

文章编号: 0253-2239(2007)01-0005-5

# 大规模集成光波导时域有限元差分法仿真的子域合成法

徐建锋 薄中阳 白 剑 杨国光

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

**摘要:** 用时域有限元差分的子域合成法(Synthetic subdomain method of FDTD)对大规模的光波导模拟,把仿真的光波导划分成两个或多个区域,在不影响仿真精度的条件下,删除对仿真对象影响不大的区域,并相应改变吸收边界条件进行时域有限元差分法数值模拟,考查光的传播和损耗状况,并与常规方法的运算结果相比较,结果一致且不影响计算精度。与常规方法相比,两段子域合成法所占内存约为前者的 55%,时间约为前者的 60%,三段子域合成法所占内存约为前者的 31%,时间约为前者的 28%,可见子域合成法比常规方法更有利于应用于大规模集成光波导的数值模拟仿真,对节省硬件及时间资源具有实际意义,提高工作效率。

**关键词:** 导波光学; 时域有限元差分法; 子域合成法; 大规模仿真; 集成光波导

中图分类号: TN252 文献标识码: A

## Synthetic Subdomain Method for Large-Scale Integrated Optical Waveguides FDTD Simulation

Xu Jianfeng Bo Zhongyang Bai Jian Yang Guoguang

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract:** The synthetic subdomain method (SSDM) of finite-difference time-domain (FDTD) method is used to simulate the large-scale optical waveguides. The waveguide is divided into two or more parts, and the parts whose influence on the simulation result is ignorable are deleted on the condition that the simulating precision does not deteriorate. In the simulation, the absorption boundary condition is changed accordingly, and the light transmission and loss are also considered. The simulation results agrees with that of conventional method, and no precision decline is found. The two-part method occupies 55% memory and 60% time of the conventional FDTD method. Three-part SSDM uses 31% memory and 28%. It is demonstrated that the SSDM is superior to the conventional FDTD method for large-scale integrated optical waveguide simulation, saves hardware resource and time, and improves the working efficiency.

**Key words:** guided wave optics; finite-difference time domain method; synthetic subdomain method; large-scale simulation; integrated optical waveguide

## 1 引 言

随着集成光路受到日益重视和大力发展,光波导得到广泛的应用和研究。光波导用低折射率的介质把光限制在高折射率的薄膜层中传播,弯曲波导在各种光波导器件(如光波导陀螺)中有广泛的应

用,但在弯曲波导中存在着辐射损耗这种固有损耗,辐射损耗的大小影响着含弯曲波导的光波导器件的性能。不同的半径,不同曲率的弯曲波导的辐射损耗是不同的,因此有必要对弯曲波导进行模拟分析和优化设计<sup>[1~4]</sup>。在现今的工程计算中,时域有限

作者简介: 徐建锋(1973—),男,山东日照人,理学博士,主要从事信息光学、微光学、微光学工艺及设计。

E-mail: x.j.f@263.net

导师简介: 杨国光(1936—),教授,博士生导师,主要从事光纤陀螺及微光学的研究。E-mail: ggyang@zju.edu.cn

收稿日期: 2006-02-29; 收到修改稿日期: 2006-06-13

差分法 (FDTD) 成为越来越被广泛使用的方法<sup>[5~7]</sup>。该法以 Yee 元胞为空间电磁场离散单元, 将麦克斯韦旋度方程差分得到空间及时间递推式, 之后利用计算机完成复杂计算。时域有限元差分法的优点是原理明晰, 推导简单, 方程形式统一, 编程简便, 能方便处理复杂问题。然而, 由于计算区域每一个细小元胞都要差分产生多个独立电磁分量(二维情形产生三个, 三维产生六个)<sup>[8~13]</sup>, 若进行较大规模网格的计算, 必然导致计算机硬件资源与计算时间资源的大量消耗。这也正是个人计算机进行大规模时域有限元差分法计算的瓶颈所在。

对于较大尺度弯曲波导的模拟, 传统上一般定义仿真区域为一矩形。由于整个时域有限元差分法区域中波导所占的面积相对很小, 研究的部分也只是波导本身和其附近较小范围的区域, 而大部分计算都用在了四周较远距离的基底上, 这种建模法造成了硬件资源和时间的极大浪费。因此设想并验证了一种新方法: 时域有限元差分法子域合成法。该法根据目标的具体形状, 将矩形区域的某些无关部分直接划除, 从而减小了需要计算的面积。

## 2 二维光波导时域有限元差分法仿真基本理论

无源介质中电磁场的矢量波动方程由麦克斯韦 (Maxwell) 方程给出:

$$\begin{cases} \nabla \times (\epsilon^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) = -\mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}, \\ \nabla \times (\mu^{-1} \nabla \times \mathbf{E}) = -\epsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\mathbf{H}$  为磁场强度矢量,  $\mathbf{E}$  为电场矢量,  $\epsilon$  为介质的介电常量,  $\mu$  为介质的磁导率。  $\epsilon^{-1}\epsilon=1$ , 对于各向同性介质  $\epsilon^{-1}=1/\epsilon$ , 对于各向异性介质  $\epsilon^{-1}$  即为张量  $\epsilon$  的逆。介质的磁导率一般为标量常数,  $\mu^{-1}=1/\mu$ 。

$$\begin{cases} \mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = 0, \\ \mathbf{n}_{12} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = 0, \\ \mathbf{n}_{12} \cdot (\mu_2 \mathbf{H}_2 - \mu_1 \mathbf{H}_1) = 0, \\ \mathbf{n}_{12} \cdot (\epsilon_2 \mathbf{E}_2 - \epsilon_1 \mathbf{E}_1) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

考虑 TE 模  $E_y$ , 其满足如下方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z}, \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x}, \end{cases} \quad (3)$$

首先把波导分成多个单元, 单元的分法有多种, 二维 TE 情形下, 仿真空间中每个 Yee 元胞电磁分量分布采用如图 1 所示的方格子。对 TE 模  $E_z$  进行数值模拟, 得到如下所示的递推公式。其中只包含  $H_x, H_y, E_z$  三个分量。麦克斯韦方程组为

$$\begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} - \sigma_m J_x, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} = \mu \frac{\partial H_y}{\partial t} + \sigma_m H_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z, \end{cases}$$

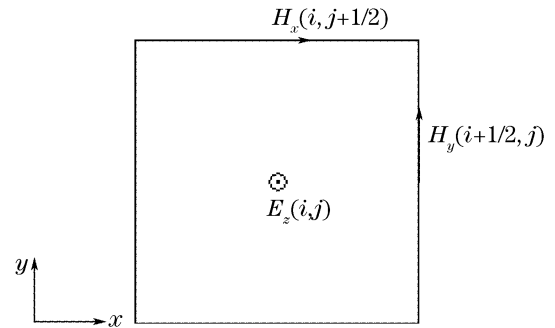


图 1 第  $(i, j)$  个元胞

Fig. 1 Unit cell of  $(i, j)$

在波导介质中, 计算时假定其电导率  $\sigma$ , 磁导率  $\sigma_m$  均为 0, 则由麦克斯韦旋度方程推导出的中心差分式为

$$\begin{aligned} E_z^{n+1}(i, j) &= E_z^n(i, j) + \frac{\Delta t}{\epsilon(m)} \left[ \frac{H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) - H_y^{n+1/2}(i-1/2, j)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j-1/2)}{\Delta y} \right], \\ H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) &= H_y^{n-1/2}(i+1/2, j) + \frac{\Delta t}{\mu(m)} \times \frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{\Delta x}, \\ H_x^{n+1/2}(i, j+1/2) &= H_x^{n-1/2}(i, j+1/2) - \frac{\Delta t}{\mu(m)} \times \frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{\Delta y}, \end{aligned}$$

以上各式实现了对二维空间和时间的三维离散。  $E, H$  分量不仅在空间上相差半个空间步, 在计算时间上也相差半个时间步。式中  $\epsilon, \mu$  是计算区域位置  $m$  的函数。  $\Delta x, \Delta y$  分别为沿  $x$  和  $y$  方向的空间步长,  $\Delta t$  为时间步

长。空间步长与时间步长均应满足数值稳定性条件。

### 3 时域有限元差分法子域合成法基本理论

传统的直角坐标系下时域有限元差分法的计算区域是一个矩形，相应的吸收边界等都是一个矩形（二维模拟）。采用的时域有限元差分法子域合成法是为具有特定形状的仿真对象量体裁衣，用一系列矩形子区域将其适当覆盖，然后在组合而成的多边形时域有限元差分法区域边界相应设置多个吸收边界与吸收角点。这相当于在通常单一矩形的区域中将与研究作用不大的区域直接划除。在确定被划除区域时，注意被划除区域场分布的留存与否对保留区域场分布产生的影响在研究的精度下可以忽略。

时域有限元差分法子域合成法不同于并行计算的区域分割，它是一种串行算法，只是优化了初始的计算场区形状，减小了计算面积。在其基础上可再进行并行分割，进一步提高效率。

显而易见，该法对于时域有限元差分法的三维建模依然适用，三维时域有限元差分法子域是两个或多个长方体。另外，对于不同坐标系下的时域有限元差分法计算也可以适用，只要适当选取子域并正确设定其间通讯条件和总区域边界条件即可。

在弯曲光波导的仿真中时域有限元差分法子域合成法具有特别的优点。因为与模拟空间电磁散射场不同，波导的模拟主要考查其内部及附近的传导模式和场幅衰减。对于给定的波导，首先要考查其几何形状，然后合理地对整个区域进行划分。所谓合理是指既要保证尽量减少计算面积，又不因过度划分影响保留区域的场分布。在二者之间寻求一个最优的平衡。为保证程序简洁，保留计算区域应由尽量简单的系列矩形子域构成。

例如图 2 所示形状的四分之一圆弧波导，左边是一般方法的计算区域，右边则利用时域有限元差分法

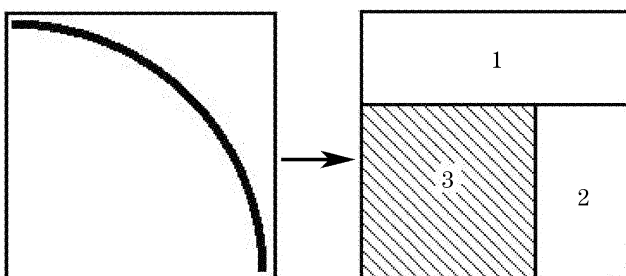


图 2 子域 1 和子域 2 合成多边时域有限元差分法  
Fig. 2 Polygon finite-difference time-domain formed by subdomains 1 and 2

子域合成法对其重新分割，划除阴影区域 3，只对子域 1 和 2 计算，这样处理可直接减少近 50% 的计算面积，相当于节约一半硬件存储资源，并使程序整体运算速度提高一倍，称为二段子域合成法。当然还可以进一步，对子域 1 和 2 进一步合理剪裁，形成三段甚至更多段的子域，从而节省更多资源。

分块算法的基本元胞递推式和吸收边界递推式以及凸出吸收角点的计算方法均与普通时域有限元差分法方法一致。区别是分块后边界的条数将有所变化，吸收角点的个数也将增多。在图 1 中，分块后新区域共有六条吸收边界，五个凸出吸收角点。值得注意的是，分块将产生向区域内部凹陷的角点，由于这类角点周围具备按照普通内部元胞计算方法所需的全部电磁分量，因此不属吸收角点，可按照普通内部元胞方法处理。区域 1 和 2 之间的公共边界也按照内部点处理。经验证上述处理方法可行有效的。

## 4 仿真算例

### 4.1 点源检验

利用时域有限元差分法子域合成算法进行了点源的模拟（如图 3 所示），并把结果和常规的算法作比较。图 3 中子域 1 定义为  $N1(0:600, 400:600)$ ，子域 2 定义为  $N2(400:600, 0:400)$ ，点源在  $(500, 500)$ ，其中  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ ，空间折射率  $n_0 = 2.0$ ，空间步长  $\Delta x = \Delta y = \lambda/10 = \Delta$ ，时间步长  $\Delta t = \Delta/(2 \cdot c_0)$ ，并采用二阶 Mur 边界。图 3 为运行 1700 步时的  $E_z$  场幅分布。

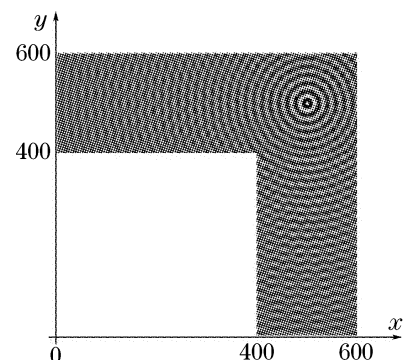


图 3 点源在波导中传播的子域合成法

Fig. 3 Pointlike source of light transmitting in waveguide simulated using synthetic subdomain method

由图 3 所示的可见位于子域 1 的点源辐射波顺利传导至下方的子域 2，凹陷角点处透明无反射。远离点源的部分有少量干涉是由于吸收边界产生少量反射波。对比图 4 所示的按照一整块  $N(0:600, 0:600)$ ，建模的模拟，模拟结果在计算区域是非常一

致的;而且用子域合成法的程序在运行时内存占用量是常规方法的约二分之一大小,同时运行时间也有明显减少;区域 2 与区域 1 前部的计算数值关于  $y=x$  轴对称。进一步证明方法可行。

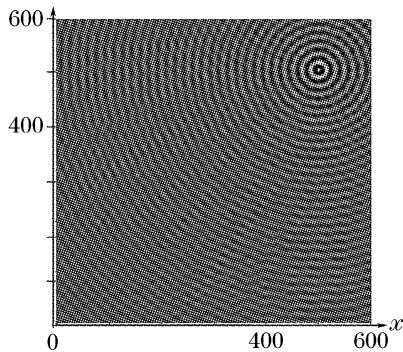


图 4 常规时域有限元差分算法的点光源模拟

Fig. 4 Pointlike source of light simulation using general finite-difference time-domain method

#### 4.2 四分之一圆弧波导

图 5 为图 1 所示弯曲波导的子域合成法建模的实际检验。其中基底折射率  $n_0=1$ , 波导折射率  $n_1=3.2$ , 波导宽度  $d=0.31 \mu\text{m}$ , 波导半径  $r=19.5 \mu\text{m}$ , 入射  $\mu=1.55 \mu\text{m}$ , 空间步长  $\Delta x=\Delta y=\Delta$ , 时间步长  $\Delta t=\Delta/(2 \cdot c_0)$ , 并采用二阶 Mur 边界。图中所示为程序运行 2500 步时的  $E_x$  场幅分布。图 6 是常规建模的弯曲波导模拟。

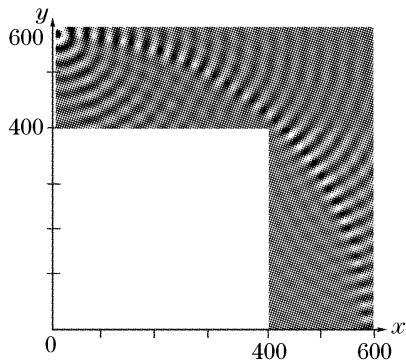


图 5 子域合成法的弯曲波导模拟

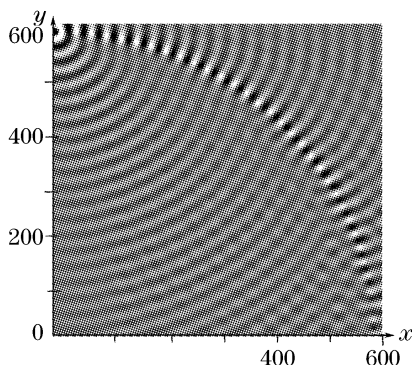


图 6 常规时域有限元差分法弯曲波导模拟结果

Fig. 6 Bent waveguide simulations using conventional finite-difference time-domain method

图 5 中可见波导光顺利传入子域 2 并在其内波导中继续传播并有一定衰减。对照图 6, 子域 1 的下方吸收边界将大部分基底中向其入射的泄漏波吸收。可以看见, 这没有影响进入子域 2 的波导光, 反而将本应进入子域 2 的串扰波消除, 提高了计算结果的准确度, 使输出光强更能反应波导性能。

#### 4.3 传统算法和子域合成法的比较

为了直观地表示出子域合成法的优点, 对包含弯曲波导规模为  $3000 \text{ 格} \times 3000 \text{ 格}$  的波导进行模拟, 在表 1 中做出了传统算法和二段子域合成以及三段子域合成的模拟结果。试验中运行条件均一样, 弯曲波导半径为  $449.5 \mu\text{m}$ , 每 10 格为一个波长, 故有 300 个波长量级, 波导宽度为  $1.55 \mu\text{m}$ 。运行步数为 13000 步时, 可达到稳定状态。

表 1 传统算法和子域合成法的比较

Table 1 comparison between the conventional method and synthetic subdomain method

	Memory consumed	Running time / s
Conventional method (waveguide)	211604 kB (206.6 MB)	41504.000000 (11.53 h)
Two-part subdomain method (waveguide)	117684 kB (114.93 MB)	24746.000000 (6.87 h)
Three-part subdomain method (waveguide)	66604 kB (65.04 MB)	11786.000000 (3.27 h)

从表中看到二段子域合成占原来使用内存的 55.61%, 减少了约 92 MB; 运行时间上占原来的 59.62%, 减少了约 4.65 小时; 而三段子域合成只占原来内存的 31.48%, 减少了约 141.6 MB; 时间上占原有的 28.40%, 减少了约 8.25 小时。因此可以看出子域合成法有着很高的优越性, 并且和粗细网格技术也有着不同, 粗细网格技术是一种变网格大小的方法, 是对完整的仿真区域模拟, 程序上复杂并且在节省资源方面也不如子域合成法。

#### 4.4 大规模波导验证

为了更好的验证子域合成, 利用三段子域合成法对大规模的四分之一弯曲波导进行了模拟。波导半径为  $0.14725 \text{ cm}$  ( $10000 \times 10000 \text{ 格}$ ), 波导宽度为  $6 \mu\text{m}$ , 波长为  $1.55 \mu\text{m}$ , 其它基本设置不变, 计算机配置为内存 2 G。运行步数为 50000 步, 通常一天能运行 9000 多步, 经过五天多的运行, 我们看到程序运行稳定, 得到比较满意的光波导传播图, 如图 7 所示。

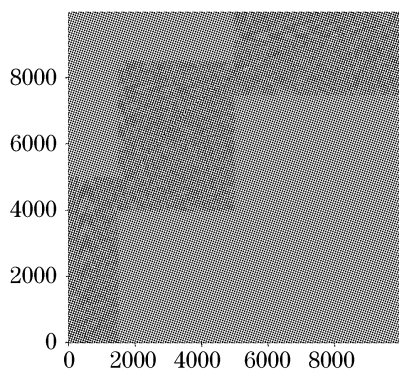


图 7 三段子域合成法模拟一段大规模的弯曲光波导

Fig. 7 A large-scale bent waveguide simulations using three segments sub domains method

## 5 结 论

子域合成法是一种能够有效提高时域有限元差分法仿真效率的新方法,和传统算法及粗细网格算法都不同,它以仿真目标为导向,根据实际的要求,建立两块及两块以上的多个分块子区域,化整为零,划除无用区域以减小计算面积,在节约了计算机资源的同时,也节省了计算时间,提高了程序运行的效率。这对具有特定形状(如弯曲波导)的大规模时域有限元差分法数值模拟具有非常明显的效果,并且不影响仿真效果。

### 参 考 文 献

1 Dai Daoxin, Yin Yuan, Pan Derong *et al.*. Analysis of coupling between bent waveguides[J]. *Acta Photonic Sinica*, 2002, **31**(11): 1413~1417 (in Chinese)  
戴道铨,殷源,潘德荣等. 弯曲波导之间的耦合分析[J]. *光子学报*, 2002, **31**(11): 1413~1417

2 Kane S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media [J]. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 1966, **14**(3): 302~307

3 Chengbin Peng, M. Nafi Toksoez. An optimal absorbing boundary condition for finite difference modeling of acoustic and elastic wave propagation[J]. *J. Acoust. Soc. Am.*, 1994, **95**(2): 733~745

4 M. Heiblum, J. H. Harris. Analysis of curved optical waveguides by conformal transformation[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 1975, **QE-11**(2): 75~83

5 Tieshan Guan, Mingyang Chen, Zhilong Zhang *et al.*. Numerical simulation and analysis of losses in air-core plastic photonic bandgap fibers[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(6): 313~316

6 Zhu Zhihong, Ye Weimin, Ji Jiarong *et al.*. Transmission properties research of photonic crystals in the non-Inertial frame using FDTD method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(10): 1415~1419 (in Chinese)  
朱志宏,叶卫民,季家谔等. 用时域有限差分方法研究非惯性坐标系下光子晶体传输特性[J]. *光学学报*, 2005, **25**(10): 1415~1419

7 Kong Fanmin, Li Kang, Liu Xin *et al.*. Application of the scalar PML-FDTD method for simulation of weakly guiding optical devices[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(4): 417~420 (in Chinese)  
孔繁敏,李康,刘新等. 标量PML-FDTD算法在弱导光器件仿真中的应用[J]. *中国激光*, 2004, **31**(4): 417~420

8 Yang Jianyi, Wang Minghua. Optimizing design to optical waveguide bend structure[J]. *J. Optoelectronic*, 1999, **10**(4): 305~309 (in Chinese)  
杨建义,王明华. 光波导弯曲的结构优化[J]. *光电子·激光*, 1999, **10**(4): 305~309

9 E. A. J. Marcatili, S. E. Miller. Improved relations describing directional control in electromagnetic wave guidance[J]. *Bell Syst. Technol. J.*, 1969, **48**(9): 2161~2188

10 Gerrit Mur. Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic-field equations[J]. *IEEE. EMC*, 1981, **23**(4): 377~382

11 Xiaojuan Yuan, D. Borup, James W. Wiskin *et al.*. Formulation and validation of Berenger's PML absorbing. boundary for the FDTD simulation of acoustic scattering [J]. *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control.*, 1997, **44**: 816~822

12 M. M. Sigalas, N. Garcia. Theoretical study of three dimensional elastic band gaps with the finite-difference time-domain method[J]. *J. Appl. Phys.*, 2000, **87**(6): 3122~3125

13 D. Marcuse. *Light Transmission Optics* [M]. Second Edition, New York: Van Nostrand Reih Old, 1982