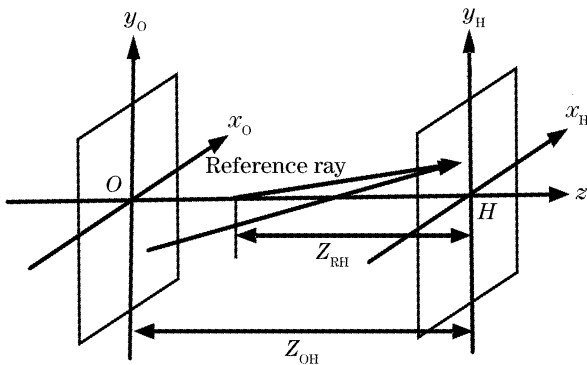


图 1 数字全息记录光路示意图

Fig. 1 Schematic of recording digital holography

根据基尔霍夫衍射公式,当用平面光波垂直照明物体时,在 CCD 记录面上的衍射场可以表示为

$$U_O(x_H, y_H) = \frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} U_O(x_0, y_0) \frac{\exp(jkr_{OH})}{r_{OH}} dx_0 dy_0, \quad (1)$$

其中 r_{OH} 为物面上任意一点到记录面上任意一点的距离, $k=2\pi/\lambda$, λ 为波长。将 r_{OH} 作泰勒级数展开,在菲涅耳衍射条件下,二次以上高次相位对衍射光场的影响可以忽略,但记录距离小于菲涅耳近似条

件的近距离衍射时,高次相位的影响不能忽略。 r_{OH} 的级数展开中需保留到第三项:

$$r_{OH} \approx Z_{OH} \left\{ 1 + \frac{(x_H - x_0)^2 + (y_H - y_0)^2}{2Z_{OH}^2} - \frac{[(x_H - x_0)^2 + (y_H - y_0)^2]^2}{8Z_{OH}^4} \right\}. \quad (2)$$

取同轴球面波为记录参考光,记录面上参考光的光场分布为

$$R(x_H, y_H) = \frac{\exp(jkr_{RH})}{r_{RH}}, \quad (3)$$

其中 $r_{RH} = \sqrt{x_H^2 + y_H^2 + Z_{RH}^2}$ 。数字全息中为了满足采样定理,要求球面参考光波到记录面的距离与物面到记录面的距离比较接近,因此球面参考光波展开式中也保留高次相位项:

$$r_{RH} \approx Z_{RH} \left[1 + \frac{x_H^2 + y_H^2}{2Z_{RH}^2} - \frac{(x_H^2 + y_H^2)^2}{8Z_{RH}^4} \right]. \quad (4)$$

记录面上的全息图仍可表示为

$$I(x_H, y_H) = |U_O^2| + |R^2| + U_O R^* + U_O^* R, \quad (5)$$

式中 * 为复共轭符号。

2.2 数字全息中的相位补偿

在近距离数字全息中,虽然物光、参考光和再现光中的高次相位都不能省略,但在一定条件下,全息图衍射光与再现光中的相位差可以相互补偿到足够小,使近距离下仍然可以用傅里叶变换算法对数字全息图进行再现。

根据全息原理,当再现光与记录参考光相同,可以在原物体所在位置得到与物体完全重合的再现像,全息图全部再现光场可以表示为

$$U_I(x_I, y_I) =$$

$$\frac{1}{j\lambda} \iint_{\Sigma} I(x_H, y_H) \frac{\exp(jkr_{RH})}{r_{RH}} \frac{\exp(-jkr_{HI})}{-r_{HI}} dx_H dy_H, \quad (6)$$

式中 x_I, y_I 为再现像面, $r_{HI} = \sqrt{x_I^2 + y_I^2 + Z_{HI}^2}$, Z_{HI} 为记录面到再现像的距离。

用(6)式直接计算再现光场很费时,因而需要寻找其快速算法。在近距离数字全息中,为使物体再现像与其共轭光场及背景分离,可以在记录时采用相移方法将(5)式中产生物体再现像的第三项从数字全息图中分离出来,称为相移数字全息图^[5],记为 I_{PS} 。为讨论近距离数字全息图再现像的快速算法,将(2)式、(4)式及 I_{PS} 代入(6)式得到所记录物体的再现像

$$U_0(x_1, y_1) \approx C \iint_{\Sigma} I_{PS}(x_H, y_H) \exp \left[jk(x_H^2 + y_H^2) \left(\frac{1}{2Z_{RH}} - \frac{1}{2Z_{OH}} \right) \right] \times \\ \exp \left\{ jk \left\{ \frac{[(x_H - x_1)^2 + (y_H - y_1)^2]^2}{8Z_{OH}^3} - \frac{(x_H^2 + y_H^2)^2}{8Z_{RH}^3} \right\} \right\} \times \\ \exp \left[jk \frac{(x_H x_1 + y_H y_1)}{Z_{OH}} \right] \frac{1}{r_{RH} r_{RH}} dx_H dy_H, \quad (7)$$

式中 $C = -\frac{1}{j\lambda} \exp[jk(Z_{RH} - Z_{OH})] \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2}{2Z_{OH}}\right)$, 而第二个复指数因子中的

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \frac{[(x_H - x_1)^2 + (y_H - y_1)^2]^2}{8Z_{OH}^3} - \frac{(x_H^2 + y_H^2)^2}{8Z_{RH}^3} \right\} \quad (8)$$

是近距离数字全息图再现中的高次相位差, 一般不可忽略。

从(8)式子可以看出, 当物体的尺寸、CCD 的尺寸及物体到 CCD 的距离给定时, 可以通过调整参考光源到记录面的距离使高次相位的影响被补偿到足够小, 另外, 当物体的大小对物体到 CCD 上任何一点距离的影响可以忽略, 即(7)式的 r_{RH} 中 $x_1 \ll x_{Hmax}$ 和 $y_1 \ll y_{Hmax}$ (x_{Hmax} 、 y_{Hmax} 为 CCD 的横向尺寸), 且高次相位的影响被补偿到足够小时, (7)式的计算仍然可以通过快速傅里叶变换完成。

用菲涅耳衍射近似对高次相位的要求来确定补偿条件, 近距离数字全息快速算法要求记录参量满足的条件是

$$\Delta\phi_{max} = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ \frac{[(x_H - x_0)^2 + (y_H - y_0)^2]^2}{8Z_{OH}^3} - \frac{(x_H^2 + y_H^2)^2}{8Z_{RH}^3} \right\} < \frac{\pi}{2}. \quad (9)$$

式中 $\Delta\phi_{max}$ 为相位补偿值。当再现光与记录参考光相同或其共轭时, 再现像与记录物体的大小相同, 因此(9)式中分别用 x_0 和 y_0 替代了 x_1 和 y_1 。

在满足补偿条件后, 忽略了高次相位影响的(7)式可以简化为

$$U_0(x_1, y_1) = C \iint_{\Sigma} I_{PS}(x_H, y_H) \exp \left[jk(x_H^2 + y_H^2) \left(\frac{1}{2Z_{RH}} - \frac{1}{2Z_{OH}} \right) \right] \exp \left[jk \frac{(x_H x_1 + y_H y_1)}{Z_{OH}} \right] \frac{1}{r_{RH} r_{RH}} dx_H dy_H, \quad (10)$$

如果记录距离及参考光到记录面的距离远大于 CCD 的尺寸, 即 Z_{OH} 、 $Z_{RH} \gg x_H, y_H$ 时, (10)式可进一步简化为

$$U_0(x_1, y_1) = C' \iint_{\Sigma} I_{PS}(x_H, y_H) \exp \left[jk(x_H^2 + y_H^2) \left(\frac{1}{2Z_{RH}} - \frac{1}{2Z_{OH}} \right) \right] \exp \left[jk \frac{(x_H x_1 + y_H y_1)}{Z_{OH}} \right] dx_H dy_H, \quad (11)$$

其中 $C' = -\frac{1}{j\lambda} \exp[jk(Z_{RH} - Z_{OH})] \exp\left(-jk \frac{x_1^2 + y_1^2}{2Z_{OH}}\right) \frac{1}{Z_{OH} Z_{RH}}$ 。不难看出, (10)式和(11)式均可采用傅里叶变换方法进行快速计算。

3 实验及讨论

根据(10)式, 本文设计了一个近距离数字全息的实验方案。记录的物体为中国标准 3# 鉴别率板中最高分辨力的 25 单元, 每个单元中每一组的条纹数为 17 条, 条纹宽度为 $10 \mu\text{m}$, 整个 25 单元的横向尺寸约为 0.4 mm 。所用 CCD 的像素数为 $768 \text{ pixel} \times 576 \text{ pixel}$, 像素大小为 $0.010 \text{ mm} \times 0.0108 \text{ mm}$, CCD 记录面尺寸长为 7.68 mm , 宽为 6.22 mm 。采用加入压电陶瓷相移反射镜的马赫-曾德尔光路, 记录波长为 633 nm , 鉴别率板到 CCD 的距离为 75.1 mm 。因此最大高次相位达到 $\pi(\lambda/2)$, 已经超出了菲涅耳衍射近似对高次相位小于

$\pi/2(\lambda/4)$ 的要求。

在实验设计下, 对(9)式的高次相位补偿条件进行了数值分析, 计算结果见图 2。当参考光距离与物距的比例 $Z_{RH}/Z_{OH} = 0.717 \sim 1.5$ 范围时, 高次相位的影响都可以被补偿到 $\pi/2(1.57 \text{ rad})$ 内, 图 2 中同时给出了记录距离为 50 mm 的结果, 此时满足高次相位补偿条件的范围将进一步缩小到 $Z_{RH}/Z_{OH} = 0.837 \sim 1.051$, 说明在记录距离越小时, 要使高次相位被补偿到足够小, 对 Z_{RH} 的限制也就变得越严格。

根据数值分析的结果, Z_{RH} 分别为 100.7 mm , 84.1 mm , 66.1 mm 时进行了近距离数字全息图的记录, 对应的 Z_{RH}/Z_{OH} 分别为 1.34 、 1.12 和 0.88 ,

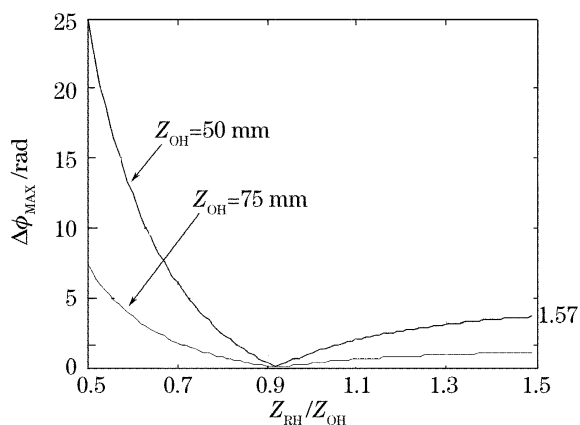


图 2 相位补偿结果 $\Delta\phi_{\max}$ 与 Z_{RH}/Z_{OH} 之间的关系

Fig. 2 Relationship between $\Delta\phi_{\max}$ and the ratio Z_{RH}/Z_{OH}

其数字全息图和再现像分别如图 3 所示。从图中可以看出,三种情况下都得到了能够明显分辨 3# 鉴别率板 25 单元图样的再现像,说明理论分析与实验结果是吻合的。

由于记录距离很小,为满足记录时的采样和再现像分离条件,采用了四步相移方法分别记录四幅相位差为 $\pi/2$ 的全息图 I_1 、 I_2 、 I_3 、 I_4 ,计算得到相移

全息图^[6]:

$$I_{PS}(x_H, y_H) = U(x_H, y_H)R^*(x_H, y_H) = \{ [I_1(x_H, y_H) - I_3(x_H, y_H)] + j[I_4(x_H, y_H) - I_2(x_H, y_H)] \} / 4. \quad (12)$$

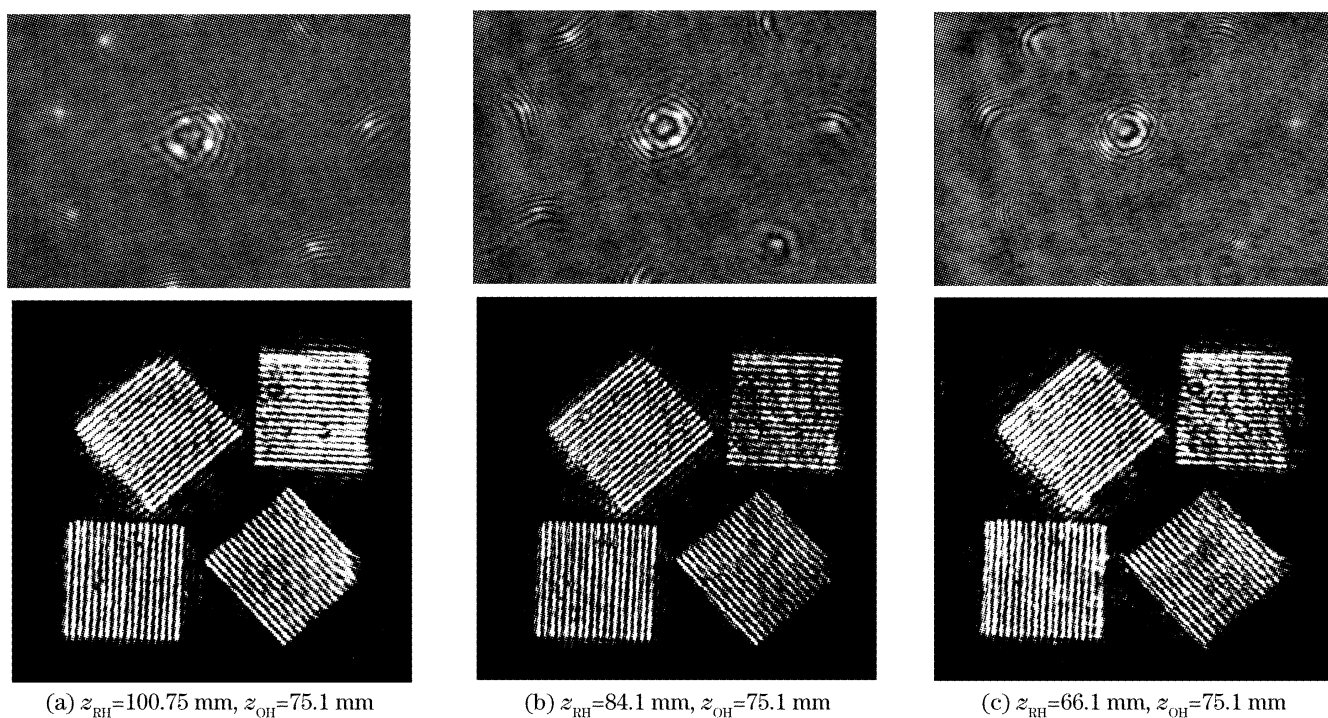
在数字全息图的实际记录中,参考光波产生偏离球面波的畸变是不可避免的。当记录距离比较大时,CCD 面上的波前相位变化比较小,波面畸变可以忽略,但当记录距离比较小时,波前的曲率半径比较小,波前偏离球面波所引起的相位变化不能忽略,因此近距离数字全息的再现中对距离和波前畸变极为敏感。如果实际参考光波的一次近似为

$$R(x_H, y_H) = \exp\left[\frac{jk}{2Z_{RH}}\left(\frac{x_H^2}{a} + \frac{y_H^2}{b}\right)\right], \quad (13)$$

其中 a, b 分别为球面波在 x, y 方向畸变的大小程度,当 $a = 1, b = 1$ 时为理想球面波,偏离 1 越远,波前偏离理想球面情况越严重。在近距离数字全息图数字再现时必须模拟一个与实际参考光波前尽可能相同的再现光波,才能得到正确的数字再现像,这时(10)式需修改为

$$U_O(x_1, y_1) = C' \iint_{\Sigma} I_{PS}(x_H, y_H) \exp\left\{jk\left[\frac{1}{2Z_{RH}}\left(\frac{x_H^2}{a} + \frac{y_H^2}{b}\right) - \frac{x_H^2 + y_H^2}{2Z_{OH}}\right]\right\} \exp\left[jk\frac{(x_H x_1 + y_H y_1)}{Z_{OH}}\right] dx_H dy_H, \quad (14)$$

在记录数字全息图时一般难以获得 a, b 的值,只有在再现过程中通过迭代 a, b 的值使再现像的效果达到最好。



(a) $z_{RH}=100.75$ mm, $z_{OH}=75.1$ mm

(b) $z_{RH}=84.1$ mm, $z_{OH}=75.1$ mm

(c) $z_{RH}=66.1$ mm, $z_{OH}=75.1$ mm

图 3 3# 鉴别率板第 25 单元的全息图(上)和再现像(下)

Fig. 3 Digital hologram (upper) of 25th unit in 3# resolution target and its reconstruction image (partial) (lower)

4 结 论

对全息记录与再现中高次相位的补偿问题进行了分析,证明了在 CCD 的参量和记录距离给定后,只要记录时使物体的大小、球面参考光波的位置和距离满足一定的条件,即使在记录距离小于菲涅耳衍射要求的最小距离的情况下,也可以使高次相位的影响被补偿到足够小,使得近距离数字全息的数字再现仍然可以应用快速傅里叶变换算法计算。给出了计算公式和相应的补偿条件,分析了满足补偿条件的规律。实验结果与理论分析相一致。并对实验中如何满足采样定理和实现再现像分离技术作了说明,给出了一种对畸变参考光波进行修正的方法,利用该方法得到了能够明显分辨 3# 鉴别率板 25 单元图样的再现像。

参 考 文 献

- 1 Jorge Garcia-Sucerquia, Wenbo Xu, Stephan K. Jericho *et al.*. Digital in-line holographic microscopy[J]. *Appl. Opt.*, 2005, **45**(5): 836~850
- 2 Takanori Nomura, Atsushi Okazaki, Masashi Kameda *et al.*. Image reconstruction from compressed encrypted digital hologram [J]. *Opt. Engng.*, 2005, **44**(7): 075801-1~075801-7
- 3 Siriwat Soontaranon, Joewono Widjaja, Toshimistu Asakura. Improved holographic particle sizing by using absolute values of the wavelet transform[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **240**: 253~260
- 4 Zhong Liyun, Zhang Yimo, Lü Xiaoxu *et al.*. Analysis of some fundamental issue about digital hologram [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(4): 465~471 (in Chinese)
钟丽云,张以谟,吕晓旭 等. 数字全息中的一些基本问题分析 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(4): 465~471
- 5 Xiaoxu Lü, Yimo Zhang, Liyun Zhong *et al.*. Fourier algorithm method for reconstruction of large-aperture digital holograms based on phase compensation[J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(6): 614~616
- 6 Lü Xiaoxu, Zhang Yimo, Zhong Liyun *et al.*. Analysis and experiment of phase-shifting coaxial lensless Fourier digital holography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1511~1515 (in Chinese)
吕晓旭,张以谟,钟丽云 等. 相移同轴无透镜傅里叶数字全息的分析与实验[J]. *光学学报*, 2004, **24**(11): 1511~1515
- 7 Lingfeng Yu, Myung K. Kim. Pixel resolution control in numerical reconstruction of digital holography[J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(7): 897~899
- 8 Fabian Shen, Anbo Wang. Fast-Fourier-transform based numerical integration method for the Rayleigh-Sommerfeld diffraction formula[J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**(6): 1102~1110