

文章编号: 0253-2239(2007)01-0171-6

双折射晶体入射、折射光电场矢量的琼斯描述及 界面处菲涅耳方程的修正*

杨 婷 景红梅 刘大禾

(北京师范大学物理系, 北京 100875)

摘要: 为了用琼斯矢量更明确地表示双折射晶体入射光和折射光的偏振状态, 利用波法线椭球和物质方程, 将入射光和折射光的电场矢量均视为由 o 振动和 e 振动两个方向的分量叠加而成, 并将之投影到垂直于和平行于入射面的两个方向上。其中, 入射光和折射光电场分量之间的关系用菲涅耳方程中的透射系数表示。考虑到 e 光电场矢量与电位移矢量的差别, 对菲涅耳方程进行了一定的修正以满足 e 光的边界条件。最终给出了入射光和折射光电场矢量的琼斯矢量形式。并通过具体的数值计算说明, 菲涅耳方程修正前后 e 光的透射系数有一定的差别, 且 e 光的电场矢量和电位移矢量之间的分裂不可忽略。

关键词: 几何光学; 双折射; 琼斯矢量; 电场矢量; 菲涅耳方程

中图分类号: 文献标识码: A

Jones Vectors for Incident and Refracted Electric Fields of a Birefringent Crystal and Modification of Fresnel Equations on Interface

Yang Ting Jing Hongmei Liu Dahe

(Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875)

Abstract: In order to express the polarization states of the incident and refracted rays of a birefringent crystal more accurately by Jones vectors, with the aid of ellipsoid of wave normals and material equations, the electric fields of incident and refracted beams are considered as combination of o component and e component which can be decomposed into directions parallel and perpendicular to the incident plane. The relationship between electric components of incident and refracted waves is expressed by transmission coefficients from Fresnel equations. Considering the differences between the electric field vector and displacement vector of e ray, Fresnel equations are modified to meet the boundary conditions. Finally, Jones vectors for the electric fields of the incident and refracted rays are obtained. And numerical examples are given to show that there is difference between conventional and modified transmission coefficients, and the difference between the electric field vector and displacement vector of e ray cannot be neglected.

Key words: geometrical optics; birefringence; Jones vector; electric field vector; Fresnel equations

1 引 言

近些年来,用双折射^[1]晶体制作成的调光元件已经广泛应用于激光器内外^[2~4]。研究者对于 e 光的许多特性,如折射率、方向余弦、在晶体后表面的轨迹等^[5~7]进行了深入的分析,但是对 e 光的振动状态的描述并不是十分明确。

按照晶体光学的基本理论,光波的偏振状态应当用电场矢量来描述。但是在以往的文章中^[8~10],o 光和 e 光的偏振状态通常由“偏振矢量”这个模糊的词语来描述,或是用电位移矢量代替电场矢量来近似表示。但是在各向异性的介质中,e 光的电场矢量和电位移矢量不在同一方向上,以往表示方法只对 o 光

* 国家自然科学基金(10574016)资助课题。

作者简介: 杨 婷(1980—),女,山西人,物理系博士研究生,主要从事双折射方面的研究。E-mail: 1980yangting@163.com

导师简介: 景红梅(1971—),女,北京人,副教授,主要从事信息光学的研究。E-mail: hmjing@bnu.edu.cn

收稿日期: 2006-03-29; 收到修改稿日期: 2006-05-23

成立,对 e 光并不合适。此外,由于 e 光的光线方向通常并不在入射面内,原始的非涅耳方程并不能很好地满足界面上折射和反射的边界条件。

针对上述问题,本文研究了任意偏振态的单色平面波投射到双折射波片表面上时的折射和反射情况。借助波法线椭球和物质方程,晶体内 o 光和 e 光的电场矢量可以明确地表示出来。进而,入射光和折射光的电场矢量都可以视为 o 分量和 e 分量的叠加;再将之投影到平行于和垂直于入射面的两个方向上,可得到相应的琼斯矢量描述。同时,通过具体的数值计算可表明 e 光的电位移矢量和电场矢量的区别不可忽略。此外,为满足 e 光的边界条件,对菲涅耳方程进行了一定的修正,并比较了修正前后透射系数的差别。

2 基本思路

如图 1 所示,当一束单色平面波以入射角 θ_i 射向一块双折射晶体(光轴平行于晶体表面)时,在界面处将同时发生折射和反射。在晶体内,折射光分裂为 o 光和 e 光,两光的波法线所对应的折射角分别为 θ_o 和 θ_{eo} 。图中 z 轴表示晶体表面的法线方向; x 轴表示入射面与波片表面的交线;虚线 OA 表示晶体的光轴, ϕ 表示光轴与入射面的夹角。

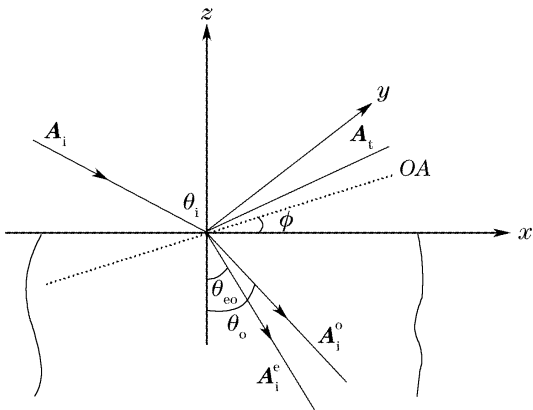


图 1 光路图

Fig. 1 Light path of wave normals

在晶体内,o 光和 e 光的振动方向不同。因此,折射光的电场矢量可以视为 o 振动和 e 振动的叠加而成的。若用 \hat{A} 表示电场矢量 E 的单位矢,并将之分解到平行于和垂直于入射面的两个方向上,则有

$$A_t = k_1 \hat{A}_t^o + k_2 \hat{A}_t^e = k_1 \begin{bmatrix} A_{t\parallel}^o \\ A_{t\perp}^o \end{bmatrix} + k_2 \begin{bmatrix} A_{t\parallel}^e \\ A_{t\perp}^e \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中 \hat{A} 的下角标 t 表示折射光(下文中的 \hat{A} 角标 i 表示入射光),上角标 o 或 e 分别表示 o 分量和 e 分量; \parallel 和 \perp 分别表示平行于、垂直于入射面的分量。

相应地,入射光的电场矢量也可以视为由 o、e 分量叠加而成的,即

$$A_i = l_1 \hat{A}_i^o + l_2 \hat{A}_i^e = l_1 \begin{bmatrix} A_{i\parallel}^o \\ A_{i\perp}^o \end{bmatrix} + l_2 \begin{bmatrix} A_{i\parallel}^e \\ A_{i\perp}^e \end{bmatrix}, \quad (2)$$

(2)式中的两个分量进入晶体之后,将分别引起 o 振动和 e 振动。上述入射、折射电场各分量之间的关系为

$$\begin{bmatrix} A_{i\parallel}^o \\ A_{i\perp}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\parallel}^o & 0 \\ 0 & T_{\perp}^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i\parallel}^o \\ A_{i\perp}^o \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} A_{i\parallel}^e \\ A_{i\perp}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{\parallel}^e & 0 \\ 0 & T_{\perp}^e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i\parallel}^e \\ A_{i\perp}^e \end{bmatrix},$$

其中 $T_{\parallel}^o = A_{i\parallel}^o / A_{i\parallel}^o$, $T_{\perp}^o = A_{i\perp}^o / A_{i\perp}^o$, $T_{\parallel}^e = A_{i\parallel}^e / A_{i\parallel}^e$, $T_{\perp}^e = A_{i\perp}^e / A_{i\perp}^e$ 为透射系数。

由于(1)式中的 \hat{A}_t^o 和 \hat{A}_t^e 可以根据 o 光和 e 光的偏振特性得出,因此先分析晶体内的折射光线,然后再利用边界条件(菲涅耳方程)导出(2)式中的 \hat{A}_t^o 和 \hat{A}_t^e ,最终给出入射光和折射光的琼斯矢量描述。

3 入射和折射光电场矢量的 o 分量

在晶体的主轴坐标系 $x'y'z'$ 中,可以做出波法线椭球,如图 2 所示。其中,光轴沿 z' 轴的方向。若给定晶体内折射光的波法线 s 的方向,则其振动状态有两种,o 振动的电位移矢量 D_o 。同时垂直于 OA 和 s_o (即 D_o 垂直于 o 光的主平面);e 振动的电位移矢量 D_{eo} 垂直于 s_{eo} ,但不垂直于 OA (即 D_{eo} 平行于 e 光的主平面)。实际上,o 光和 e 光在晶体内的波法线 s_o 和 s_{eo} 并不重合,有微小的分裂,为简便,图中统一用 s 表示。

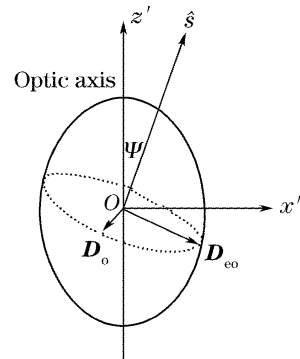


图 2 波法线椭球

Fig. 2 Ellipsoid of wave normals

由图 1 中的几何关系得光轴 OA 和 o 光波法线 s_o 的方向余弦分别为

$$\begin{cases} OA = (\cos \phi, \sin \phi, 0), \\ s_o = (\sin \theta_o, 0, -\cos \theta_o), \end{cases} \quad (4)$$

对于 o 光,其电场矢量 \hat{A}_t^o 和电位移矢量 D_t^o 在同一

方向上。由图 2 知, \mathbf{D}_i^o 同时垂直于 OA 和 \hat{s}_o , 则有

$$\hat{A}_i^o = \mathbf{D}_i^o = \pm OA \times \hat{s}_o = \pm \frac{(-\cos \theta_o \sin \phi, \cos \theta_o \cos \phi, -\sin \theta_o \sin \phi)}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_o}}, \quad (5)$$

其中“ \pm ”表示电场矢量的两个可能的方向。在此, 只选择其中的一种。

再由图 1 可以得出, o 振动平行于和垂直于入射面的单位矢分别为

$$\parallel^o = (\cos \theta_o, 0, \sin \theta_o), \quad \perp^o = (0, 1, 0), \quad (6)$$

将(5)式向(6)式中的两个分量作投影, 则有

$$\hat{A}_i^o = \begin{bmatrix} A_{i\parallel}^o \\ A_{i\perp}^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_i^o \cdot \parallel^o \\ \hat{A}_i^o \cdot \perp^o \end{bmatrix} = (1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_o)^{-1/2} \begin{bmatrix} -\sin \phi \\ \cos \theta_o \cos \phi \end{bmatrix}, \quad (7)$$

(7)式即为晶体内折射光场中 o 振动的单位矢。相应地, 入射光场中的 o 分量可以直接根据菲涅耳方程得出

$$\frac{A_{i\parallel}^o}{A_{i\parallel}^o} = T_{\parallel}^o = \frac{2 \sin \theta_o \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_o) \cos(\theta_i - \theta_o)}, \quad (8a)$$

$$\frac{A_{i\perp}^o}{A_{i\perp}^o} = T_{\perp}^o = \frac{2 \sin \theta_o \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_o)}, \quad (8b)$$

因此, 入射光电场矢量 o 分量的平行、垂直分量之比为

$$\frac{A_{i\parallel}^o}{A_{i\perp}^o} = \frac{T_{\perp}^o A_{i\parallel}^o}{T_{\parallel}^o A_{i\perp}^o} = \frac{T_{\perp}^o}{T_{\parallel}^o} \left(-\frac{\sin \phi}{\cos \theta_o \cos \phi} \right) = \frac{T_{\perp}^o}{T_{\parallel}^o} C_1, \quad (9)$$

则入射光电场矢量中 o 分量的单位矢可表示为

$$\hat{A}_i^o = \frac{1}{\sqrt{(T_{\perp}^o C_1)^2 + T_{\parallel}^{o2}}} \begin{bmatrix} T_{\perp}^o C_1 \\ T_{\parallel}^o \end{bmatrix} = \frac{1}{c_2} \begin{bmatrix} T_{\perp}^o C_1 \\ T_{\parallel}^o \end{bmatrix}, \quad (10)$$

其中 $c_2 = \sqrt{(T_{\perp}^o C_1)^2 + T_{\parallel}^{o2}}$ 是个归一化常数。

4 入射和折射光电场矢量的 e 分量

对于 e 分量, 并不能直接重复上述过程。这是由于晶体内 e 光的电场矢量和电位移矢量不在同一方向上, 如图 3 所示。由图可知, e 光的波法线 \hat{s} (E wave) 与玻印廷矢量 \mathbf{S} (E ray) 分别垂直于 \mathbf{D} 和 \mathbf{E} 。其中, e wave 通常可认为处于入射面内; 而 e ray 虽然仍处于 e 光的主平面内, 但不在入射面内。

要研究的是 e 振动的电场矢量, 对应的是 e ray 的传播方向。但是, 通常所说的 e 光的折射率却是针对 e wave 的, 其大小由下式决定:

$$\frac{1}{n_{eo}^2} = \frac{1}{n_o^2} \cos^2 \phi + \frac{1}{n_e^2} \sin^2 \phi, \quad (11)$$

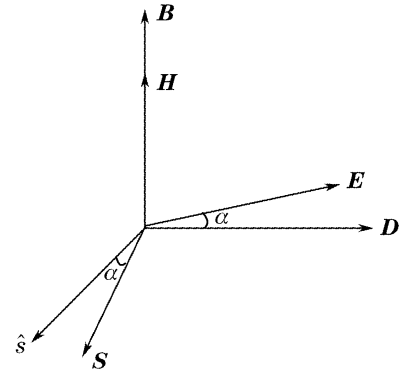


图 3 各向异性介质中波法线、场矢量及能流的方向

Fig. 3 Directions of the wave normals, field vectors and energy flow in an electrically anisotropic medium

其中 n_o 和 n_e 是晶体的两个主折射率, ϕ 表示光轴 OA 和波法线 \hat{s} 的夹角, 见图 2。因此, 电场矢量和电位移矢量之间的关系要由物质方程来联系。对于单轴晶体, 有,

$$D_{x'} = \epsilon_{rx'} E_{x'} = n_o^2 E_{x'}, \quad (12a)$$

$$D_{z'} = \epsilon_{rz'} E_{z'} = n_e^2 E_{z'}. \quad (12b)$$

综上所述可知, \hat{A}_i^e 不能直接得出, 但可以先表示出 \hat{D}_i^e 。在 (x, y, z) 坐标系中, 有

$$O\hat{A} = (\cos \phi, \sin \phi, 0), \quad (13)$$

$$\hat{s}_e = (\sin \theta_{eo}, 0, -\cos \theta_{eo}),$$

$$\hat{D}_i^e = \hat{s}_e \times (O\hat{A} \times \hat{s}_e) =$$

$$\frac{(\cos^2 \theta_{eo} \cos \phi, \sin \phi, -\sin \theta_{eo} \cos \theta_{eo} \cos \phi)}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_{eo}}}, \quad (14)$$

此时, 相应的平行和垂直分量分别为:

$$D_{i\parallel}^e = \frac{\cos \theta_{eo} \cos \phi}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_{eo}}}, \quad (15)$$

$$D_{i\perp}^e = \frac{\sin \phi}{\sqrt{1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta_{eo}}},$$

同时, 由图 2 可得

$$\hat{D}_i^e = \cos \psi_e \hat{x}' - \sin \psi_e \hat{z}', \quad (16)$$

利用物质方程(12a)和(12b), 则可以得到相应的电场矢量:

$$\mathbf{A}_i^e = \frac{\cos \psi_e}{n_o^2} \hat{x}' - \frac{\sin \psi_e}{n_e^2} \hat{z}', \quad (17)$$

且 \hat{D}_i^e 和 \mathbf{A}_i^e 之间的夹角 α 由下式决定:

$$\cos \alpha = \frac{\hat{D}_i^e \cdot \mathbf{A}_i^e}{|\hat{D}_i^e| \cdot |\mathbf{A}_i^e|} = \left(\frac{\cos^2 \psi_e}{n_o^4} + \frac{\sin^2 \psi_e}{n_e^4} \right)^{-1/2} \left(\frac{\cos^2 \psi_e}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \psi_e}{n_e^2} \right), \quad (18)$$

其中 ψ_e 由几何关系决定如下:

$$\cos \psi_e = O\hat{A} \cdot \hat{s}_e = \sin \theta_{eo} \cos \phi. \quad (19)$$

由于电场矢量 \mathbf{A}_i^e 仍然在 e 光的主平面内, 如图 3。因此, 根据几何关系有

$$\mathbf{A}_i^e = N(\sin \alpha \hat{s}_e + \cos \alpha \hat{D}_i^e), \quad (20)$$

其中 $N = \left(\frac{\cos^2 \phi_e}{n_o^4} + \frac{\sin^2 \phi_e}{n_e^4} \right)^{1/2}$ 。则其相应的平行、垂直分量也可得出：

$$\mathbf{A}_i^e = \begin{bmatrix} A_{i\parallel}^e \\ A_{i\perp}^e \end{bmatrix} = N \begin{bmatrix} \sqrt{\sin^2 \alpha + D_{i\parallel}^{e2} \cos^2 \alpha} \\ \cos \alpha D_{i\perp}^e \end{bmatrix}, \quad (21)$$

而 $\mathbf{A}_{i\parallel}^e$ 和 $\mathbf{D}_{i\parallel}^e$ 和之间的夹角 γ 由下式决定：

$$\tan \gamma = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha |D_{i\parallel}^e|}, \quad (22)$$

为了得出入射光电场的 e 分量, 需要考虑边界条件 (电场矢量的切线分量和磁场矢量的法线分量是连续的), 要再次运用菲涅耳方程。但考虑到 e ray 不在入射面内, 且折射率针对的是 e wave 等问题, 此时的磁场矢量应当表示为 $\mathbf{H} = \frac{1}{n_{eo}} \mathbf{s}_e \times \mathbf{D}_i^e$, 而相应的菲涅耳方程应当修正如下：

$$(A_{i\parallel}^e - A_{r\parallel}^e) \cos \theta_i = A_{i\parallel}^e \cos(\theta_{eo} + \gamma), \quad (23a)$$

$$A_{i\perp}^e + A_{r\perp}^e = A_{i\perp}^e, \quad (23b)$$

$$(A_{i\perp}^e - A_{r\perp}^e) \cos \theta_i = \cos \theta_{eo} D_{i\perp}^e / n_{eo}, \quad (23c)$$

$$A_{i\parallel}^e + A_{r\parallel}^e = D_{i\parallel}^e / n_{eo}, \quad (23d)$$

既然 $D_{i\parallel}^e$ 、 $D_{i\perp}^e$ 、 $A_{i\parallel}^e$ 和 $A_{i\perp}^e$ 在前面都已经得出了。因此, 由上面的方程组可以解出：

$$A_{i\parallel}^e = \frac{1}{2} \left[\frac{D_{i\parallel}^e}{n_{eo}} + A_{i\parallel}^e \cos(\theta_{eo} + \gamma) / \cos \theta_i \right], \quad (24a)$$

$$A_{r\parallel}^e = \frac{1}{2} \left[\frac{D_{i\parallel}^e}{n_{eo}} - A_{i\parallel}^e \cos(\theta_{eo} + \gamma) / \cos \theta_i \right], \quad (24b)$$

$$A_{i\perp}^e = \frac{1}{2} (A_{i\perp}^e + \cos \theta_{eo} D_{i\perp}^e / n_{eo} \cos \theta_i), \quad (24c)$$

$$A_{r\perp}^e = \frac{1}{2} (A_{i\perp}^e - \cos \theta_{eo} D_{i\perp}^e / n_{eo} \cos \theta_i), \quad (24d)$$

所以, 入射光场中 e 分量的单位矢可以表示为

$$\mathbf{A}_i^e = \frac{1}{\sqrt{1 + C_3^2}} \begin{bmatrix} C_3 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中 $C_3 = A_{i\parallel}^e / A_{i\perp}^e$ 。

5 入射光和折射光的琼斯矢量描述

任意偏振态入射光的电场矢量可以表示为 (2) 式的形式。考虑到 \hat{A}_i^o [(10) 式] 和 \hat{A}_i^e [(25) 式] 并不严格垂直, 必须利用几何关系进行分解。得

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_i &= \begin{bmatrix} A_{i\parallel} \\ A_{i\perp} \end{bmatrix} = \frac{A_{i\parallel} - A_{i\perp} C_3}{C_1 T_{\perp}^o - C_3 T_{\parallel}^o} \begin{bmatrix} T_{\perp}^o C_1 \\ T_{\parallel}^o \end{bmatrix} - \\ &\frac{A_{i\parallel} T_{\parallel}^o - A_{i\perp} T_{\perp}^o C_1}{C_1 T_{\perp}^o - C_3 T_{\parallel}^o} \begin{bmatrix} C_3 \\ 1 \end{bmatrix} = \\ &a \begin{bmatrix} T_{\perp}^o C_1 \\ T_{\parallel}^o \end{bmatrix} - b \begin{bmatrix} C_3 \\ 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (26)$$

折射光的总电场矢量可以表示为

$$\mathbf{A}_t = \begin{bmatrix} A_{t\parallel} \\ A_{t\perp} \end{bmatrix} = a \begin{bmatrix} T_{\parallel}^o T_{\perp}^o C_1 \\ T_{\perp}^o T_{\parallel}^o \end{bmatrix} - b \begin{bmatrix} T_{\parallel}^o C_3 \\ T_{\perp}^o \end{bmatrix}, \quad (27)$$

上述方法也可用于分析双折射晶体中 o 光和 e 光各场矢量的表示及相位差的计算, 或用于推导双折射滤波片的琼斯矩阵, 其过程较为复杂, 本文暂不讨论。

6 数值计算与比较

假设有一束单色平面波以一定的角度投射到石英晶体表面。对于 o 分量, 传统的计算方法与我们的推导并没有区别, 因此。仅以 e 分量为例进行比较。同时, 由修正后的菲涅耳方程式 (24) 可以看出, 对有关平行分量的 (24a) 式和 (24b) 式进行了修正, 而有关垂直分量的 (24c) 式和 (24d) 式与原始的方程没有区别。因此, 只以平行分量的透射系数为例进行比较。在此, 选用两种主折射率差不同的晶体进行计算。

对于石英晶体, 当光波长为 $\lambda = 589.3 \text{ nm}$ 时, 其主折射率为 $n_o = 1.543$, $n_e = 1.552$; 入射角选为 $\theta_i = 60^\circ$ 。则当光轴的转角 ϕ 从 0° 变到 180° 时, 根据原始的非涅耳方程与修正后的菲涅耳方程所计算出来的 T_{\parallel}^e 的差别如图 4(a) 所示。此时相应的 \mathbf{D}_i^e 、 \mathbf{A}_i^e 和 $\mathbf{A}_{t\parallel}^e$ 、 $\mathbf{D}_{t\parallel}^e$ 之间的差别 (即 α 和 γ) 如表 1 所示。

表 1 e 光电场矢量与电位移矢量的差别 (石英, $\theta_i = 60^\circ$)

Table 1 Difference between electric field vector and displacement vector of the e ray (quartz, $\theta_i = 60^\circ$)

$\phi / (^\circ)$	$\alpha / (^\circ)$	$\gamma / (^\circ)$	$\theta_o - \theta_{eo} / (^\circ)$
20	0.299	0.326	0.163
40	0.259	0.368	0.184
60	0.180	0.416	0.207
80	0.065	0.447	0.223
100	0.064	0.447	0.223
120	0.179	0.416	0.208
140	0.259	0.368	0.184
160	0.299	0.326	0.163

对于方解石晶体, 则当光波长为 $\lambda = 589 \text{ nm}$ 时, 其主折射率为 $n_o = 1.6584$, $n_e = 1.4864$; 差别如图 4(b)、表 2 所示。

若光轴的方向保持不变 (例如取 $\phi = 30^\circ$), 而入射角从 0° 变到 90° , 此时 α 、 γ 及 $\theta_o - \theta_{eo}$ 的变化规律如图 5 所示。

比较图 4 可以看出: 菲涅耳方程修正前后平行分量的透射系数都有一定的差别。而且, 对于主折射率相差越大的晶体, 这种差别越明显。另外, 还可以看到, 正晶体与负晶体透射系数的变化趋势不同。

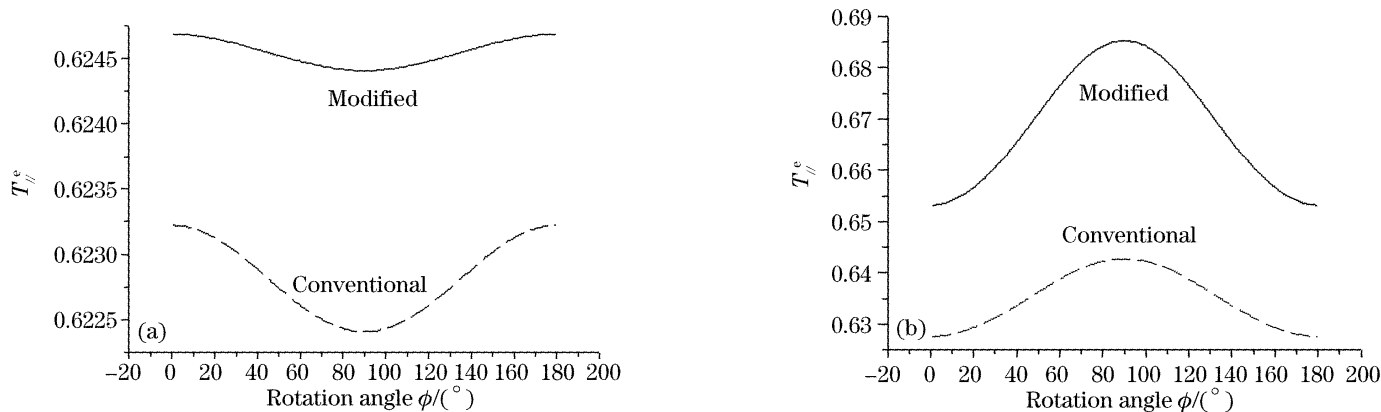


图 4 石英(a),方解石(b)菲涅耳方程修正前后平行分量折射系数比较

Fig. 4 Difference of between conventional and modified paralled components of quartz (a), calcite (b) in Fresnel equation

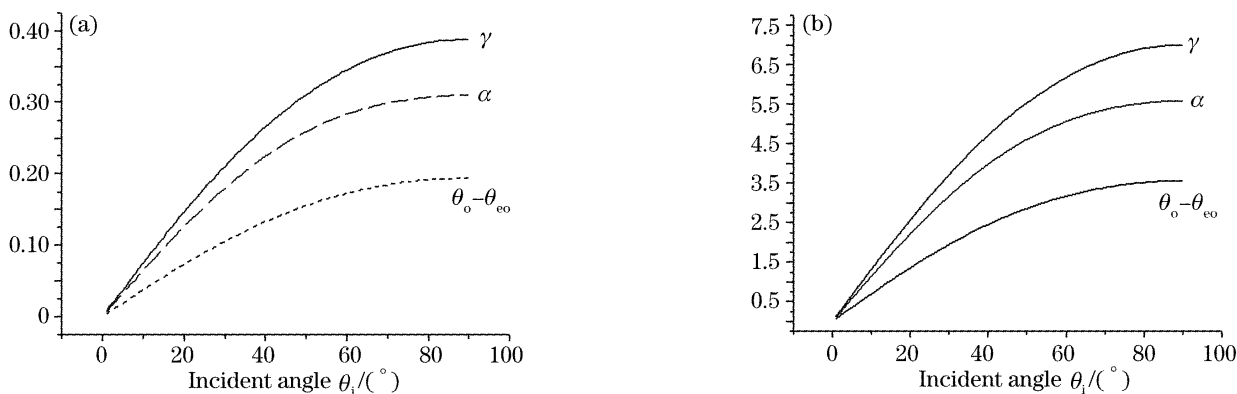


图 5 石英(a),方解石(b)入射角变化时 α, γ 及 $\theta_o - \theta_{eo}$ 的变化

Fig. 5 Variation of α, γ and $\theta_o - \theta_{eo}$ with the incident angle of quartz (a), calcite (b)

表 2 入射角为 60° 时 e 光电场矢量与电位移矢量的差别(方解石, $\theta_i = 60^\circ$)

Table 2 Difference between electric field vector and displacement vector of the e ray (calcite, $\theta_i = 60^\circ$)

$\phi / (^\circ)$	$\alpha / (^\circ)$	$\gamma / (^\circ)$	$\theta_o - \theta_{eo} / (^\circ)$
20	5.363	5.858	3.006
40	4.603	6.565	3.379
60	3.170	7.395	3.819
80	1.140	7.952	4.116
100	1.130	7.953	4.117
120	3.162	7.399	3.821
140	4.598	6.570	3.381
160	5.361	5.861	3.007

由表 1、2 及图 5 可以看出,无论是变化光轴的转角还是变化入射角, α 和 γ 的大小与晶体内 o、e 光波法线的分裂角 $\theta_o - \theta_{eo}$ 可比。而且对于主折射率相差越大的晶体 α 和 γ 的值也越大。这说明,在双折射现象中,不仅 o 光和 e 光的空间分裂不可忽略,而且 e 光的电场矢量和电位移矢量之间的差别也不可忽略。这种差别在计算相位差或是推导波片

的琼斯矩阵时可能引起较大的不精确,特别是对于那些要求很高测量精度的问题。

7 结 论

本文通过具体的数值计算说明了双折射晶体内 e 光的电场矢量和电位移矢量间的差别不可忽略。为了更明确地表示入射光和折射光的偏振状态,借助于波法线椭球和物质方程,我们将入射光和折射光的电场矢量分解为 o 分量和 e 分量,并将之投影到垂直于和平行于入射面的两个分量上。入射光电场分量和折射光电场分量之间的联系用透射系数表示,同时,为了满足 e 光的边界条件,我们对菲涅耳方程进行了一定的修正。并以两种不同材料的晶体为例比较了修正前后 e 光透射系数的差别。最终给出了入射光和折射光电场矢量的琼斯矩阵描述。

参 考 文 献

- 1 M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics* [M]. New York: Pergamon Press, 1975. 665~668
- 2 Zhang Juan, Liu Liren, Zhang Yu *et al.*. Flattening optimization of special transmittance for birefringent filter[J]. *Acta Optica*

- Sinica*, 2003, **23**(4): 426~430 (in Chinese)
张 娟, 刘立人, 张 煜 等. 双折射滤波器光谱透射率函数的平坦优化计算[J]. *光学学报*, 2003, **23**(4): 426~430
- 3 Cheng Guanghua, Wang Yishan, Yu Lianjun *et al.*. The function of a Brewster angle positioned birefringent filter in improvement of intracavity frequency doubling[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 284~288 (in Chinese)
程光华, 王屹山, 于连君 等. 布氏角放置的双折射滤光片在腔内倍频中的作用[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 284~288
- 4 Liang Zhixia, Li Guohua, Shao weidong *et al.*. Study of the optimal thickness ratio of the birefringent filter[J]. *Chin. J. Lasers*, 2000, **27**(7): 601~605 (in Chinese)
梁志霞, 李国华, 邵卫东 等. 双折射滤光片最佳厚度比的研究[J]. *中国激光*, 2000, **27**(7): 601~605
- 5 E. Cajocar. Direction cosines and vectorial relations for extraordinary-wave propagation in uniaxial media [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(1): 302~306
- 6 Zhongxing Shao. Refractive indices for extraordinary wave in uniaxial crystals[J]. *Phys. Rev.*, 1995, **52**(1): 1043~1048
- 7 E. Cajocar. Explicit relations for the extraordinary-ray trajectory at the back of a rotating uniaxial birefringent plate[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(34): 8886~8888
- 8 D. R. Preuss, J. L. Gole. Three-stage birefringent filter tuning smoothly over the visible region; the theoretical treatment and experimental design[J]. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(5): 702~710
- 9 Xiaonong Zhu. Explicit Jones transformation matrix for a tilted birefringent plate with its optic axis parallel to the plate surface [J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(16): 3502~3506
- 10 Jürgen Mentel, Eberhard Schmidt, Thomas Mavrudis. Birefringent filter with arbitrary orientation of the optic axis; an analysis of improved accuracy[J]. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(24): 5022~5029