

文章编号: 0253-2239(2006)09-1358-5

相移干涉仪中探测器非线性误差及其补偿

曾丹华 肖体乔 席再军 杜国浩 刘丽想 骆玉宇 徐洪杰

(中国科学院上海应用物理研究所, 上海 201800)

摘要: 通过对多个相移算法的理论分析和数值模拟,发现探测器的非线性响应在相位中会引入 2 倍空间频率的系统误差。结果表明,非标准相移算法随着探测器非线性度的增加,相对误差也越来越大。提出了压电陶瓷驱动器的移相误差和光电探测器的非线性误差相互抵消的误差补偿技术,并给出了判别误差匹配有效性的实用判据。仿真表明,这种误差补偿技术可以使测量误差减小约一个量级。证明了在不考虑波前幅度信息时,标准相移算法对光电探测器的非线性为零响应,不影响仪器精度。

关键词: 光学计量; 探测器非线性; 相移干涉仪; 系统误差补偿; 空间频率

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

Detector Nonlinear Error and Compensation in Phase-Stepping Interferometry

Zeng Danhua Xiao Tiqiao Xi Zaijun Du Guohao Liu Lixiang Luo Yuyu Xu Hongjie

(Shanghai Institute of Applied Physics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: Through theoretical analysis and numerical simulation of many phase-stepping algorithms, it is concluded that the detector nonlinearity would introduce systematic error with twice spatial frequencies of the interference pattern into the result phase. Relative error of nonstandard phase-stepping algorithm will increase as the detector nonlinearity increases. An error compensating technique that the phase shift error of PZT and the nonlinear error of the optoelectronic detector counteract with each other is reported, and the practical error-matching criterion is presented. The simulation shows that this technique reduces the measurement error with near one order of magnitude. It is proved that the standard phase-stepping algorithms have perfect zero error response to nonlinear detectors and no effect on the accuracy of the device exists, when the amplitude information of the wavefront is ignored.

Key words: optical metrology; detector nonlinearity; phase-stepping interferometer; systematic error compensation; spatial frequency

1 引 言

相移干涉技术最早由 Bruning^[1] 1974 年提出,其基本思想是在干涉仪参考臂引入附加相位即相移(通常利用压电陶瓷),通过处理多帧干涉图得到相位信息,从而恢复出被测表面的形貌。经过几十年的发展,相移干涉术已成为应用最广泛的主要光学检测方法之一。凭借精度高、耗时少的优点,相移干涉技术已经超越了传统的宏观面形检测和像质检测,其应用扩展到诸如电分析化学^[2]、表面等离子体共振技术^[3]、晶体生长动力学^[4]和太赫兹波成像^[5]等研究领域。

相移干涉仪系统误差的研究始于 Schwider^[6] 1983 年的先驱性工作,他详细讨论了相移技术中几

种常见的系统误差,指出移相误差带来的系统误差呈 2 倍空间频率的余弦分布,并考察了杂散光误差和相干误差。现在,这方面的研究主要分为两类:一类是系统误差的抑制和补偿^[6~8];另一类则集中在各种特别设计的相位重建算法和相位解包裹技术上^[9~14]。

空间频率用来表征某一物理量在空间区域内的周期性分布特征。许多研究者注意到^[6~8],相移干涉仪中常用的压电陶瓷传感器在定位不准或非线性效应明显时会在被测相位中产生按 2 倍空间频率余弦分布的误差。但是,对由光电探测器的非线性响应引起的误差,尤其是相对误差与空间频率的关系,以及系统误差间的匹配补偿,至今未见报道。针对 Bruning^[1] 提出的所谓标准算法,文献[15]针对四帧

作者简介:曾丹华(1980~),男,中国科学院上海应用物理研究所硕士,主要从事大型非球面光学检测、X 射线光学的研究。

导师简介:肖体乔,中国科学院上海应用物理研究所研究员,博士生导师,主要从事大型非球面光学检测、X 射线光学方面的研究。E-mail: tqxiao@sinap.ac.cn

收稿日期: 2005-07-21; 收到修改稿日期: 2005-12-14

90°的情况给出了一种去除探测器非线性误差的方法,但该方法不能推广使用。除了标准算法,人们也提出了许多其他的算法,统称为非标准算法,如可抑制附加相位的线性偏差的 Schwider 算法^[11], Stoilov 算法^[10]; M. Afifi^[11]提出的可抑制激光光源功率波动的五帧算法,实际上是表 1 中五帧任意角算法当步长为 90 度的一个特例。文献[16]研究了 Stoilov 算法的误差响应,但侧重于相移步长对该解析算法相移误差、光强误差和计算性能的影响。

本文针对多个相位解析算法(见表 1),首先从理论上分析了探测器非线性效应的误差响应,然后给出了非标准算法的相对误差分布,之后提出了一种新的有效的系统误差补偿方法。最后,证明对标

准算法探测器非线性不影响测量精度,从而将文献[15]的结论推广到了一般情形。

2 探测器非线性效应的误差响应

一般地, N 帧相移解析算法和各帧干涉光强可写为

$$\begin{aligned} \phi &= f(I_1, I_2, \dots, I_N), \\ I_i(x, y) &= A + B \cos[\phi(x, y) + \theta_i], \end{aligned} \quad (1)$$

其中 A 为背景光强, B 为调制度, $\phi(x, y)$ 为光波的二维相位分布, 与被测面形有关, θ_i 代表各帧相移。目前大多数相位解析算法都以(1)式为基础。本文中提到的算法列在表 1 中, 下标与相移角对应。

表 1 普通相移算法

Table 1 List of common phase-stepping algorithms

Algorithm	Analytical expression	Phase shifts / (°)	Notes
3-frame 90°	$\tan \phi = \frac{I_1 + I_3 - 2I_2}{I_1 - I_3}$	0, 90, 180	The simplest 90° algorithm
N -frame standard	$\tan \phi = - \sum I_i \sin \theta_i / (\sum I_i \cos \theta_i)$	$\theta_i = 2\pi(i-1)/N$	N -frame standard
4-frame 90°	$\tan \phi = \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3}$	0, 90, 180, 270	4-frame standard algorithm
3-frame arbitrage step	$\tan \phi = \left(\frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \frac{I_1 - I_3}{2I_2 - I_1 - I_3}$	$-a, 0, a$	Here $a = 60^\circ$
Schwider algorithm	$\tan \phi = \frac{3I_2 - (I_1 + I_3 + I_4)}{(I_1 + I_2 + I_4) - 3I_3}$	0, 90, 180, 270	First appeared in Ref. [9]
4-frame mixed	$\tan 2\phi = \frac{1}{2} \left(\frac{I_2 - I_3}{I_2 - I_1} - \frac{I_4 - I_3}{I_1 - I_4} \right)$	0, 90, 180, 270	Author derived
5-frame arbitrage step	$\tan \phi = \frac{2(I_2 - I_4) - (I_1 - I_5)}{2 \sin \alpha (2I_3 - I_2 - I_4)}$	$-2a, -a, 0, a, 2a$	$\sin \alpha = \sqrt{1 - \frac{(I_1 - I_5)^2}{4(I_2 - I_4)^2}}$ In Ref. [10], the original form is wrong
Stoilov algorithm	$\tan \phi = \frac{2 \sin \alpha (I_2 - I_4)}{2I_3 - I_1 - I_5}$	$-2a, -a, 0, a, 2a$	

对于多数反正切式算法来说, 探测器光电响应的线性误差并不引起测量误差, 而常量误差即温度恒定时的暗电流和信号电流相比可忽略, 故着重分析探测器的非线性误差(即高次误差)。探测器光电响应的非线性效应指接收靶在光电转换过程中的比例失调现象。理想探测器的输出电压 V 应与曝光量 E 成正比

$$V = kE, \quad (2)$$

其中 k 为比例因子。但实际器件一般并不满足上述关系, 且关系较复杂, 影响较大的通常是二阶和三阶非线性效应。常用的电荷耦合器件(CCD)的非线性起因于信号电荷存储和传输过程中反型层电荷的溢出。下面分析探测器非线性误差对相移算法的影响。

假设探测器的二阶和三阶非线性系数分别用 δ 和 η 表示, 则对入射光强 I 实际记录的光强为

$$I^* = I + \delta I^2 + \eta I^3, \quad (3)$$

通常二阶非线性度在 1% 左右, 三阶非线性更小, 因

此本文中只考虑二阶非线性。上式代入(1)式, 有

$$\phi^* = f(I_1^*, I_2^*, \dots, I_N^*), \quad (4)$$

而几乎所有的反正切式相位解析算法都可一般地表示为

$$\phi(x, y) = \arctan \left[\frac{\sum S_i I_i}{\sum C_i I_i} \right], \quad (5)$$

其中 S_i 和 C_i 为与 i 有关的常数, 求和符号表示从 1 到 N (下同)。为消除背景光, S_i 和 C_i 须满足

$$\sum S_i = 0, \quad \sum C_i = 0, \quad (6)$$

记 $\sum S_i I_i = mB \sin \phi$, $\sum C_i I_i = mB \cos \phi$, m 为无量纲整数, B 为干涉调制度。考虑到 δ 很小, 可用线性误差理论近似得到

$$\Delta \phi = \phi^* - \phi = \frac{\delta B}{2m} (K \cos \phi - P \sin \phi), \quad (7)$$

其中

$$K = \sum S_i \cos 2(\phi + \theta_i), \quad P = \sum C_i \cos 2(\phi + \theta_i),$$

(7)式表明探测器非线性引入的误差含有 2 倍频分

量,而且与算法有关。如对三帧 90° 算法,有

$$\Delta\phi = 2\delta\cos 2\phi\cos\phi. \quad (8)$$

3 非标准相移算法

3.1 相对误差模拟

结合(7)式,由探测器的非线性响应引起的相对误差可以表示为

$$R = \frac{\Delta\phi}{\phi} = \frac{\delta B}{2m\phi}(K\cos\phi - P\sin\phi), \quad (9)$$

相对误差可以更准确地表征非线性响应对测量的影

响,图 1 和图 2 给出两个示例。图 1 是三帧任意角算法的绝对误差和相对误差。非线性系数依次为 -1.0% 、 -0.5% 、 -0.1% 、 0.1% 、 0.5% 和 1.0% (下同)。图 1(a)表示绝对误差呈 3 倍频分布,图 1(b)显示相对误差为 2 倍频变化,且变动幅度随非线性系数的减小而减小。

图 2 是四帧 90° 组合算法的误差分布。尽管四帧 90° 组合算法的绝对误差即非单倍频亦非三倍频,但相对误差却有 2 倍频周期性。

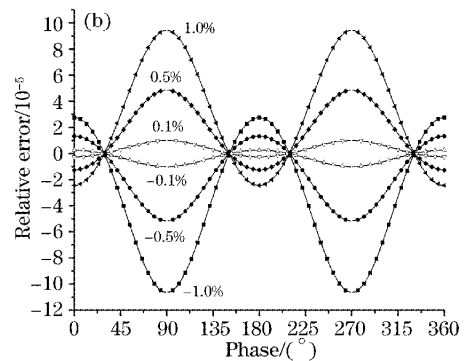
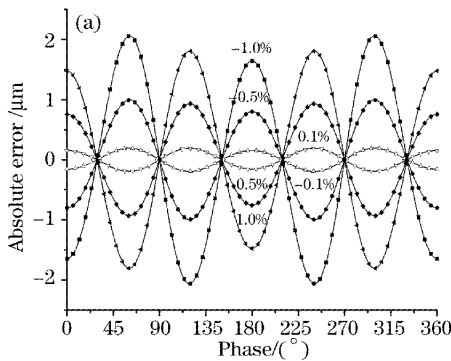


图 1 三帧任意角算法的绝对误差(a)和相对误差(b)

Fig. 1 Error and relative error of 3-frame arbitrary-step algorithm. (a) Absolute error, (b) relative error

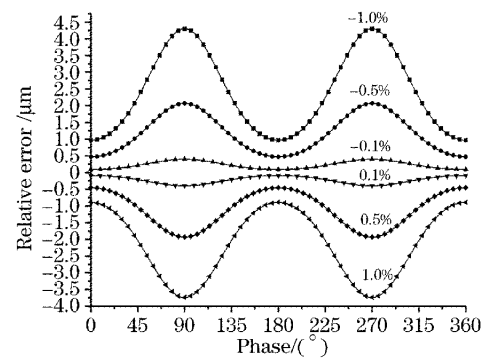
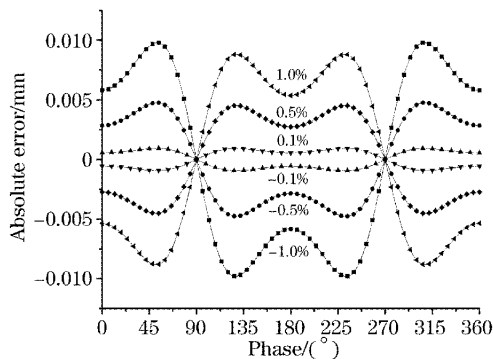


图 2 四帧 90° 组合算法的误差分布。(a)绝对误差,(b)相对误差

Fig. 2 Error and relative error of new 4-frame 90° algorithm. (a) Absolute error, (b) relative error

综上所述,对非标准算法,探测器非线性引起的相对误差总是以 2 倍空间频率余弦变化。图 1 和图 2 所示仅是典型,许多其他算法如 Stoilov 算法和五帧任意角算法也满足这一结论。

3.2 误差补偿

结合文献[8]和本文的研究,对多数相位解析算法,移相误差和探测器非线性误差都引入以 2 倍空间频率余弦分布的误差。实际上,这一结论并非偶然或巧合。结合(3)式和(5)式,探测器非线性必然在干涉图中引入光强的二次或更高次项,这使得相移解析算法含有余弦的二倍频或高频分量。而压电

陶瓷驱动器的移相误差是在被解析相位中引入二次项。从物理本质上讲,相移器的非线性和光电探测器的非线性最终对探测信号的影响是一致的。这同时也表明,可以用探测器非线性误差补偿移相误差,从而提高测量精度。实现这一补偿技术的难点在于,压电陶瓷驱动器的非线性系数和 CCD 的非线性系数都需要通过事先精密的非线性标定得到。而目前 CCD 的非线性校正并没有相应的理论模型,只能靠多次实验测量出实际的光电响应曲线,通过查表来标定。这一方法的精度和可靠性还有待提高。故本文只给出该补偿技术的数值模拟结果。

图 3 的数值模拟分别给出了三帧 90°算法和 Schwider 算法同时存在两种误差时的响应。图 3(a) 给出三帧 90°算法只存在 0.1% 的探测器非线性误差和只存在 -10' 的移相误差时的响应曲线,而中间的曲线则表示补偿后的相位误差。特别值得注意的是,模拟结果清晰地表明两种误差符号相反,且正好反相,补偿后的总误差的中值和峰谷值也相对较小。中

值表示误差波动的平均值,而峰谷值表示误差中最大值与最小值之差。图 3(b) 给出了四帧 Schwider 算法的类似结果,探测器非线性系数为 -1.0%,相移误差为 (2/3)°。位于中间的曲线显示如果匹配得当,两种误差互相补偿的效果非常明显,图 3(a) 和图 3(b) 显示补偿后总误差减小一个数量级。

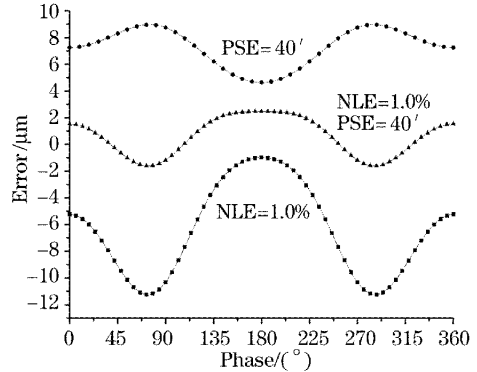
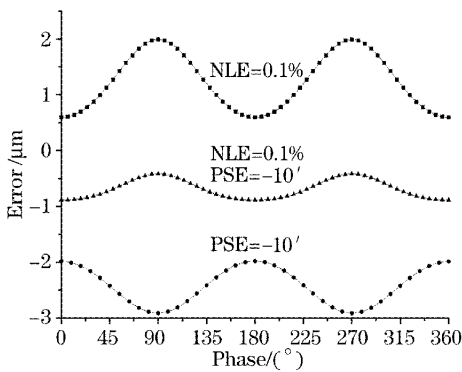


图 3 三帧 90°算法(a)和 Schwider 算法(b)同时存在两种误差时的响应

Fig. 3 Compensation of phase shift error and detector nonlinear error. (a) 3-frame 90° algorithm, (b) Schwider algorithm

如何判断两者的匹配是否得当,可以参考如下判据

$$PV[E(n, p)] \leq \min\{PV[E(n)], PV[E(p)]\},$$

$$\text{mean}[E(n, p)] \leq \min\{\text{mean}[E(n)], \text{mean}[E(p)]\}, \quad (10)$$

其中 n 和 p 分别表示非线性误差和移相误差, $E(n, p)$ 表示这两种误差都存在时引起的相位测量误差, $E(n)$ 和 $E(p)$ 则表示只存在一种误差时的相位误差函数。PV 表示该误差的峰谷值,而 \min 和 mean 分别表示取最小值和取平均值即中值。该判据表明,只要两者匹配补偿后的误差的峰谷值和中值都比原来小,则这个误差匹配就是有效的。一个粗略的原则是:正的探测器非线性与负的移相误差匹配,反之亦可。要实际应用这一补偿方法,需要对光电探测器的非线性和参考臂的移相器作标定测试。图 3 实际上给出了应用判据(10)的一个实例。

当然,系统误差的补偿是一个优化的过程,补偿后误差的中值和峰谷值也是越小越好。图 4 给出三帧 90°算法的优化实例。图 4(a) 中给定探测器非线性为 0.5%,从下到上移相误差依次为 -20'、-15'、-12'、-10'、-7.5' 和 -6'。当移相误差为 15' 时两者补偿的效果最佳,但此时中值并不在零附近。图 4(b) 中给定移相误差为 0.5 度,从上到下探测器非线性依次为 -0.05%、-0.1%、-0.2%、-0.3%、-0.4% 和 -0.5%。当探测器非线性是 -0.2% 时补偿效果最佳,峰谷值很小,几乎可视为常量误差。相对应的是 -0.3% 和 -0.4%,两者的中值虽然与零接近,但峰

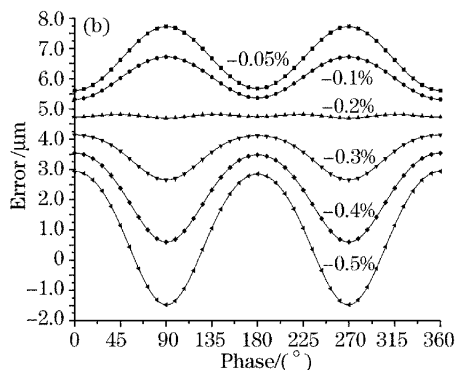
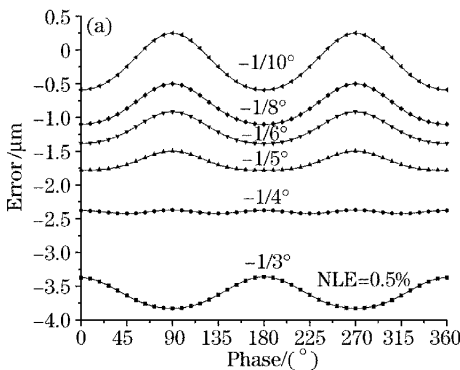


图 4 三帧 90°算法的优化过程。(a) 给定非线性误差,(b) 给定移相误差

Fig. 4 Error matching optimization for 3-frame 90° algorithm. (a) Fixed nonlinear error, (b) fixed phase shift error

谷值却偏大。这也说明当给定非线性误差和移相误差中任一值时,如果匹配得当,可以大幅度降低整体的相位误差。

值得说明,这种补偿技术不只对三帧 90° 算法或 Schwider 算法有效,原则上讲,它对所有两种误差都以 2 倍频余弦分布的算法都有补偿作用。

4 标准相移算法

标准相移算法是指 Bruning^[1]1974 年最早提出的相位解析算法,其特点是相移角在 0 到 2π 之间均匀分布。当探测器的非线性效应不可忽略时,结合(3)式有

$$\tan \phi^* = -\frac{\sum I_i \sin \theta_i + \delta \sum I_i^2 \sin \theta_i}{\sum I_i \cos \theta_i + \delta \sum I_i^2 \cos \theta_i}, \quad (11)$$

对标准算法利用复数单位圆容易证明

$$\begin{aligned} \sum \sin \theta_i &= \sum \cos \theta_i = 0, \\ \sum \cos(\phi + \theta_i) \sin \theta_i &= -N \sin \phi / 2, \\ \sum \cos(\phi + \theta_i) \cos \theta_i &= N \cos \phi / 2, \quad (12) \\ \sum \cos^2(\phi + \theta_i) \sin \theta_i &= 0, \\ \sum \cos^2(\phi + \theta_i) \cos \theta_i &= 0, \end{aligned}$$

结合(11)式,得到

$$\tan \phi^*(x, y) = \frac{NB(1 + 2A\delta) \sin \phi(x, y)}{NB(1 + 2A\delta) \cos \phi(x, y)} = \tan \phi(x, y), \quad (13)$$

式中 N 为标准算法的帧数, A 为背景光强, B 为光强调制度。(13) 式表明,单位圆内相移角的分布对称性保证了算法对探测器非线性完全不敏感。上述证明没有用到任何近似或特殊角。文献[15]中提出的去除探测器非线性的归一化方法只适用于四帧算法,是本结论的一个特例。

5 结 论

总结本文,可得到如下结论:

1) 探测器二阶非线性误差会引起非标准相移算法出现 2 倍空间频率余弦分布的相对误差,且随二阶非线性度而增加。

2) 按不同算法对探测器非线性响应的性质,相位解析算法可以分为三类:①非线性零响应,如标准算法;②绝对误差 2 倍频变化,如三帧 90° 算法和 Schwider 算法;③相对误差 2 倍频变化,如 Stoilov 算法、三帧任意角算法等。

3) 结合文献[8],基于压电变换器的移相误差

和探测器二阶非线性误差都以 2 倍频余弦分布的规律,提出用压电变换器相移误差来补偿探测器二阶非线性误差的方法。模拟结果显示这一补偿方法可将系统误差降低约 1 个数量级。

参 考 文 献

- 1 Bruning J. H., Herriott D. R., Gallagher J. E. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. *Appl. Opt.*, 1974, **13**(11): 2693~2703
- 2 Leger C, Elezgaray J, Argoul F. Experimental demonstration of diffusion-limited dynamics in electrodeposition[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(26): 5010~5013
- 3 Y. D. Su, S. J. Chen, T. L. Yeh. Common-path phase-shift interferometry surface plasmon resonance imaging system[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(12): 1488~1490
- 4 Onuma K, Kameyama T, Tsukamoto K. In-situ study of surface phenomena by real-time phase-shift interferometry[J]. *J. Cryst. Growth.*, 1994, **137**(3~4): 610~622
- 5 Johnson J L, Dorney T D, Mittleman D M. Enhanced depth resolution in terahertz imaging using phase-shift interferometry [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2001, **78**(6): 835~837
- 6 J. Schwider, R. Burow, K. E. Elssner *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer; Some systematic error sources[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(21): 3421~3432
- 7 Yeou-Yen Cheng, James C. Wyant, Phase shifter calibration in phase-shifting interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(18): 3049~3052
- 8 Ai C, Wyant J C. Effect of piezoelectric transducer nonlinearity on phase-shift interferometry[J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(6): 1112~1116
- 9 J. Schwider. New compensating four-phase algorithm for phase shift interferometry[J]. *Opt. Engng.*, 1993, **32**(8): 1883~1885
- 10 G. Stoilov, T. Dragostinov. Phase-stepping interferometry: Five-frame algorithm with an arbitrary step[J]. *Opt. Laser. Engng.*, 1997, **28**(1): 61~69
- 11 M. Afifi, K. Nassim, S. Rachafi. Five-frame phase-shifting algorithm insensitive to diode laser power variation[J]. *Opt. Commun.*, 2001, **197**(1): 37~42
- 12 Chen Mingyi, Guo Hongwei, Wei Chunlong. Algorithm immune to tilt phase shifting error for phase shifting interferometers[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(22): 3894~3898
- 13 Wang Liwu, Su Xianyu, Zhou Libing. Correction algorithm of random phase shifting errors in phase measuring profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 614~618 (in Chinese)
王立无, 苏显渝, 周利兵. 相位测量轮廓术中随机相移误差的校正算法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(5): 614~618
- 14 Guo Hongwei, Chen Mingyi, Wei Chunlong. A new algorithm by iterative least-squares fitting based on the first order Taylor series expansion in phase shifting interferometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(1): 72~74 (in Chinese)
郭红卫, 陈明仪, 韦春龙. 基于一阶泰勒展开式的迭代最小二乘相移新算法[J]. *光学学报*, 2001, **21**(1): 72~74
- 15 Q. Liu, L. Z. Cai, M. Z. He. Digital correction of wave-front errors caused by detector nonlinearity of second order in phase-shifting interferometry [J]. *Opt. Commun.*, 2004, **239**(1~3): 223~228
- 16 Qian Kemaoy, Wu Xiaoping. Theoretical analysis of Stoilov algorithm in phase shifting interferometry[J]. *Opt. Technol.*, 2001, **27**(1): 13~16 (in Chinese)
钱克矛, 伍小平. 相移技术中五步等步长 Stoilov 算法的性能分析[J]. *光学技术*, 2001, **27**(1): 13~16
- 17 Li Xide, Lin Weixing, Wu Xiaoping. Phase shifter automation calibration with the same optical system in phase-shifting interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(9): 956~960 (in Chinese)
李喜德, 林卫星, 伍小平. 相移干涉计量中相移器的同光路自动标定[J]. *光学学报*, 1994, **14**(9): 956~960