

文章编号: 0253-2239(2007)01-0138-5

# 高阶群速度色散引起的高斯超短脉冲宽度的展宽和形变\*

王 丽<sup>1</sup> 韩秀友<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 北京工业大学应用数理学院, 北京 100022  
<sup>2</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要:** 基于动量守恒和光参变过程中的三波耦合波方程, 和负单轴非线性光学晶体 CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub> 的色散方程, 研究了在光参变效应中超短激光脉冲由于群速度色散引起的展宽和形变。数值模拟显示, 在超短脉冲波形为双曲正割形和无啁啾调制时, 高阶群速度色散引起的超短脉冲为 50 fs 时, 晶体长度为 10 mm, 紫外光 213 nm 作为基波入射时的脉冲展宽是波长为 532 nm 绿光在同等条件下的 1.6 倍。脉冲展宽程度与入射波长和晶体长度有关, 波长越短和晶体长度越长则脉冲展宽和波形变化越严重, 高阶色散引起的超短高斯脉冲展宽, 将破坏其波形对称性并引起旁瓣现象。

**关键词:** 非线性光学; 超短脉冲展宽; 群速度色散; 光参变效应; CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub>

中图分类号: O437 文献标识码: A

## Ultra-Short Gaussian Pulse Expansion and Deformation by High-Order Group Velocity Dispersion

Wang Li<sup>1</sup> Han Xiuyou<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Applied Physics, Beijing University of Technology, Beijing 100022  
<sup>2</sup> Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** The pulse expansion and deformation caused by group velocity dispersion in optical parametric effect of the negative uniaxial crystal CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub> are studied, by momentum conservation and coupling wave equations. The numerical results show that, under the conditions of hyperbola secant wave form, no chirp modulation, pulse width of 50 fs and crystal length of 10 nm, the pulse expansion caused by group velocity dispersion for incident wavelength of 532 nm is 1.6 times of that for wavelength of 213 nm. The pulse expansion is related to the incident light wavelength and crystal length, and the pulse expansion and deformation are more severe for shorter wavelength and crystal length. The wave form symmetry is destroyed and the side band phenomena is also introduced by the pulse expansion.

**Key words:** nonlinear optics; ultra-short pulse-width expansion; group velocity dispersion; optical parametric effect; CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub>

## 1 引 言

全固态激光器件的研发离不开高光束质量的激光抽运源和新型优质的非线性光学晶体, 特别是在激光波段不断扩展和填补的今天, 非线性光学晶体成为了激光频率变换和光波波长可调谐的主要元件<sup>[1~3]</sup>。随着激光脉冲宽度越来越窄, 光强越来越强, 它与物质相互作用过程中必然会出现非线性效

应, 产生非线性现象<sup>[4,5]</sup>。当超短高斯脉冲参与光参变过程中的波与波耦合时, 由于群速度色散 (GVD) 和时间延迟, 导致光波的脉冲宽度被展宽<sup>[6]</sup>。在超短脉冲和超短波长的光参变效应中, 虽然群速度色散中低阶色散引起的超短脉冲宽度的展宽起主要作用, 但是对于某些波长的介质存在零阶色散, 此时高阶色散对群速度色散的影响将起主

\* 北京市自然科学基金(4062008)资助项目。

作者简介: 王 丽(1958—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事物理教学、非线性光学频率变换、新型可调谐激光器件、激光超短脉冲及光纤通信中的非线性光学效应的理论和应用研究。E-mail: Lwang.1@bjut.edu.cn

收稿日期: 2006-02-16; 收到修改稿日期: 2006-05-17

要作用,对于脉冲宽度小于 100 fs 的超短脉冲,既使低阶色散为零,也需要考虑高阶色散的影响。结合非线性光学晶体 CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub> (CLBO),本文给出了在光参变效应中,群速度色散引起超短脉冲展宽的理论依据。分析和数值模拟计算发现在超短脉冲波形为双曲正割脉冲和无啁啾调制时,在超短脉冲为 50 fs 时,晶体长度为 10 mm,在同等条件下,紫外光 213 nm 作为基波入射时的脉冲展宽是波长为绿光 532 nm 的 1.6 倍。不同基波波长入射下的超短脉冲宽度展宽程度与入射波长和晶体长度有关,波长越短和晶体长度越长则超短脉冲宽度的展宽和波形变化越严重。

## 2 理论分析和数值计算

### 2.1 群速度色散方程

超短脉冲通过非线性晶体时,其传播常量  $k$  按泰勒级数在中心频率  $\omega_0$  附近展开<sup>[7]</sup>:

$$k(\omega) = k(\omega_0) + \left[ \frac{\partial k(\omega)}{\partial \omega} \right]_{\omega_0} \delta\omega + \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial^2 k(\omega)}{\partial \omega^2} \right]_{\omega_0} \delta\omega^2 + \frac{1}{6} \left[ \frac{\partial^3 k(\omega)}{\partial \omega^3} \right]_{\omega_0} \delta\omega^3 + \dots = k(\omega_0) + \beta_1 \Big|_{\omega_0} \delta\omega + \frac{1}{2} \beta_2 \Big|_{\omega_0} \delta\omega^2 + \frac{1}{6} \beta_3 \Big|_{\omega_0} \delta\omega^3 + \dots, \quad (1)$$

式中群速延迟系数  $\beta_1$ 、低阶群速度色散系数  $\beta_2$ 、二阶(高阶)群速度色散系数  $\beta_3$  分别为

$$\begin{cases} \beta_1 = \frac{dk}{d\omega} = \frac{1}{c} \left( n + \omega \frac{dn}{d\omega} \right) = \frac{n}{c} - \frac{\lambda}{c} \frac{dn}{d\lambda}, \\ \beta_2 = \frac{d^2 k}{d\omega^2} = \frac{2}{c} \frac{dn}{d\omega} + \frac{\omega}{c} \frac{d^2 n}{d\omega^2} = \frac{\lambda^3}{2\pi c^2} \frac{d^2 n}{d\lambda^2}, \\ \beta_3 = \frac{d^3 k}{d\omega^3} = -\frac{\lambda^4}{(2\pi)^2 c^3} \left( 3 \frac{d^2 n}{d\lambda^2} + \lambda \frac{d^3 n}{d\lambda^3} \right) \end{cases} \quad (2)$$

$c$  为真空中的光速,光波在介质中传播的群速度为

$$v_g = \left( \frac{dk}{d\omega} \right)^{-1} = \frac{1}{\beta_1}, \quad (3)$$

由相速度  $v$  与折射率的关系  $v = c/n$ ,定义群速指数  $m, v_g = c/m$ ,有

$$m = \frac{c}{v_g} = n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}, \quad (4)$$

对于 CLBO 晶体,寻常光群速指数  $m_o$  不依赖于传播方向,而非寻常光的群速指数  $m_e(\theta)$  是传播方向  $\theta$  的函数

$$m_e(\theta) = (\cos^2 \theta / m_o^2 + \sin^2 \theta / m_e^2)^{-1/2}, \quad (5)$$

在(5)式中的  $m_o$  及  $m_e$  是  $\theta=0^\circ$  及  $90^\circ$  时的主群速指数。根据 20.  $0^\circ$  时 CLBO 晶体的色散方程<sup>[8]</sup>,联立(4)式和(5)式给出 CLBO 晶体的折射率和群速指数曲线,如图 1 所示。由图 1 可知,群速指数比折射率呈现出更强的色散。CLBO 晶体的高阶群速度色散系数  $\beta_3$ ,如图 2 所示。由图 2 可知,对于偏振光  $o$  光的高阶色散随着波长的变化总是大于  $e$  光,对于负单轴晶体 CLBO,其高阶色散系数在深紫外和近红外波段色散越来越大。

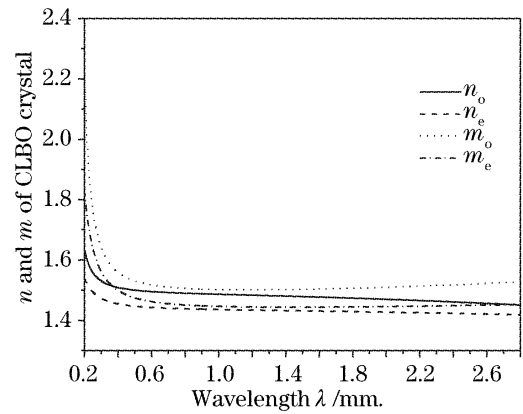


图 1 折射率和群速指数与波长的关系

Fig. 1 Refractive index and group velocity exponent versus wavelength

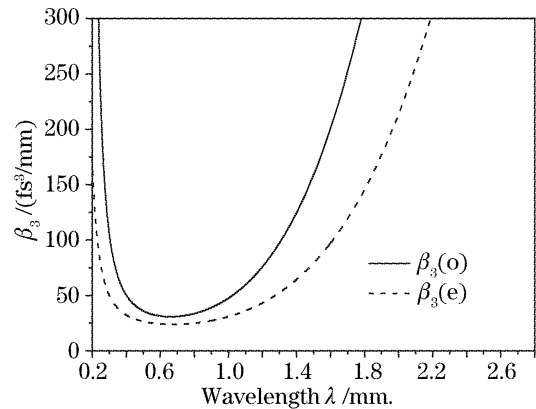


图 2 二阶群速度色散系数  $\beta_3$  随波长的变化

Fig. 2 Second-order group velocity dispersion coefficient  $\beta_3$  versus wavelength

### 2.2 类高斯光束脉冲的展宽

对于超短激光脉冲,应考虑传输过程中的类高斯分布,以双曲正割形状分布为例,其入射场为

$$U(0, T) = \operatorname{sech}\left(\frac{T}{T_0}\right) \exp\left(\frac{iCT^2}{2T_0^2}\right), \quad (6)$$

式中  $C$  为啁啾参量,  $T$  为超短脉冲的宽度,而入射的超短脉冲初始宽度  $T_0$  与半峰全宽  $T_{\text{FWHM}}$  的关系为

$$T_{\text{FWHM}} = 2\ln(1 + \sqrt{2})T_0 \cong 1.763T_0. \quad (7)$$

无啁啾调制 ( $C = 0$ ) 条件下,当超短脉冲传播

距离  $z$  分别与色散长度  $L_D$  存在关系如图 3 所示。分析和数值计算了,对于不同波长的双曲正割脉冲宽度为  $T_0 = 50$  fs 时,入射到 CLBO 晶体长度  $L$  为 10 mm 的脉冲波形,如图 4 所示。由图 4 可知,波长越短,脉冲展宽程度越大,结果类似于高斯脉冲展宽的规律<sup>[6]</sup>。

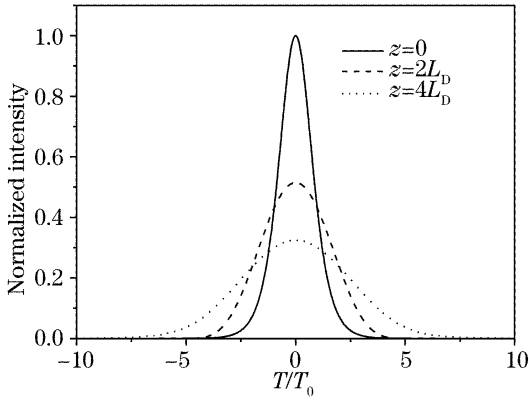


图 3 群速度色散引起的双曲正割脉冲展宽( $C=0$ )

Fig. 3 Expansion of hyperbola secant pulse by group velocity dispersion ( $C=0$ )

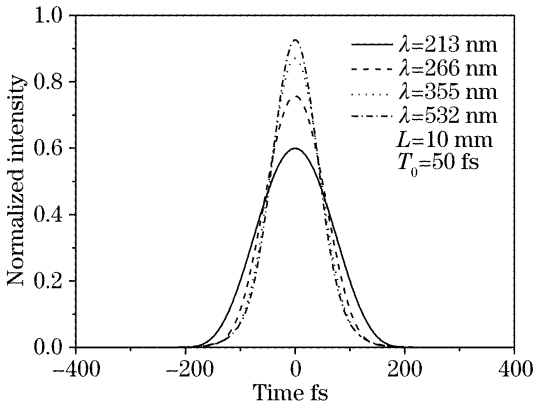


图 4 不同波长的双曲正割脉冲的脉冲波形

Fig. 4 Pulse waveform of hyperbola secant pulse in different wavelengths

### 2.3 高阶群速度色散导致脉冲展宽

在大多数情况下,往往研究低阶色散引起的群速度色散对高斯和类高斯脉冲宽度的影响,但对于某些色散波长( $\lambda_D$ ),非线性光学晶体存在零色散,即在  $L_D$  附近有低阶色散  $\beta_2 \approx 0$ ,则高阶色散  $\beta_3$  对群速度色散的影响将起主要作用。对于脉冲宽度小于

100 fs 的超短脉冲,即使  $\beta_2 \neq 0$ ,也需要考虑  $\beta_3$  的影响。同时考虑  $\beta_2$  和  $\beta_3$  并忽略介质的非线性作用时,超短脉冲在介质中传播的波方程为<sup>[9]</sup>

$$i \frac{\partial U}{\partial z} = \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 U}{\partial T^2} + \frac{i}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 U}{\partial T^3}, \quad (8)$$

对(8)式中的  $T$  作傅里叶变换,并作积分得

$$U(z, T) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(0, \omega) \times \exp\left(\frac{i}{2} \beta_2 \omega^2 z + \frac{i}{6} \beta_3 \omega^3 z - i\omega T\right) d\omega, \quad (9)$$

式中  $\tilde{U}(0, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(0, T) \exp(i\omega T) dT$  是  $z=0$  处

入射光脉冲的傅里叶变换。由(9)式可知,超短脉冲在介质中的传播特性取决于群速度色散参量  $\beta_2$  和  $\beta_3$ ,而  $\beta_2$  和  $\beta_3$  又取决于波长  $\lambda$ ,当  $\lambda = \lambda_D$  时,  $\beta_2 = 0$ 。为了比较高阶色散对超短脉冲传播过程中的作用大小,本文根据低阶色散长度  $L_D = T_0^2 / |\beta_2|$ ,定义了高阶色散时的作用长度

$$L'_D = T_0^3 / |\beta_3|, \quad (10)$$

初始无啁啾调制( $C=0$ ),高阶色散下的超短高斯脉冲传播波形,如图 5 所示。由图 5 可知,  $\beta_2 = 0$  时,由于高阶色散项  $\beta_3$  的作用,高斯脉冲的对称结构被破坏,出现了边频振荡,而且在连续的振荡结构中,强度最小值减小到 0。当  $\beta_2 \neq 0$  时这种振荡将明显减弱,在  $L_D = L'_D$  时,振荡结构几乎消失,但脉冲出现了拖尾现象,即有了更长的后沿。当  $\beta_2$  进一步增大,例如  $L_D \ll L'_D$  时,由于高阶色散的作用逐渐减小,脉冲将保持高斯形不变。考虑到高阶色散后的脉冲宽度,  $|U(z, T)|^2$  的傅里叶变换为

$$\tilde{T}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} |U(z, T)|^2 \exp(i\omega T) dT, \quad (11)$$

对  $\omega$  求  $n$  阶偏导数并取极限,得到

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\partial^n}{\partial \omega^n} \tilde{T}(z, \omega) = (i)^n \int_{-\infty}^{+\infty} T^n |U(z, T)|^2 dT, \quad (12)$$

对于类高斯脉冲的展宽因子<sup>[9]</sup>

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \left[ 1 + \frac{\Gamma(1/2m)}{\Gamma(3/2m)} \frac{C\beta_2 z}{T_0^2} + \frac{\Gamma(2-1/2m)}{\Gamma(3/2m)} \frac{(1+C^2)(m\beta_2 z)^2}{T_0^4} \right]^{1/2}, \quad (13)$$

式中  $\Gamma$  为  $\Gamma$  函数,  $\sigma_0 = T_0/2$ ,  $\sigma$  为超高斯脉冲宽度

$$\sigma = [\langle T^2 \rangle - \langle T \rangle^2]^{1/2}, \quad (14)$$

$$\langle T^n \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} T^n |U(z, T)|^2 dT / \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} |U(z, T)|^2 dT \right], \quad (15)$$

联立(15)式和(12)式可以得到

$$\langle T^n \rangle = \frac{(-i)^n}{N} \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\partial^n}{\partial \omega^n} \tilde{T}(z, \omega), \quad (16)$$

式中归一化常数  $N$  为

$$N = \int_{-\infty}^{+\infty} |U(z, T)|^2 dT = \int_{-\infty}^{+\infty} |U(0, T)|^2 dT, \quad (17)$$

由于

$$\tilde{T}(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}(z, \omega - \omega') U^*(z, \omega') d\omega', \quad (18)$$

联立(18)式和(16)式得到

$$\langle T^n \rangle = \frac{(i)^n}{N} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{U}^*(z, \omega) \frac{\partial^n}{\partial \omega^n} \tilde{U}(z, \omega) d\omega, \quad (19)$$

对于初始有啁啾调制的类高斯脉冲,将(6)式代入(9)式得到

$$\tilde{U}(z, \omega) = \left( \frac{2\pi T_0^2}{1+iC} \right)^{1/2} \times \exp \left[ \frac{i\omega^2}{2} \left( \beta_2 z + \frac{iT_0^2}{1+iC} \right) + \frac{i}{6} \beta_3 \omega^3 z \right], \quad (20)$$

对(20)式的  $\omega$  分别求一阶和二阶偏导数并代入(19)式,可以得到  $\langle T \rangle$  和  $\langle T^2 \rangle$ ,再代入(14)式,最后得到脉冲展宽因子为<sup>[10]</sup>

$$\frac{\sigma}{\sigma_0} = \left[ \left( 1 + \frac{C\beta_2 z}{T_0^2} \right)^2 + \left( \frac{\beta_2 z}{T_0^2} \right)^2 + (1+C^2) \left( \frac{\beta_3 z}{2T_0^3} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (21)$$

$T_0$  为初始脉冲宽度。在光学参量相互作用过程中,  $\beta_2$  和  $\beta_3$  对脉冲展宽共同起作用,但是它们对啁啾参量  $C$  的依赖关系不同,  $\beta_2$  对脉冲展宽的贡献取决于  $\beta_2 C$  的符号,而  $\beta_3$  对脉冲展宽的贡献不依赖于  $\beta_3$  和  $C$  的符号。利用  $L_D$  和  $L'_D$  的定义,取啁啾参量  $C=2$ ,由(21)式,数值计算了初始有啁啾调制时,由于高阶色散导致的高斯脉冲宽度展宽因子随  $z/L_D$  的变

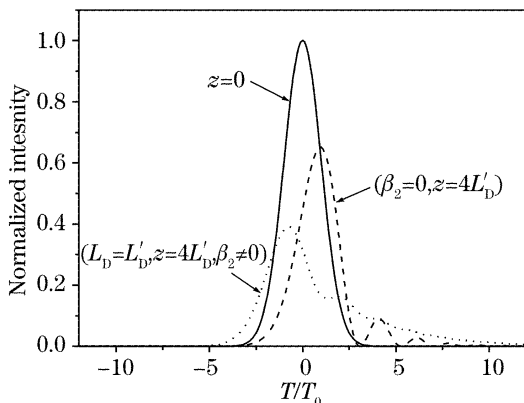


图 5 高阶色散导致脉冲展宽的波形对称性变化  
Fig. 5 Symmetry deformation of Gaussian pulse expanded by high-order dispersion

化曲线,如图 6 所示。由图 6 可知,当低阶色散  $\beta_2$  为零时,由于高阶色散的影响,超短类高斯脉冲的展宽因子随着传输距离和色散长度的关系呈线性变化。

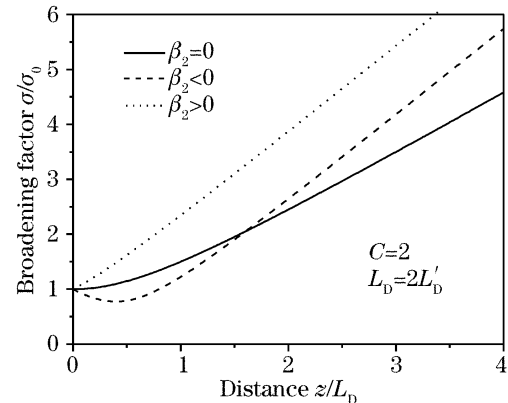


图 6 高阶色散引起高斯脉冲的展宽因子随传输距离的变化  
Fig. 6 Pulse broadening factor versus  $z/L'_D$  for ultrashort Gaussian pulse by high-order dispersion

### 3 结 论

群速度色散引起脉冲展宽对脉冲沿的陡度是十分敏感的,有较陡前后沿的脉冲在传播过程中更容易展宽,因为这样的脉冲一开始就有较宽的谱宽。类高斯超短脉冲可以说明色散导致脉冲展宽中脉冲前后沿的作用,由于在群速度色散中,低阶群速度色散起着主要作用,往往会忽略高阶色散,但是通过本文的理论分析和数值模拟计算,可以看出高阶色散引起的超短激光脉冲的脉冲展宽因子随着传输距离和色散长度的比值呈现线性变化,同时高阶色散引起了超短高斯脉冲宽度的展宽后的波形对称性被破坏并出现了旁瓣现象,所以为了获得高光束质量的新型全固态超短脉冲激光器件,高阶色散是一个不可忽略的因素。

### 参 考 文 献

- 1 Yao Jianquan, Hang Liu, Ashok Puri. Femtosecond pulse-second and third harmonic generation with BBO[J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**(6): 641~647 (in Chinese)  
姚建铨,黄 骝, Ashok Puri. 采用 BBO 晶体获得二次和三次谐波飞秒脉冲的产生[J]. *光学学报*, 1995, **15**(6): 641~647
- 2 Tetsuo Kojima, Susumn Konno, Shuichi Fujikawa *et al.*. 20-W ultraviolet-beam generation by fourth-harmonic generation of an all-solid-state laser[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(1): 58~60
- 3 P. S. Kuo, K. L. Vodopyanov, M. M. Fejer *et al.*. Optical parametric generation of continuum in orientation-patterned GaAs [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(1): 71~73
- 4 Kazi S. Abedin. Ultrafast pulse retiming by cross-phase modulation in an anomalous-dispersion polarization-maintaining fiber[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(22): 2979~2981
- 5 A. C. Chiang, T. D. Wang, Y. Y. Lin *et al.*. Enhanced terahertz-wave parametric generation and oscillation in lithium niobate waveguides at terahertz frequencies [J]. *Opt. Lett.*,

2005, **30**(24): 3392~3394

6 Wang Li, Han Xiyou. Pulse expanded and delaying effect of second harmonic wave in CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub> by group velocity mismatching and dispersion [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(9): 1249~1252 (in Chinese)

王 丽,韩秀友. 群速失配对 CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub> 晶体谐波脉冲展宽的影响[J]. *光学学报*, 2004, **24**(9): 1249~1252

7 Yao Jianquan. *Nonlinear Optics Frequency Conversion and Laser Tuning Technology* [M]. Beijing: Science Press, 1995. 177~182 (in Chinese)

姚建铨. 非线性光学频率变换及激光调谐技术[M]. 北京: 科学出版社, 1995. 177~182

8 Nobuhiro Umemura, Kiyoshi Kato. Ultraviolet generation tunable to 0.185 μm in CsLiB<sub>6</sub>O<sub>10</sub> [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(27): 6794~6796

9 L. M. Osterink, J. D. Foster. A mode-locked Nd:YAG laser [J]. *J. Appl. Phys.*, 1968, **39**(8): 4163~4165

10 D. Marcuse. Pulse distortion in single-mode fibers. 3: chirped pulses[J]. *Appl. Opt.*, 1981, **20**(20): 3573~3579

\*\*\*\*\*

## 欢迎成为《中国光学期刊网》企业会员

中国光学期刊网(<http://www.opticsjournal.net>)是由中科院上海光学精密机械研究所主办、国内光学期刊界共同参与建设的光学期刊网络信息发布平台。自2004年5月开通以来,得到了广大科研工作者、企事业单位人士的好评。

为进一步提高服务水平,中国光学期刊网从2006年起在信息服务上实行会员制度,凡光电子、激光、光通信等相关的企业均可申请成为中国光学期刊网的企业会员,中国光学期刊网将为企业会员提供优质超值的专业服务。

### 一、会员企业享受的服务包括:

- 1) 企业名称在中国光学期刊网首页的会员企业栏目中出现,并链接到企业自己的网址。
- 2) 会员企业可获赠光学类期刊一份,全年12册,在《中国激光》《光学学报》《激光与光电子学进展》《Chinese Optics Letters》中任选一种。
- 3) 可免费在本站“特别推荐”栏目发布文字信息(含广告)10条,每篇不过2000字。
- 4) 如在中国光学期刊网发布广告,可享受广告报价的80%优惠。
- 5) 优先或免费参加光学期刊网组织的各类学术和业务活动。
- 6) 可免费阅读本网站期刊全文300篇次。

### 二、会员义务:

- 1) 注册时向中国光学期刊网递交企业真实信息。
- 2) 每年交纳会员费2800元,会员资格从交费之日起计算,一年有效。
- 3) 不得将中国光学期刊网提供给会员的信息转给第三方使用。
- 4) 尊重并保护本网及论文作者的知识产权。
- 5) 在本网发布信息必须遵守中华人民共和国相关法律法规。

### 三、成为企业会员的步骤:

- 1) 注册成为中国光学期刊网的一般用户,也可以直接填写广告投放申请表单,说明您的意向。
- 2) 来信 [mail@opticsjournal.net](mailto:mail@opticsjournal.net) 告知您已经注册成功。并请告知选择何种期刊及收刊地址、联系人。
- 3) 银行汇款2800元至下列帐户:  
 开户行:工商银行上海嘉定支行营业部 户 名:中国科学院上海光学精密机械研究所  
 帐 号:1001700809026400195
- 4) 联系人:郑继承;电话:021-69918253;Email:[expert@mail.siom.ac.cn](mailto:expert@mail.siom.ac.cn)