

文章编号: 0253-2239(2007)01-0010-5

相位编码光码分多址系统中的非高斯分析方法*

蒲 涛 王 荣 李玉权

(解放军理工大学通信工程学院, 南京 210007)

摘要: 随着相位编解码器关键技术的突破, 精确分析相位编码光码分多址(OCDMA)系统误码率性能显得十分必要。为了精确分析相位编码光码分多址系统误码率性能, 提出了一种基于判决变量的矩母函数和鞍点近似的非高斯近似方法, 该方法能够精确考虑多址干扰、散粒噪声、热噪声各自的统计特性和相互间的非加性关系。比较了高斯近似、精确计算和文中所提出方法在分析相位编码系统误码率时的计算精度和复杂度, 结果证明该分析方法具有分析精度高、计算复杂度低的优点。

关键词: 光通信; 光码分多址; 非高斯近似法; 矩母函数; 鞍点近似

中图分类号: TN914.53 文献标识码: A

Non-Gaussian Approximation Method for Phase Encoding Optical Code Division Multi-Access System

Pu Tao Wang Rong Li Yuquan

(Institute of Communication Engineering, the Chinese People's Liberation Army University of Science and Technology, Nanjing 210007)

Abstract: With the key technologies breakthrough of phase encoding, it is necessary to analyze the bit error rate performance of phase encoding optical code division multi-access accurately. A non-Gaussian approximation method, based on the moment generation function of the decision statistic and saddle-point approximation, is introduced to evaluate the statistic characteristics of multi-access interference, shot noise and thermal noise and cross-correlation. Numerical comparison between Gaussian approximation method, accurate calculation and non-Gaussian approximation method, proves the high accuracy and efficiency of the proposed method to analyze the bit error rate of the phase encoding system.

Key words: optical communication; optical code multi-access; non-Gaussian approximation method; moment generation function; saddle-point approximation

1 引 言

光码分多址(OCDMA)是一种光域扩频通信技术, 不同于波分多址复用(WDMA)和时分多址复用(TDMA)属于通信资源固定分配方式, 光码分多址系统属于动态资源分配, 它具有较大的软容量(码字容量)和弹性的通信容量; 光码分多址无需复杂的同步机制, 是一种异步随机接入方式; 光码分多址能够在同一个网络中提供可变用户速率和可变服务质量(QoS)的业务^[1,2]。采用光子技术实现扩频编码是光码分多址技术的重要特点, 全光信号处理能力可以克服电器件的速率瓶颈。

如何实现光编解码器也是光码分多址技术的关键。早期的研究工作采用耦合器、光纤延迟线等分

立器件实现相关编解码运算, 但无法精确控制光载波的相位。随着近几年光纤光栅和平面光集成工艺技术的发展, 光相位编码技术有了较大的进步^[3,4], 尤其是基于超结构光纤光栅的相位编解码器的编码长度和编码速率不断增加, 目前已经完成了码长 511、码片速率 640 Gchip/s 的器件和系统试验^[5], 这一进展大大推动了光码分多址技术的应用进程。

对系统噪声和干扰进行科学建模、准确分析一直是光码分多址技术的重要理论研究内容。相位编解码光码分多址与无线码分多址(CDMA)系统同属于双极性系统, 对其系统性能的分析也一直沿用高斯近似分析方法, 即认为多址干扰(MAI)和光接收机噪声的统计特性都服从加性高斯分布^[6,7]。但是

* 国家自然科学基金青年科学基金(60502003)和国家自然科学基金面上项目(60472007)资助课题。

作者简介: 蒲涛(1974-), 男, 江苏南京人, 讲师, 主要从事光通信领域的研究。E-mail: nj_putao@163.com

收稿日期: 2006-03-07; 收到修改稿日期: 2006-04-17

由于编码长度的限制,光码分多址系统所承载的同时传输用户数目较少,多址干扰呈现较明显的非高斯统计特性;单极性光码分多址系统中曾采用二项分布对光正交码(OOC's)的多址干扰进行建模^[8],该方法还可以精确分析泊松分布的散粒噪声对误码率的影响,但是双极性系统的多址干扰为三项式分布,沿用该精确分析方法计算量太大,而且无法考虑更多噪声(热噪声、差拍噪声等)的影响。

文中提出了一种能够精确分析相位编码光码分多址系统误码率性能的非高斯近似方法,该方法基于判决变量的矩母函数和鞍点近似,可以精确考虑多址干扰、散粒噪声、热噪声各自的统计特性和非独立的相互关系。相对于单极性系统精确分析法,该方法还具有计算简单的特点。

2 考虑多址干扰和散粒噪声的精确系统性能分析

光码分多址系统的平均误码率表达式如下:

$$B = \sum_{m=0}^M p(m) B(m), \quad (1)$$

其中 $p(m)$ 表示 M 个干扰用户中发送 1 的用户数为 m 的概率,它服从二项分布

$$p(m) = \binom{M}{m} \left[\frac{1}{2} \right]^M. \quad (2)$$

其中 $\binom{M}{m}$ 表示从 M 个数中取出 m 个的排列数, $B(m)$ 表示 m 个干扰用户同时发“1”时的系统误码率,因为它同平均误码率存在简单关系,为了方便起见,以下所涉及到的系统误码率均指 $B(m)$ 。

首先从地址序列的互相关出发分析多址干扰。针对双极性系统主要采用的 Gold 码,其归一化互相关具有如表 1 所示的三值特性。

表 1 Gold 序列的互相关特性^[9]

Table 1 Cross-correlation of Gold sequence^[9]

	λ_i	p_i
$i=1$	$(t-1)/N$	$p=[2^{n-3}+2^{(n-2)/2}]/N$
$i=2$	$-1/N$	$r=(2^{n-1}-1)/N$
$i=3$	$-(t+1)/N$	$q=[2^{n-2}-2^{(n-3)/2}]/N$

其中 $t=2^{(n+1)/2}$ 将两个 Gold 码 a 与 b 的互相关 I_{ab} 视为随机变量,则它的概率密度函数为

$$P_{I_{ab}}(x) = r \cdot \delta\left(x + \frac{1}{N}\right) + p \cdot \delta\left(x - \frac{t-1}{N}\right) + q \cdot \delta\left(x + \frac{t+1}{N}\right). \quad (3)$$

若有 m 个用户同时发送“1”,则多址干扰 $I =$

$\sum_{n=0}^m I_n$ 服从三项式分布,其概率密度函数为

$$P_I(x) = \sum_{i+j \leq m} \binom{m}{i} \binom{m-i}{j} p^i q^j r^{m-i-j} \delta\left[x - \frac{t(i-j) - m}{N}\right]. \quad (4)$$

当表示多址干扰的光场强度 I 进入光接收机,再考虑产生光电流的散粒噪声服从泊松分布时,系统的误判率和错判率分别为

$$Pr\{N_I < Th | b_0 = 1\} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} \sum_{k=0}^{\theta} \binom{m}{i} \binom{m-i}{j} p^i q^j r^{m-i-j} \text{Pos}\left\{k, \left[\frac{N + (i-j)t - m}{N}\right]^2 n\right\}, \quad (5a)$$

$$Pr\{N_I > Th | b_0 = 0\} = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} \sum_{k=0}^{+\infty} \binom{m}{i} \binom{m-i}{j} p^i q^j r^{m-i-j} \text{Pos}\left\{k, \left[\frac{(i-j)t - m}{N}\right]^2 n\right\}, \quad (5b)$$

其中 $\text{Pos}[x, \lambda] = e^{-\lambda} \lambda^x / x!$, $\theta = [Th \cdot n/N]$, n 表示单位比特接收光子数。据此可以求得考虑多址干扰和散粒噪声的精确误码率公式

$$B_{N_I}(m) = Pr\{N_I < Th | b_0 = 1\} \cdot Pr\{b_0 = 0\} + Pr\{N_I > Th | b_0 = 0\} \cdot Pr\{b_0 = 1\} = \frac{1}{2} \{Pr\{N_I < Th | b_0 = 1\} + Pr\{N_I > Th | b_0 = 0\}\}. \quad (6)$$

3 考虑多种噪声的判决变量的矩母函数

矩母函数是描述噪声、干扰等随机变量统计特征的重要手段,也是一些非高斯近似分析方法的解析基础,所以求得相位编码系统中判决变量 Z 的矩母函数,对于精确分析该系统误码率性能至关重要。

由(4)式给出的概率密度函数,可以求得多址干扰 I 的矩母函数如下:

$$\Psi_I(s) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^{m-i} \binom{m}{i} \binom{m-i}{j} p^i q^j r^{m-i-j} \exp\left[s \frac{t(i-j) - m}{N}\right] = \left[r \cdot \exp\left(-\frac{s}{N}\right) + p \cdot \exp\left(s \frac{t-1}{N}\right) + q \cdot \exp\left(-s \frac{t+1}{N}\right) \right]^m. \quad (7)$$

多址干扰 I 经过平方律特性的光电二极管,产生叠加了散粒噪声的光电流 N_I ,同理可以求得 N_I 的矩母函数如(8)式所示,其中 N_I 充分考虑了多用户干扰(I)和散粒噪声(S)之间的关系 $\Psi_{N_I}(s) = \Psi_I[\Psi_S(s)]$:

$$\Psi_{N_I}(s) = \left\{ r \cdot \exp\left[n\left(\frac{1}{N}\right)^2 (e^s - 1)\right] + p \cdot \exp\left[n\left(\frac{t-1}{N}\right)^2 (e^s - 1)\right] + q \cdot \exp\left[n\left(\frac{t+1}{N}\right)^2 (e^s - 1)\right] \right\}. \quad (8)$$

光电二极管输出的判决随机变量 Z 由三个部分组成:多址干扰产生的光电流 N_I 、主信号为“1”时产生的光电流 N_o 、主信号为“0”时产生的光电流 N_d ,以及热噪声产生的电流 T ,假设它们之间是统计独立的,则可知 Z 的矩母函数如下:

$$\Psi_Z(s) = \begin{cases} \Psi_{N_o}(s) \cdot \Psi_{N_I}(s) \cdot \Psi_T(s), & b_o = 0 \\ \Psi_{N_d}(s) \cdot \Psi_{N_I}(s) \cdot \Psi_T(s), & b_o = 1 \end{cases} \quad (9)$$

其中 $\Psi_{N_I}(s)$ 已经由(8)式给出, N_o 、 N_d 分别表示用户数据为 0 或 1 时产生的光电流,均服从泊松分布,如下所示:

$$\Psi_{N_d}(s) = n \cdot (e^s - 1), \quad (10a)$$

$$\Psi_{N_o}(s) = \frac{n}{\mu} (e^s - 1), \quad (10b)$$

式中 μ 为消光比,表示数据为 1 和 0 时光功率之比。

热噪声随机变量 T 服从 0 均值、方差为 σ 的高斯分布,它的矩母函数为

$$\Psi_T(s) = \exp(s^2 \sigma^2 / 2), \quad (11)$$

其中 $\sigma^2 = k_B T_e / (q^2 R_c R_b)$, k_B 为玻尔兹曼常数, T_e 为等效噪声温度, R_c 为等效负载阻抗, R_b 是比特率。

自此得到了采用 Gold 序列的相位编码光码分多址系统的矩母函数,该矩母函数精确描述了相位编码系统中的多用户干扰、散粒噪声以及热噪声的统计模型和相互关系。

4 从矩母函数评估系统误码率的方法

从矩母函数求解系统误码率的方法有多种,在此给出高斯近似(GA)和鞍点近似(SPA)这两种方法,供不同的评估精度所需。

4.1 高斯近似法

高斯近似法考虑各种噪声的判决变量服从均值为 ξ_0 (ξ_1)、方差为 σ_0 (σ_1) 的高斯分布,均值和方差都可由矩母函数在零点求导得到

$$\begin{aligned} \xi_0 &= \left. \frac{d\Psi(s|b_o=0)}{ds} \right|_{s=0}, \\ \xi_1 &= \left. \frac{d\Psi(s|b_o=1)}{ds} \right|_{s=0}, \\ \sigma_0^2 &= \left. \frac{d^2\Psi(s|b_o=0)}{ds^2} \right|_{s=0} - \xi_0^2, \\ \sigma_1^2 &= \left. \frac{d^2\Psi(s|b_o=1)}{ds^2} \right|_{s=0} - \xi_1^2, \end{aligned} \quad (12)$$

系统误码率为

$$B(m) = \frac{1}{4} \operatorname{erfc}\left(\frac{Th - \xi_0}{\sqrt{2}\sigma_0}\right) + \frac{1}{4} \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi_1 - Th}{\sqrt{2}\sigma_1}\right), \quad (13)$$

Th 为判决门限,最优化判决门限的选取如下:

$$Th_{\text{opt}} = \frac{\sigma_0 \cdot \xi_1 + \sigma_1 \cdot \xi_0}{\sigma_0 + \sigma_1}. \quad (14)$$

同理可以得到考虑各种噪声条件下的误码率高斯近似结果。这里给出的从矩母函数出发求解系统误码率的高斯近似法不同于以往文献中采用高斯近似求解误码率,两者虽然都将各种噪声和干扰效应等效成一个合成的高斯噪声,但前者充分考虑了多用户干扰与散粒噪声相互间的关系,而后者将这两个噪声视为相互独立的加性高斯噪声,对它们的均值、方差累加计算。所以两者计算复杂性虽然相同,但前者更为精确。

4.2 鞍点近似法

当需要进一步精确的近似结果,可以采用 Chernoff 界、大偏差理论^[10]和鞍点近似^[11]等方法对矩母函数所描述的系统噪声模型进行评估。其中鞍点近似法具有公认的精确性。在此,采用鞍点近似对相位编码光码分多址系统进行性能评估。

根据鞍点近似法,用户数据为 0(或为 1)时的误码率分别为 $q_+(\alpha)$ 或 $q_-(\alpha)$ ^[9]

$$q_+(\alpha) = Pr(Z > \alpha | b_o = 0) \approx \frac{\exp[\Phi(s_0)]}{\sqrt{2\pi\Phi''(s_0)}}, \quad (15a)$$

$$q_-(\alpha) = Pr(Z < \alpha | b_o = 1) \approx \frac{\exp[\Phi(s_1)]}{\sqrt{2\pi\Phi''(s_1)}}, \quad (15b)$$

其中 α 表示判决门限, $\Phi(s)$ 同判决随机变量 Z 的矩母函数 $\Psi(s)$ 相关:

$$\Phi(s) = \ln[\Psi(s)] - s\alpha - \ln|s|, \quad (16)$$

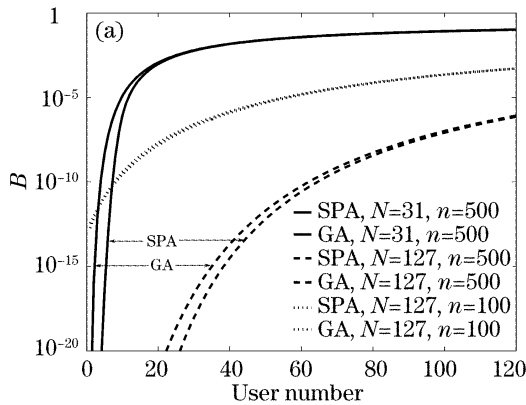
s_0, s_1 分别是鞍点方程: $\Phi(s)' = 0$ 的正负根, 对给定的判决门限 α 可以分别求得 s_0 和 s_1 , 再由鞍点近似推导得到的系统误码率为

$$B_{\text{SPA}}(m) = \frac{1}{2}q_+(\alpha) + \frac{1}{2}q_-(\alpha). \quad (17)$$

最优化的判决门限由如下方程给出:

$$q_+(\alpha)' + q_-(\alpha)' = s_0 q_+(s_0) + s_1 q_-(s_1) = 0. \quad (18)$$

可以采用牛顿-拉夫森(Newton-Raphson)方法联立求解方程 $\Phi(s)' = 0$ 和(18)式, 从而同时得到



s_0, s_1 和最佳门限 α_{opt} 。

5 数值仿真结果

以下对非高斯近似的鞍点近似法与高斯近似法和精确计算法在对系统误码率评估方面的差异作一比较。

5.1 高斯近似与鞍点近似结果比较

图 1 比较了高斯近似和鞍点近似在仅考虑多用户干扰和散粒噪声时所得出的误码率曲线, 从中可见: 当用户数 m 较大或者当接收功率较小时, 高斯近似同鞍点近似的评估结果很好的吻合; 但是当接收光功率较大, 或者当同时通信的用户数较少时, 高斯近似将会过高估计系统误码率。

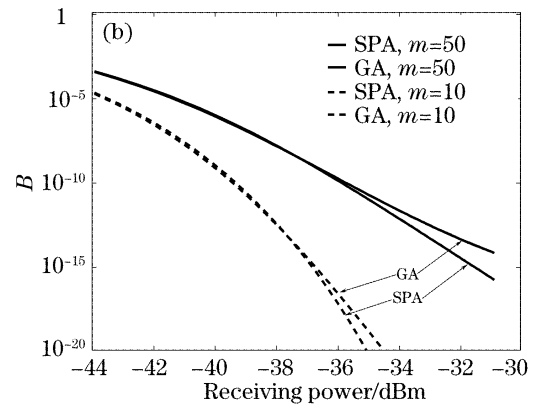


图 1 高斯近似和鞍点近似方法结果的比较。(a)误码率随用户数变化,(b)误码率随接收功率的变化

Fig. 1 Comparison between Gauss approximation and Saddle-point approximation methods. (a) Bit error rate vs number of users, (b) bit error rate vs receiving power

5.2 鞍点近似与精确结果的比较

当仅考虑多用户干扰和散粒噪声时, 由(5)式和(6)式可以求得误码率的精确解, 为了验证鞍点近似的精确程度, 将两者结果进行比较如下图 2 所示。

图 2(a)给出了误码率随接收光子数(光功率)

的变化情况, 图 2(b)给出了误码率随用户数的变化情况。在图 2(a)中使用的仿真参量如下: 消光比 $\mu = 20$ dB, 码长(码片数) $N = 511$ (2047), 同时发送用户数 $M = 5$ (15); 在图 2(b)中使用的仿真参量如下: 单位比特接受光子数 $n = 200$, $\mu = 20$ dB,

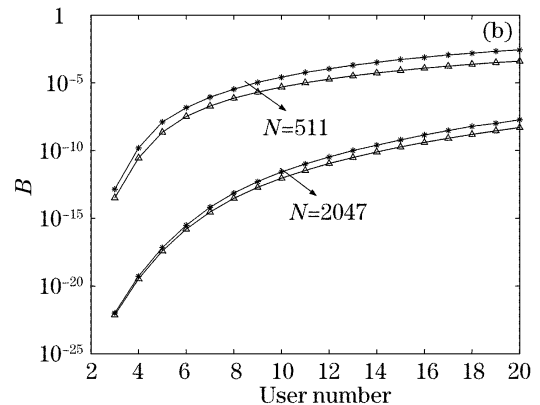
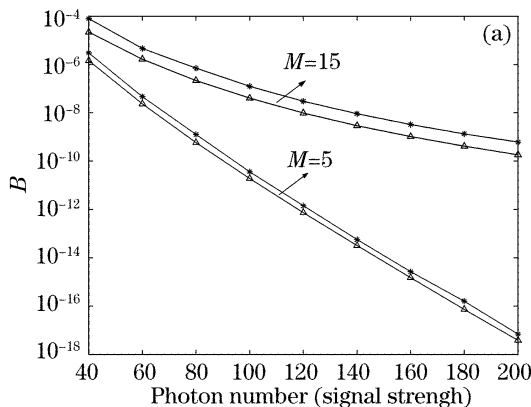


图 2 鞍点近似同精确方法的结果比较。(a)误码率随接收光功率变化,(b)误码率随用户数变化

Fig. 2 Comparison between Gauss approximation and accurate result. (a) Bit error rate vs photon number, (b) bit error rate vs number of users

$N=511(2047)$ 。图 2 中的三角线表示采用最佳判决门限的鞍点近似法得出的误码率曲线,星线表示采用判决门限 $\alpha=0.35n$ 的精确计算得出的结果。可见鞍点近似非常接近精确结果,而为了计算同样的结果,精确计算法耗时 152.906 s,鞍点近似仅耗时 0.749 s,并且随着单位比特光子数的增加,两种方法在时间复杂性方面的差异愈发明显。

6 结 论

给出了采用 Gold 序列的相位编码光码分多址系统的矩母函数,该矩母函数精确描述了相位编码系统中的多用户干扰、散粒噪声以及热噪声的统计模型和相互关系。基于该矩母函数,可以采用非高斯近似的鞍点法对相位编码光码分多址系统的误码率性能进行分析,数值结果证明该非高斯近似分析方法具有分析精度高、计算复杂度低的优点。

数值仿真还可得出如下结论:当用户数较大或者接收功率较小时,高斯近似的评估结果足够精确;但是当接收光功率较大,或者当同时通信的用户数较少时,高斯近似将会过高估计系统误码率;文中所提出的非高斯近似分析方法对于评估传统高斯近似分析法的误差和有效范围具有重要意义。

参 考 文 献

1 Tao Pu, Yuquang Li, Shuwen Yang. Research of algebra congruent codes used in 2D OCDMA system[J]. *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, 2003, **21**(11): 2557~2564

2 Yang Shuwen, Pu Tao, Xu Ming *et al.*. Research of algebra congruent codes used in tow-dimensional code division multiaddress system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 224~229 (in Chinese)
杨淑雯,蒲涛,徐铭等. 用于二维码分多址系统的代数同余码研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 224~229

3 Chengbin Shen, Chen Wu, Jinhui Yu *et al.*. A novel symbol overlapping FFH-OCDMA system[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(2): 78~81

4 Fu Xiaoming, Yu Jinlong, Li Enbang *et al.*. The study of time/frequency encoding optical code division multi-access communication with Bragg grating arrays [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(7): 961~964 (in Chinese)
付晓梅,于晋龙,李恩邦等. 利用布拉格光栅阵列实现二维光码分多址的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(7): 961~964

5 Xu Wang, Noaya Wada, Tare Hamanaka *et al.*. 10-user truly-asynchronous OCDMA experiment with 511-chip SSFBG en/decoder and SC-based optical threshold [C]. *OFC 05*, 2005. PDP33

6 Wei Huang, Ivan Andonovic. Coherent optical pulse CDMA systems based on coherent correlation detection [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1999, **47**(2): 261~271

7 D. Zaccarin, M. Kavehrad. Performance evaluation of optical CDMA systems using non-coherent detection and bipolar codes [J]. *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, 1994, **12**(1): 96~105

8 Tomoaki Ohtsuki, Kazumi Sato, Iwao Sasase. Direct-detection optical synchronous CDMA systems with double optical hard-limiters using modified prime sequence codes[J]. *IEEE J. on Selected Area of Communications*, 1996, **14**(9): 1879~1887

9 Shinichi Tamura, Shigenori Nakano, Kozo Okazaki. Optical code-multiplex transmission by Gold sequences[J]. *IEEE/OSA J. Lightwave Technol.*, 1985, **LT-3**(1): 121~128

10 T. K. Tang, K. Ben Letaief. Bit-error rate computation of optical CDMA communication system by large deviations theory [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1996, **46**(11): 1422~1428

11 G. Elinarsson. *Principles of Lightwave Communications* [M]. New York Wiley, 1996