

文章编号: 0253-2239(2007)01-0148-7

# 强外加电场与大调制度下光折变动力学 光栅形成研究\*

李大汕 刘立人 刘德安 闫爱民 栾竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要:** 强外加电场与大调制度在光折变效应的研究中已经得到了广泛应用。采用 PDECOL 算法, 严格求解光折变带运输方程, 得到外加电场时不同调制度下光折变晶体中随时间变化的空间电荷场、载流子浓度, 并讨论了外加电场对它们的影响。通过将物质方程与耦合波方程联立数值求解, 可得到光折变光栅形成过程中两波耦合增益系数以及光束条纹相位的变化。模拟结果表明, 在强外加电场作用下, 两束记录光之间的光强与相位耦合都得到了增强, 而原有的解析式忽视了强外加电场与大调制度对空间电荷场相位耦合的影响, 此时不再适用。同时发现折射率光栅与记录光束条纹均发生弯曲, 并不再保持平行。

**关键词:** 非线性光学; 体光栅; 直线法; 大调制度; 强外加电场

中图分类号: O438.1 文献标识码: A

## Photorefractive Grating Dynamics under Large Modulation and Strong Applied Electric Field

Li Dashan Liu Liren Liu Dean Yan Aimin Luan Zhu

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** Strong applied electric field and large modulation have been widely applied in photorefractive effect research. Photorefractive band transport equations are rigorously solved based on the algorithm of general collocation software for partial differential equations (PDECOL). Temporal evolutions of space-charge field and charge carrier density in photorefractive crystal have been achieved under different light modulations, and effects of an applied electric field have also been considered. Material equations and coupled wave equations are jointly solved to get the coupling coefficient and phase shift of light pattern during the dynamic procedure of photorefractive grating formation. It is found that, under strong modulation, the intensity coupling and phase coupling between two recording beams are both markedly enhanced, while the analytic equations, which neglect the effects of strong applied electric field and large light modulation on the coupling of the phase of the space charge field, are not valid any more. Numerical results also show that both the light pattern and index grating are bent and do not keep parallel.

**Key words:** nonlinear optics; volume grating; method of lines; large modulation; strong applied electric field

## 1 引 言

光折变效应是电光材料在光辐射下由光强的空间分布引起的材料折射率相应变化的一种非线性光学现象。自从 1967 年被发现以来, 由于其在体全息存储、光信息处理、集成光学等领域中的重要应用

价值而得到人们的重视<sup>[1~4]</sup>。1979 年, Kukhtarev 建立了带运输模型, 通过一组非线性偏微分方程来描述光折变效应。在利用这一模型来进行分析时, 通常限定入射的相干光调制度  $m \ll 1$ , 使方程线性化易于求解。但在实际应用中, 大部分情况下光调制

\* 国家自然科学基金(60177016)资助课题。

作者简介: 李大汕(1979-), 男, 福建长乐人, 博士研究生, 主要从事光折变理论与实验方面的研究。

E-mail: lidashan@gmail.com

导师简介: 刘立人(1942-), 男, 上海人, 研究员, 博士生导师, 主要从事光通信、衍射光学、光折变、光计算、光学图像处理方面的研究。

收稿日期: 2006-04-06; 收到修改稿日期: 2006-05-17

度  $m$  接近于 1, 此时线性理论<sup>[5]</sup>不再适用。为了描述大调制度时的非线性响应, 对应于各种特殊情况的解析或数值的方法相继被提出。Moharam 等<sup>[5,6]</sup>给出了任意调制深度时的空间电荷场的解析表达式, 但他们假定稳态空间电荷场远远大于外加电场。Refregier 等<sup>[7,8]</sup>则提出用经验公式来修正大调制度下空间电荷场与光调制度之间的关系。Serrano 等<sup>[9~12]</sup>分别用微扰法、有限差分法, 计算和模拟了光折变非线性响应的记录和擦除动力学特性。周忠祥等<sup>[13]</sup>则应用微扰法于“跳跃模型”<sup>[14]</sup>, 讨论了大调制度下外加电场对各阶空间电荷场建立的影响。

以上方法均包含一定的近似和简化, 尤其是在分析稳态空间电荷场时, 没有考虑其相位变化, 无法准确分析体全息记录过程中的光耦合效应。本文提出了一种基于偏微分方程通用求解算法 (PDECOL)<sup>[15]</sup>的数值计算方法来求解带输运方程, 其基本思路是将难于直接求解的偏微分方程, 通过空间离散化, 转化为一组仅以时间为变量的半离散的且易于求解的常微分方程组, 求解此常微分方程组, 最终可以得到原始偏微分方程组的解; 而在求解耦合波方程时, 利用有限元法可以得到很高的求解精度<sup>[16]</sup>。

利用数值方法, 本文求得任意调制度下空间电荷场分布的时间演化及其稳态解, 并讨论了不同调制度下外加电场对空间电荷场的影响; 同时联立带输运方程和两波耦合方程进行数值求解, 模拟了光折变晶体中两波耦合的动态过程。发现了外加强电场作用下, 晶体中两波耦合增益大大增强, 此时文献<sup>[5]</sup>给出的解析表达式不再适用。利用本文中分析得到的结果, 可以更为精确地对光折变晶体中记录体全息过程进行分析和指导。

## 2 理论模型

### 2.1 带输运方程

在光折变晶体中记录体全息如图 1 所示。  $V$  为  $x$  轴方向的外加电场, 光轴方向也与  $x$  轴平行。在不考虑光生伏打效应时, 光折变晶体中的非线性响应过程, 可以由带输运模型得到如下一组方程来描述:

$$\frac{\partial N^+}{\partial t} = (sI + \beta)(N - N^+) - \gamma N^+ n, \quad (1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N^+}{\partial t} + \nabla \cdot (\mu n E + D \nabla \cdot n), \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon \epsilon_0 E) = q(N^+ - N_A - n), \quad (3)$$

其中  $N, N^+, n, N_A$  分别表示施主数密度、电离施主密度、载流子密度和受主数密度;  $\beta$  是热激发率;  $s$  是光激发常量;  $\mu$  是载流子迁移率;  $q$  是电子电荷;  $\gamma$  是载流子复合常量;  $\epsilon$  是晶体的介电常量;  $\epsilon_0$  是真空中介电常量;  $D$  是扩散系数;  $E$  为晶体内的总电场, 等于外加电场  $E_a$  与被记录的内电场  $E_{sc}$  之和。

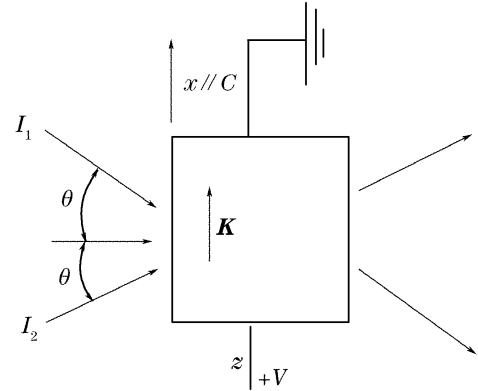


图 1 光折变体全息记录

Fig. 1 Arrangement for photorefractive volume holographic recording

将(3)式对时间求导, 可以得到

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \epsilon \epsilon_0 E}{\partial x} \right) = -D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} - \frac{\partial (\mu n E)}{\partial x}. \quad (4)$$

利用基于直线法的偏微分方程求解算法 PDECOL<sup>[12]</sup>来求解(1)、(2)、(4)式组成的偏微分方程组。首先, 采用有限元配置法在  $x$  轴上一个光栅周期  $\Delta$  内对(1)式、(2)式、(4)式中的变量进行空间离散, 将光栅周期划分为  $N$  个等间距的网格; 其次, 取二次  $B$  样条多项式作为单元子空间的基函数, 并采用高斯配置法, 在每个空间单元上取一个配置点。若  $N$  为空间单元数, 则配置点个数  $N_c = N + 2$ , 则变量的近似解可用如下式子表示:

$$U(t, y) = \sum_{i=1}^{N_c} c_{i,k}(t) \phi_i(y),$$

其中  $U(t, y)$  代表(1)式、(2)式、(4)式中的未知物理量,  $c_{i,k}(t)$  是只随时间变化的未知系数,  $\phi_i(y)$  是已知的二次分段连续多项式, 这里采用  $B$  样条基函数; 然后, 将上述空间离散表达式代入(1)式、(2)式、(4)式, 即可化简得到一个关于时间的常微分方程组; 最后, 求解化简得到的常微分方程组得到系数  $c_{i,k}(t)$  的解, 再利用上述表达式, 即可得到带输运方程中变量的解。

此方法具有较高的求解效率, 不需要很多的计算时间。提高求解精度的一个途径是采用更多的空间单元数。光调制度  $m$  越大, 一个光栅周期(内需要

划分的单元数越多。但是当  $m \ll 1$  时, 过少的空间单元数会降低求解效率, 仍需取一定的单元数才可得到最佳的求解效率与精度。提高求解精度的另一途径就是选用更高级次的 B 样条多项式。

### 2.2 耦合波方程

入射光折变晶体的相干光条纹表示为

$$I = I_0(1 + m \cos kx), \quad (5)$$

其中  $k = 2\pi/\Lambda$  是体光栅的波矢,  $I_0 = I_1 + I_2$ 。

在不考虑晶体对光的吸收时, 耦合波方程可以表示为

$$\begin{cases} \frac{dI_1}{dz} = -\Gamma \sin \Phi \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}, \\ \frac{dI_2}{dz} = \Gamma \sin \Phi \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2}, \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\Gamma \sin \Phi = 2\pi n_1 \sin \Phi / (m\lambda \cos \theta)$ ,  $\Phi$  是体光栅相对干涉条纹的相移,  $\lambda$  是入射光波长,  $\theta$  是入射角。  $n_1 = n_0^3 r E_1$ , 其中  $n_0$  是晶体折射率,  $E_1$  是空间电荷场基频分量,  $r$  是有效电光系数。光调制度  $m$  在晶体中随着厚度变化:

$$m(z) = 2 \sqrt{I_1(z) I_2(z)} / I_0, \quad (7)$$

则光强  $I_1, I_2$  可以用下式表达:

$$\begin{cases} I_1(z) = \frac{I_0}{2} [1 \pm \sqrt{1 - m(z)^2}], \\ I_2(z) = \frac{I_0}{2} [1 - (\pm) \sqrt{1 - m(z)^2}], \end{cases} \quad (8)$$

当  $I_1 \geq I_2$  时取“+”, 当  $I_1 < I_2$  时取“-”。

本文中利用文献[16]介绍的有限元法数值求解耦合波方程(6)。文献[16]中结果表明, 将有限元方法应用于数值求解耦合波方程(6), 采用很少的空间单元即可获得很高的求解精度。

## 3 数值计算

表 1 给出了光折变记录体全息研究中所涉及到

的物理量的取值。

表 1 计算中用到参量的数值

Table 1 Numerical parameters for the computation	
Average light intensity, $I_0 / (\text{W}/\text{m}^2)$	50
Grating period, $\Lambda / \text{m}$	$10^{-6}$
Electro-optic coefficient, $r$	$5.0 \times 10^{-12}$
Dielectric constant, $\epsilon$	$56\epsilon_0$
Refractive index, $n_0$	2.53
Acceptor density, $N_A / \text{m}^{-3}$	$10^{22}$
Donor density, $N / \text{m}^{-3}$	$10^{25}$
Photo-excitation coefficient, $s / (\text{m}^2/\text{J})$	$2.0 \times 10^{-5}$
Recombination coefficient, $\gamma / (\text{m}^3/\text{s})$	$1.6 \times 10^{-17}$
Initial light modulation, $m_0$	0.9
Thickness of crystal, $d / \text{cm}$	1
Electron mobility, $\mu / (\text{m}^2/\text{Vs})$	$3.0 \times 10^{-6}$
Applied electric field, $E_a / (\text{V}/\text{m})$	$5.0 \times 10^5$
Thermal excitation rate, $\beta / \text{s}^{-1}$	0

### 3.1 物质方程求解

利用 2.1 中描述的数值算法, 在不同的  $m$  值下, 分别求解物质方程。当  $m$  很小时, 得到的结果与线性理论相一致。而当  $m$  逐渐增大时, 则表现出很强的非线性。

图 2 是在一个光栅周期内, 当  $m = 0.3$  和  $m = 0.9$  时载流子浓度随时间的变化, 可以看出, 当光入射时间很短时, 载流子的空间分布接近正弦形。由于外加电场的存在, 随着时间的变化, 载流子浓度空间分布逐渐变形, 并且在电场方向上发生位移。当达到或接近饱和时, 其分布已经明显不对称, 完全偏离正弦形。而由图 3 可以看出, 空间电荷场分布随时间也有相似的变化。

而图 4(a) 则表明有外加电场时, 晶体的空间电荷场振幅比无外加电场时增大很多; 并且当  $m$  较小时, 空间电荷场振幅在全息记录开始阶段有明显的振荡,  $m$  增大, 振荡逐渐消失。此结果与文献[17]中在

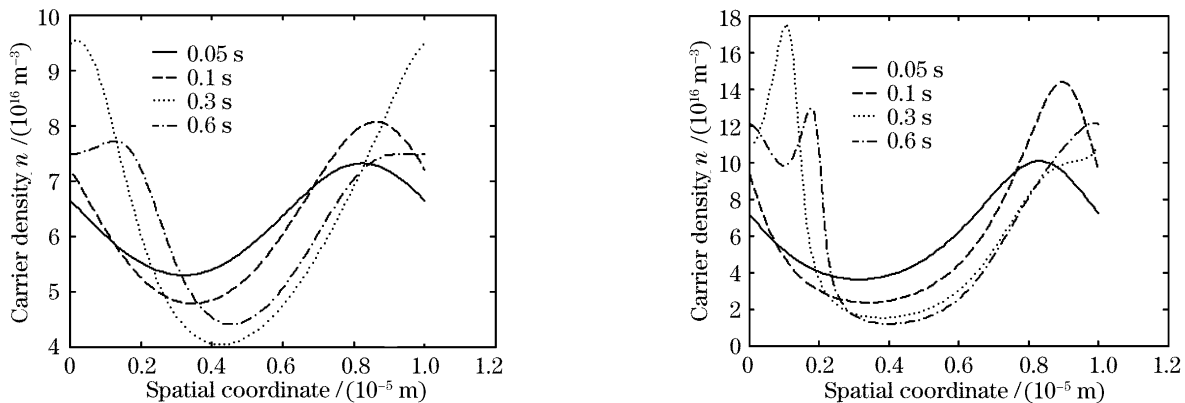


图 2 载流子浓度随时间变化。(a)  $m=0.3$ , (b)  $m=0.9$

Fig. 2 Time evolution of carrier density. (a)  $m=0.3$ , (b)  $m=0.9$

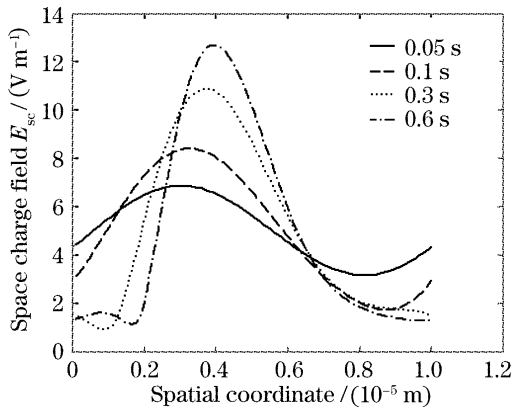


图3  $m=0.9$  时空间电荷场分布随时间变化  
Fig. 3 Time evolution of the space charge field distribution when  $m=0.9$

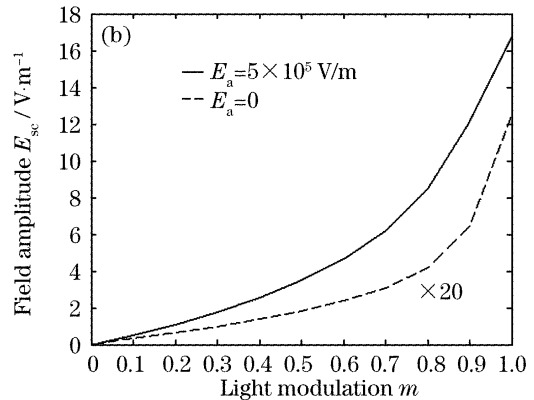
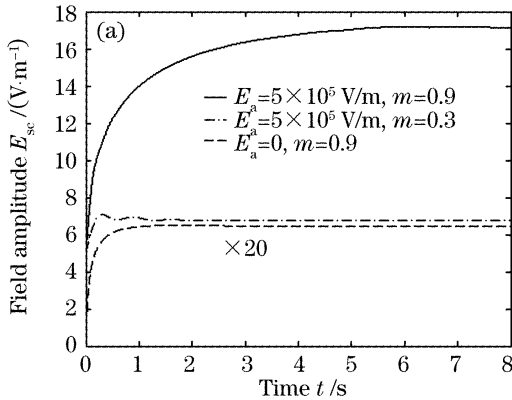


图4 空间电荷场振幅(a) 随时间, (b) 随光调制度的变化曲线, 为了对比无外加电场时的数值放大了 20 倍  
Fig. 4 Evolution of the space charge field amplitude (a) with time, (b) with light modulation. For comparison the amplitude with no applied electric field is magnified by a factor of 20

$$\begin{cases} E_1 = E_e f(pm) \cos[Kx - \varphi(z) - \phi_0], \\ E_e = 2 \sqrt{(E_a - E_V)^2 + E_D^2}, \\ f(pm) = (1 - \sqrt{1 - p^2 m^2}) / (pm), \\ \tan \phi = E_D / (E_a - E_V), \end{cases} \quad (9a)$$

$$f(pm) = (1 - \sqrt{1 - p^2 m^2}) / (pm), \quad (9b)$$

$$\tan \phi = E_D / (E_a - E_V), \quad (9c)$$

其中  $K$  为体光栅波矢值,  $E_D = Kk_b T/q$  为扩散场,  $E_V = 0$  为光生伏打电压,  $p = sI_0 / (sI_0 + \beta)$ ,  $f(pm)$  是电场强度对光调制度  $m$  的非线性响应。但是我们发现当满足  $E_D \gg E_a$  时, 由本文的数值方法模拟得到结果与(9) 式的结果十分接近; 当不满足  $E_D \gg E_a$  甚至  $E_a \gg E_D$  时, 数值求解得到耦合增益系数  $\Gamma \sin \Phi$  要远大于(9) 式得到的值。实际上, 由(9) 式可以得到:

$$\Gamma \sin \Phi = \frac{2\pi n_1 \sin \Phi}{\lambda m \cos \theta} = \frac{2\pi n^3 r E_e}{\lambda m \cos \theta} \frac{E_D}{\sqrt{(E_a - E_V)^2 + E_D^2}} = \frac{4\pi n^3 r E_D}{\lambda m \cos \theta}, \quad (10)$$

即当光调制度  $m$  一定时, 耦合增益系数与扩散场  $E_D$  成正比, 而与外加电场  $E_a$  无关。

线性理论下求得的解析解吻合。同时发现无外加电场时, 在整个全息记录过程中, 空间电荷场分布一直保持近似正弦形状, 并且只需更短的时间就达到稳态, 而且不论  $m$  值多大, 空间电荷场振幅均无振荡。而两种情形下, 其空间电荷场振幅随光调制度变化曲线形状相近, 如图 4(b) 所示。

### 3.2 非线性两波耦合: 光强与相位的变化

为了求解光折变晶体中的耦合增益系数时, 首先要数值求解物质方程, 得到稳态时的空间电荷场, 再利用傅里叶分解得到空间电荷场基频分量  $E_1$  及其相位  $\Phi$ , 从而得到耦合系数  $\Gamma \sin \Phi$ 。而在文献[5] 中, Guo Yinchun 等给出了空间电荷场基频分量  $E_1$  及其相位  $\Phi$  如下:

从图 5(a) 可以看出由(9a) 式得到的  $E_1$  与数值模拟的结果十分接近, 尤其是当外加电场较小时。但是影响光耦合系数的另一个因素  $\sin \Phi$ , 只有当  $E_a$  较小时, 数值结果与(9) 式得到的结果才比较接近; 当  $E_a$  逐渐增大时, 两者之间的差别也逐渐增大。同样的现象也出现在图 5(c) 中。并且经过计算还可以发现, 当光调制度较小时  $m=0.1$ , 同样可以得到与图 5 中曲线类似的结果。

考虑在晶体中光耦合时, 光调制度  $m$  与增益系数  $\Gamma \sin \Phi$  都随着晶体的厚度而变化。由(9) 式可以看出, 当  $E_a$  不变时,  $\sin \Phi$  并不随着光调制度  $m$  而变化; 但是数值结果表明  $\sin \Phi$  随着光调制度增大而增大。因此虽然两种方法得到的  $E_1$  依然十分接近(尤其当  $m$  很小时), 但是其耦合增益却有很大的差异, 如图 6 所示。从图 6(b) 还可以看出  $E_D$  不变时, 由(9) 式得到的  $\Gamma \sin \Phi$  在不同的外加电场  $E_a$  下, 具有相同的变化曲线, 但是数值结果表明加大外加电场  $E_a$  可以在耦合过程中获得更大的增益。

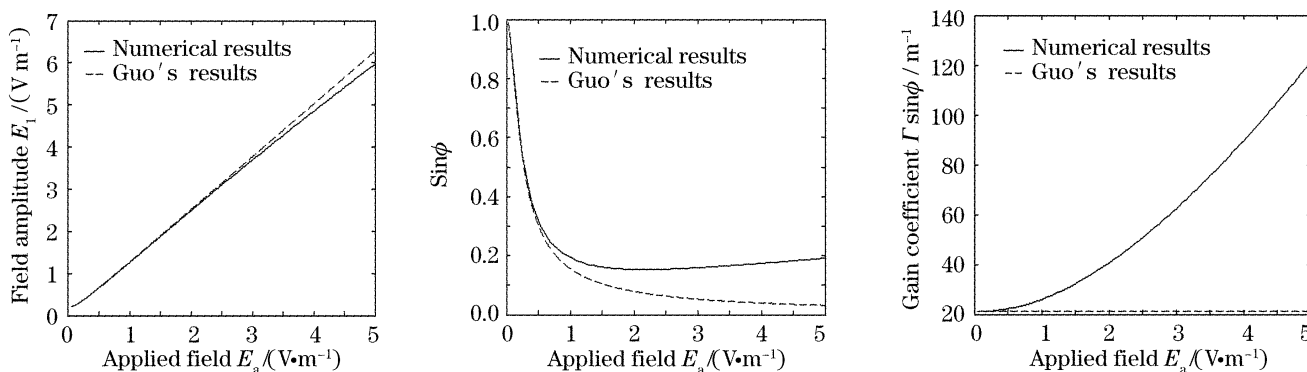


图 5 当  $m=0.9$  时, (a) 空间电荷场振幅基频分量  $E_1$ , (b)  $\sin \Phi$ , (c) 耦合增益系数  $\Gamma \sin \Phi$  随外加电场  $E_a$  的变化曲线

Fig. 5 Evolution of (a) first-order Fourier component of space charge field  $E_1$ , (b)  $\sin \Phi$ , (c) gain coefficient with applied electric field when  $m=0.9$

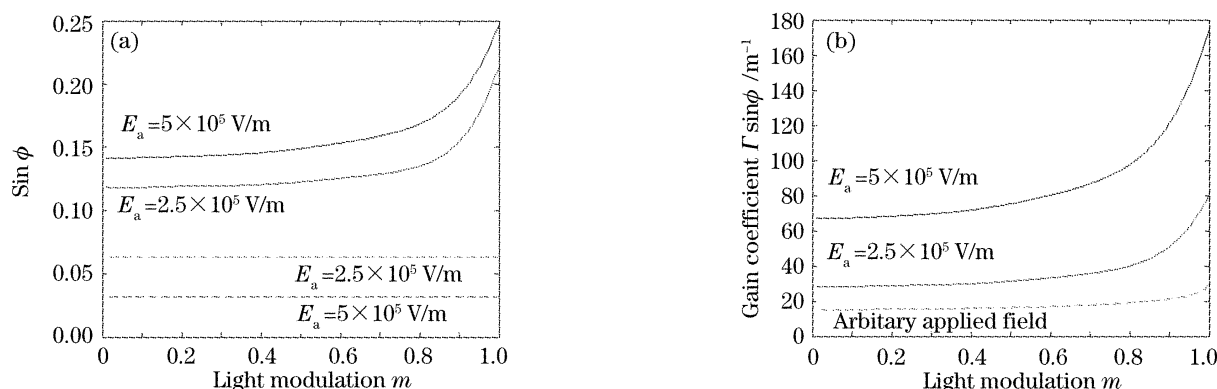


图 6 (a)  $\sin \Phi$  与 (b) 耦合增益系数  $\Gamma \sin \Phi$  随光调制度  $m$  的变化 [实线: 数值结果; 虚线: 由 (9) 式所得结果]

Fig. 6 Evolution of (a)  $\sin \Phi$ , (b)  $\Gamma \sin \Phi$  with light modulation  $m$ . Solid curve: numerical solution.

Dashed curves: solution by Eq. (9)

为了求解光在晶体中传播时光强的变化, 采用如下方法: 将晶体沿厚度方向分成薄层 (薄层厚度约为 0.01 cm), 近似认为在同一薄层中增益系数为常量; 首先采用边界上的已知入射光场和光强调制度, 用有限元法数值求解方程 (6), 得到出射光强度与光调制度; 由图 5 的结果得到出射光调制度下的增益系数, 作为下一薄层的增益系数; 上述出射光场作为下一薄层的入射光场, 再次求解方程, 依次重复到最后一个

薄层。最终可以得到沿着晶体厚度方向增益系数与光强的变化, 如图 7、图 8 所示。从图 7 可以看出与图 6(b) 相对应, 当外加电场不同时由 (9) 式得到的增益系数随厚度的变化曲线依然重合。图 7 中外加电场  $E_a = 5.0 \times 10^5$  V/m 对应的增益系数曲线, 在达到最大值时, 光调制度  $m$  也达到最大值 1, 与此相对

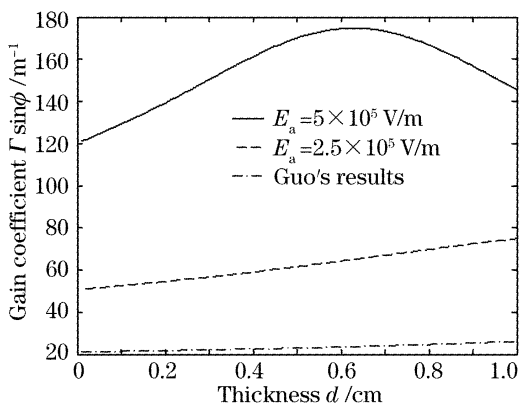


图 7 增益系数随晶体厚度的变化

Fig. 7 Gain coefficient as a function of crystal thickness

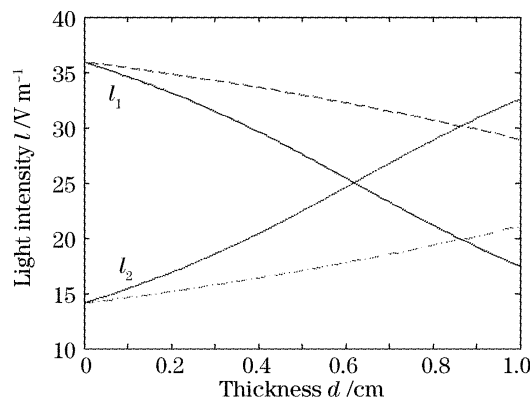


图 8 光强随晶体厚度的变化 [实线: 数值结果; 虚线: 由 (9) 式所得结果]

Fig. 8 Light intensities as a function of crystal thickness (solid curve for numerical solution, dashed curves— derived from solution by Eq. (9))

应图 8 中的两束光强正好相等。可以看出实际上在晶体中两束光要比(9)式估计的更快达到相等。

在发生光强耦合的同时,由于外加电场的存在, $\Phi \neq \pm \pi/2$ ,两束光之间存在相位耦合,使得两束记录光的相位沿晶体厚度方向发生变化,此时两束光之间的相位差可以表示为<sup>[18]</sup>

$$\frac{d\psi}{dz} = \Gamma \cos \Phi \frac{I_1 - I_2}{2I_0}, \quad (11)$$

图 9 给出了记录光条纹的相位随晶体厚度的变化,可以看出对应图 9 中光强的变化,由(9)式得到记录光条纹相位变化也很缓慢。实际上,由于外加电场的存在,记录光条纹随着晶体厚度的变化相移明显;并且由于空间电荷场  $E_1$  相对于记录光条纹的相移也随晶体厚度发生变化,此时,折射率光栅条纹发生弯曲,折射率光栅条纹与记录光条纹也不再保持平行,在从记录了光栅的晶体中读出信息时也必须考虑到这些情况。文献[19]中,给出了在外加电场作用下,实验中不同的光折变晶体中记录的弯曲的光栅条纹;而文献[20]则提出了一种测量由于高增益、强耦合的造成弯曲的光栅条纹的相移的技术。文献[21,22]分析了由于光栅条纹倾斜对体全息读出时衍射效率的影响;文献[23]分析了光折变晶体中光栅由于扭曲对波分复用的影响。光栅条纹弯曲已经在很多应用与理论研究上引起了重视,而利用本文提供的方法可以很方便地来分析这一现象。

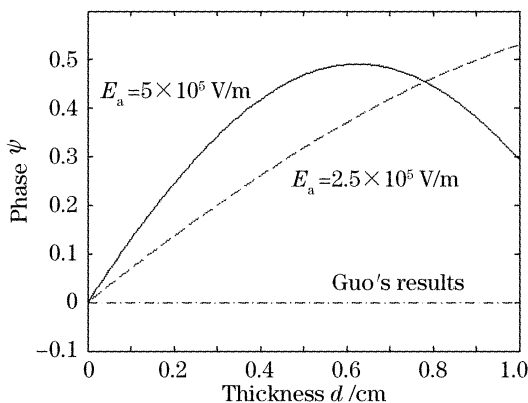


图 9 记录光条纹相位随晶体厚度的变化

Fig. 9 Phase of light pattern as a function of crystal thickness

## 4 结 论

本文采用了一种新的数值方法来严格求解光折变带运输方程,得到在大调制度下物质方程空间电荷场、载流子浓度等变量的变化过程,对于在外加电场下,空间电荷场分布随时间和光调制度的变化有了更清晰的认识。并将物质方程与耦合波方程联立

求解,得到不同外加电场与光调制度下耦合增益系数,发现在外加强电场以及大调制度前提下,全息记录的耦合过程与原先的解析解预期的结果不同,记录光条纹与折射率光栅都发生了弯曲,为进一步分析光栅衍射提供了依据。

## 参 考 文 献

- Zhou Yuanlin, Xie Jinghui, Sun Ping *et al.*. Selective erasure of photorefractive hologram in Fe:LiNbO<sub>3</sub> by introducing  $\pi$  phase shift on the reference wave[J]. *Chin. J. Lasers*, 2003, **30**(8): 726~730 (in Chinese)
- 周元林,谢敬辉,孙萍等. LiNbO<sub>3</sub> 晶体中引入  $\pi$  位相差实现选择性擦除[J]. *中国激光*, 2003, **30**(8): 726~730
- Liu Guodong, He Qingsheng, Li Xiaochun *et al.*. Suppression and influence of photovoltaic DC field on volume hologram[J]. *Chin. J. Lasers*, 2003, **30**(8): 713~716 (in Chinese)
- 刘国栋,何庆声,李晓春等. 光伏电场对大容量体全息存储的影响与抑制[J]. *中国激光*, 2003, **30**(8): 713~716
- S. Breer, K. Buse. Wavelength demultiplexing with volume phase holograms in photorefractive lithium niobate[J]. *Appl. Phys. B*, 1998, **66**(3): 339~345
- Dai Cuixia, Liu Liren, Liu Dean *et al.*. Improvement of sensitivity and refractive-index changes in holographic recording in doubly doped LiNbO<sub>3</sub> with UV light[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(12): 1600~1605 (in Chinese)
- 戴翠霞,刘立人,刘德安等. 采用紫外光提高双掺杂铌酸锂晶体中全息记录的灵敏度和光栅强度[J]. *光学学报*, 2005, **25**(12): 1600~1605
- Yingchun Guo, Liren Liu, Youwen Liu *et al.*. Photorefractive grating formulation with any light modulation and excitation: exact and approximate steady-state analytic solutions [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2000, **17**(6): 889~897
- M. G. Moharam, T. K. Gaylord, R. Magnusson *et al.*. Holographic grating formation in photorefractive crystals with arbitrary electron transport lengths[J]. *J. Appl. Phys.*, 1979, **50**(9): 5642~5651
- Ph. Refregier, L. Solymar, H. Rajbenbach *et al.*. Two-beam coupling in photorefractive Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> crystals with moving grating: Theory and experiments[J]. *J. Appl. Phys.*, 1985, **58**(1): 45~57
- C. H. Kawk, S. Y. Park, J. S. Jeong *et al.*. An analytical solution for large modulation effects in photorefractive two-wave couplings[J]. *Opt. Commun.*, 1994, **105**(5~6): 353~358
- E. Serrano, V. Lopez, M. Carrascosa *et al.*. Recording and erasure kinetics in photorefractive materials at large modulation depths[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1994, **11**(4): 670~675
- G. A. Brost. Photorefractive grating formations at large modulations with alternating electric fields[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1992, **9**(8): 1454~1460
- G. A. Brost. Numerical analysis of photorefractive grating formation dynamics at large modulation in BSO [J]. *Opt. Commun.*, 1993, **96**(1~3): 113~116
- E. Serrano, M. Carrascosa, F. Agullo-Lopez. Analytical and numerical study of photorefractive kinetics at high modulation depths[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1996, **13**(11): 2587~2594
- Zhou Zhongxiang, Jiang Yongyuan, Sun Xiudong *et al.*. Perturbative analysis of effect of applied electric field on high-order response of photorefractive effects[J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(6): 710~716 (in Chinese)
- 周忠祥,姜永远,孙秀冬等. 外加电场对光折变高阶响应影响的微扰分析[J]. *光学学报*, 1997, **17**(6): 710~716

- 14 J. Feinberg, D. Heiman, A. R. Tanguay *et al.*. Photorefractive effects and light-induced charge migration in barium titanate[J]. *J. Appl. Phys.*, 1980, **51**(3): 1297~1305
- 15 N. K. Madsen, R. F. Sincovec. Algorithm 540: PDECOL, general collocation software for partial differential equations[J]. *ACM Trans. Mathematical Software*, 1979, **5**(3): 326~351
- 16 Y. H. Ja. Finite element method to solve the nonlinear coupled-wave equations for degenerate two-wave and four-wave mixing [J]. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(23): 4306~4310
- 17 F. Jariago, F. Agulló-López. Monotonic versus oscillatory behaviour during holographic writing in photorefractive photovoltaic materials[J]. *Opt. Commun.*, 1990, **76**(2): 169~172
- 18 Pochi Yeh. Two-wave mixing in nonlinear media[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1989, **25**(3): 484~519
- 19 R. De Vre, M. Jeganathan, J. P. Wilde *et al.*. Effect of applied fields on the Bragg condition and the diffraction efficiency in photorefractive crystals[J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(12): 910~912
- 20 A. Grunnet-Jepsen, C. L. Thompson, W. E. Moerner. Measurement of the spatial phase shift in high-gain photorefractive materials[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(12): 874~876
- 21 A. A. Freschi, P. M. Garcia, I. Rasnik *et al.*. Avoiding hologram bending in photorefractive crystals[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(2): 152~154
- 22 S. Tao, Z. H. Song, D. R. Selviah. Bragg-shift of holographic gratings in photorefractive Fe:LiNbO<sub>3</sub> crystals [J]. *Opt. Commun.*, 1994, **108**(1): 144~152
- 23 Song Jun, Pang Dongqing, He Sailing. Influence of the tilting of the photorefractive hologram grating on wavelength demultiplexer [J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(10): 1217~1221 (in Chinese)  
宋 军, 庞冬青, 何赛灵. 光折变全息光栅扭曲对波分复用应用的影响[J]. *中国激光*, 2004, **31**(10): 1217~1221