

文章编号: 0253-2239(2006)09-1354-4

# 有限角光学计算机层析重建中的投影采样研究\*

姚红兵<sup>1</sup> 丁桂林<sup>1</sup> 周 骏<sup>1</sup> 王振东<sup>2</sup> 贺安之<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 江苏大学机械工程学院光学系, 镇江 212013  
<sup>2</sup> 南京理工大学信息物理与工程系, 南京 210094)

**摘要:** 针对光学计算机层析术(Optical Computerized Tomography, OCT)中有限角条件下的严重非完全数据重建问题,提出了正交投影采样,结合基于改进的代数重建术(ART)的先验知识算法,以在尽可能少的投影方向数下较好地重建含遮挡物的三维流场。通过计算机模拟,详细讨论了在有限角条件下含遮挡物的三维流场的非完全数据重建精度及误差分析。结果表明,在有限角及含遮挡物条件下,采用正交投影采样可以极大地减少严重非完全数据重建中的误差,提高重建精度,从而为将光学计算机层析术应用于非完全数据的实测中提供了参考。

**关键词:** 光信号处理; 光学计算机层析术; 先验知识; 正交投影; 非完全数据

中图分类号: TP391 文献标识码: A

## Research on Projection Sampling in Reconstruction of Optical Computerized Tomography with Limited Angle

Yao Hongbing<sup>1</sup> Ding Guilin<sup>1</sup> Zhou Jun<sup>1</sup> Wang Zhendong<sup>2</sup> He Anzhi<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Optics, School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013  
<sup>2</sup> Department of Information Physics and Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

**Abstract:** In order to solve the reconstruction of extremely incomplete data under the condition of limited viewing angles in optical computerized tomography (OCT), the orthogonal projection sampling method is proposed to reconstruct the three-dimensional flow field containing shield by the least projection direction components with the prior knowledge algorithm based on modified algebra reconstruction technology (ART). With the numerical simulation of computer, the incomplete data reconstruction precision and mean-square error of three-dimensional flow field containing shield are discussed under the condition of limited viewing angles. The results indicate that the orthogonal projection sampling method can greatly reduce the error and improve the precision in the reconstruction of extremely incomplete data for the three-dimensional flow field containing shield within limited viewing angle, and this work provides an important reference for the practical measurement of incomplete data with OCT.

**Key words:** optical signal processing; optical computerized tomography; prior knowledge; orthogonal projection; incomplete data

## 1 引 言

三维流场的定量测试对于航空、航天、兵器、能源、工程热物理等部门有重大的科学研究价值和实际应用价值<sup>[1~3]</sup>。20 世纪 70 年代以来,流场的层析技术成了三维流场定量测试的热点。但是,近几年来,三维流场层析技术研究的发展速度明显放慢,其主要原因是由于三维流场层析技术的研究对象中有相当大的比例是复杂的三维流场问题,如高超声

速激波风洞中流场显示问题,复杂散热模型的热流场显示问题等等,这些问题不是瞬态问题就是数据严重丢失问题,或两者兼而有之<sup>[4~7]</sup>。然而国内外在开展三维流场层析技术研究中,无论是基础理论还是重建算法都几乎完全借鉴了医学计算机层析术(CT)理论和方法,而医学计算机层析术是完全数据的重建,故大多数的光学计算机层析问题实际上是与医学计算机层析术问题有很大的不同,因此,有必

\* 江苏大学高级人才基金(1283000118)资助课题。

作者简介: 姚红兵(1976~),男,江苏泰兴人,博士,主要从事光信息处理及光电检测方面的教学研究工作。

E-mail: alenyao76@yahoo.com.cn

导师简介: 贺安之(1938~),男,四川遂安人,南京理工大学教授,博士生导师,主要从事激光与现代光学的教学与研究工  
作。E-mail: haz@mail.njust.edu.cn

收稿日期: 2005-12-23; 收到修改稿日期: 2006-03-06

要对过去的研究方法进行反思,并在此基础上提出新的研究方法和思路。

本文提出了正交投影采样,结合基于改进的代数重建术(ART)的先验知识算法,将其应用于在有限角条件下含遮挡物的三维流场重建中。通过计算机数值模拟,较系统地研究了严重非完全数据重建中的误差及精度。

## 2 基于改进的代数重建术的先验知识算法

对于非完全数据的重建,通常采用的有效算法是代数迭代法重建术<sup>[8]</sup>。假设一条光线以直线穿过待测三维温度场,则光线在某一层面沿光线通过相位物体路径方向上的光程差可以用下式表示:

$$M = \int_L [n(x, y, z_0) - n_0] ds, \quad (1)$$

式中  $M$  代表光程差,  $n$  和  $n_0$  分别表示被测场折射率

和真空折射率,从而可以得到条纹的相对偏移量

$$m(P, \theta) = \frac{1}{\lambda} \cdot M(P, \theta), \quad (2)$$

为了重建方便,我们根据图 1 引入如下坐标变换:

$$P = -x \sin \theta + y \cos \theta, \quad \varphi = \tan(y/x), \quad (3)$$

式中  $\theta$  为观察角,  $P$  确定了探测光线的位置。

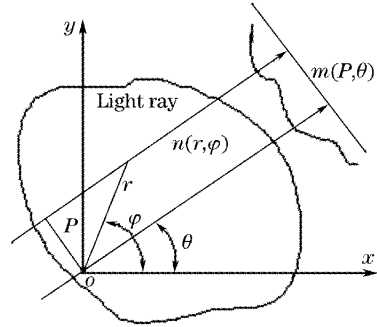


图 1 坐标变换示意图

Fig. 1 Schematic of the coordination transform

经过坐标变换后,条纹的相对偏移量  $m(P, \theta)$  可以用(4)式表示如下:

$$m(P, \theta) = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty-\infty}^{+\infty+\infty} \int [n(r, \phi) - n_0] \delta[P - r \sin(\phi - \theta)] dx dy = \frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n(x, y) ds, \quad (4)$$

式中  $\delta$  是狄拉克函数,(4)式右端的积分表示了折射率变化量  $\Delta n(r, \phi) = n(r, \phi) - n_0$  沿光线通过相位物体(流场)路径方向上的线积分。为处理方便起见,积分限采用  $\pm \infty$ ,因为这样可以合理地假设在相位物体的边缘处场的分布光滑地衰减为零。

采用网格法,如图 2 将折射率场划分为  $M \times N$  个相等的网格。设与  $Z$  轴相垂直的平面内的折射率场分布为  $n(x, y)$ ,将相位物体所占的截面区域划分成足够小的  $K$  个网格,每一矩形网格内的折射率变化  $\Delta n$  当作常数,则沿该平面内一条透射光线的投影

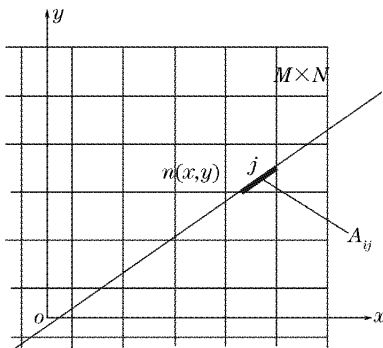


图 2 折射率场的网格划分

Fig. 2 Grid division of the refractive index field

可以写成

$$\sum_{j=1}^K A_{ij} \Delta n_j = \lambda m_i = M_i, \quad (5)$$

式中  $A_{ij}$  为第  $i$  条光线通过第  $j$  个网格的长度,  $\Delta n_j$  为第  $j$  个网格的折射率差。若有  $l$  个投影方向,每个投影方向上有  $k$  条射线,为书写方便,令  $\Delta n_j = n_j, M_i$  为第  $i$  条光线的投影数据,则有

$$\sum_{j=1}^K A_{ij} n_j = M_i. \quad i = 1, 2, \dots, l \times k \quad (6)$$

此处,结合先验知识引入属性矩阵,若  $R_S$ :

$$\begin{cases} n_j = R_S, & \text{当 } i, j \in S \\ n_j = n_j, & \text{当 } i, j \notin S \end{cases} \quad (7)$$

(7) 式中  $R_S$  为属性矩阵,  $S$  为属性矩阵的域。(7) 式表示当迭代点落在属性矩阵的域中时,迭代点被赋予属性矩阵的值或约束条件,否则继续迭代。属性矩阵的值或约束条件可以是其它测试方法获得的值,或者是物理约束,或者是遮挡物情况。

因而引入属性矩阵的改进代数重建术可表示如下:

- 1) 初始估计值为零,即  $n_0^{(0)}, \dots, n_k^{(0)}$  皆为零;
- 2) 根据先验知识,给定属性矩阵  $R_S$ ;
- 3) 在第  $k$  步迭代中用下列过程计算新的  $n_0^{(i)}$ ,

...,  $n_k^{(i)}$  值;

$$n_j^{k+1} = n_j^k + \omega \frac{M_i - \sum_{j=1}^K A_{ij} n_j^k}{\sum_{j=1}^K A_{ij}}, \text{对所有的 } i, j \quad (8)$$

$\omega$  是松弛因子;

4) 用(7)式对第  $k$  步迭代结果进行修正;

5) 用第 4) 步修正后的结果代入第 3) 步中, 重复 3)、4) 直到一定的迭代次数或满足一定的误差条件为止。

该方法可以结合各种形式的先验知识, 有很强的适应性。

### 3 非完全数据重建精度及误差讨论

为了对非完全数据重建的工程应用建立一个应用模型, 本文应用基于改进的代数重建术的先验知识算法对含遮挡物的完全非对称不等三峰函数分别进行连续观察角(在 $[10^\circ, 120^\circ]$ 范围内等间隔选取)、有限观察角(在 $[10^\circ, 80^\circ]$ 范围内等间隔选取)、正交有限观察角(在正交的有限角度范围内分别等间隔选取 4 个以及 8 个正交观察角)等各种情况进行了模拟重建, 对重建精度进行分析, 并比较了均方误差 (Mean-square error, MSE),  $\|f - f_0\| / N \cdot f_0$  绝对平均误差 (Absolute average value error, AVE)  $|f - f_0| / N$ , 及峰值相对误差 (Peak error, PE)  $|f_{\max} - f_{0\max}| / f_{0\max}$ , 这里  $N$  是网格数,  $f$  和  $f_0$  分别表示重建场和原始场。

图 3 是含遮挡物的模拟三峰函数原场图。

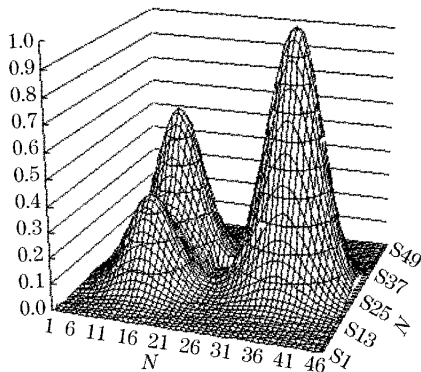


图 3 含遮挡物的模拟三峰函数

Fig. 3 Simulated three-hump function containing shield

图 4、图 5 和图 6 分别为含遮挡物的模拟双三峰函数场在不同重建条件下的均方误差 (MSE) 曲线, 绝对平均误差 (AVE) 曲线以及峰值相对误差 (PE) 曲线, 迭代次数为 30 次。

重建网格大小为  $50 \times 50$ , 平行投影的方向数为 100, 正方形遮挡物大小为场的 30% 长度, 对于所有模拟测量的投影数据, 均叠加了 3% 的高斯分布随机噪声, 由于采用了相对折射率差作为模拟量, 因此结果无量纲。

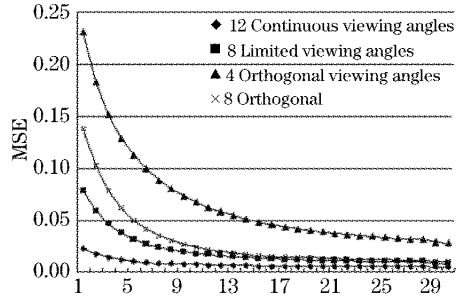


图 4 含遮挡物模拟三峰函数均方误差曲线

Fig. 4 Mean-square error (MSE) of simulated three-hump function containing shield

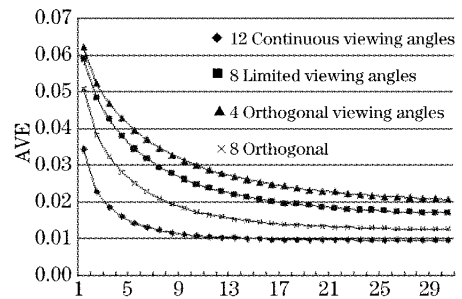


图 5 含遮挡物模拟三峰函数绝对平均误差曲线

Fig. 5 Absolute average value error (AVE) of simulated three-hump function containing shield

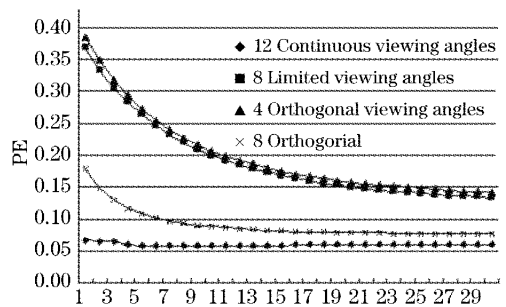


图 6 含遮挡物模拟三峰函数峰值相对误差曲线

Fig. 6 Peak error (PE) of simulated three-hump function containing shield

重建曲线的重建条件为: 4 个正交观察角所取角度是  $10^\circ, 20^\circ, 90^\circ, 100^\circ$ ; 8 个有限观察角所取角度是  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ$ ; 8 个正交观察角所取角度是  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 110^\circ, 120^\circ$ ; 12 个连续观察角所取角度是  $10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 50^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 80^\circ, 90^\circ, 100^\circ, 110^\circ, 120^\circ$ 。

从模拟重建结果可以看出, 在有遮挡物的有限

角度重建情况下,4 个正交观察角重建结果最差,但 8 个有限观察角重建结果与 4 个正交观察角重建结果较为接近;12 个连续观察角和 8 个正交观察角重建结果明显较好,8 个有限观察角和 4 个正交观察角重建的三项误差指标较大,重建结果的可信度相对较差,而 12 个连续观察角和 8 个正交观察角重建的三项误差指标较小,重建结果的可信度较高。

## 4 结 论

模拟研究表明,重建和数据采样方法对场的重建,特别是复杂非对称场的重建是十分重要的,采用基于改进的代数重建术的先验知识算法,结合正交投影采样可以极大地减少严重非完全数据场重建所产生的误差,并提高重建精度,本文提出的实验方法对实际工作情况条件下流场测试和仪器设计具有一定的指导意义,从而为将光学计算机层析应用于非完全数据的实测中提供了参考。

## 参 考 文 献

- 1 C. Soller, R. Wenskus, P. M. Iddendorf *et al.*. Interferometric tomography for flow visualization of density fields in supersonic jets and convective flow[J]. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(14): 2921~2932
- 2 Yao Hongbing, He Anzhi. Application of optical computerized tomography in the heat elimination of an aeroengine blade [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 2003, **38**(2): 117~119
- 3 Wu Donglou, He Anzhi. Optical computerized tomography used in the study of radiation from CPU[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(11): 1546~1548 (in Chinese)  
吴东楼,贺安之. 光学层析技术在中央处理单元散热中的应用研究[J]. *光学学报*, 1999, **19**(11): 1546~1548
- 4 Wei Yao, Anzhi He. Application of Gabor transformation to the two-dimensional projection extraction in interferometric tomography[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1999, **16**(2): 258~261
- 5 Gao Yiqing. Reconstruction of 3-D refractive index fields with an opaque object by Radon transform iteration[J]. *Chin. J. Lasers*, 1995, **22**(1): 49~54 (in Chinese)  
高益庆. 用 Radon 变换迭代法重建含有遮挡物的三维折射率场[J]. *中国激光*, 1995, **22**(1): 49~54
- 6 Wang Zhendong, Shi Mingquan, Li Zhenhua *et al.*. Three-dimensional flow field reconstruction based on parallel projection [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(5): 556~559 (in Chinese)  
王振东,石明全,李振华等. 基于平行投影法的三维流场重建[J]. *光学学报*, 2002, **22**(5): 556~559
- 7 Yao Hongbing, He Anzhi, Wu Yinchuang *et al.*. Three-dimensional tomography of incomplete data with fusion of virtual and real experiments[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(4): 479~484 (in Chinese)  
姚红兵,贺安之,吴颖川等. 虚拟和真实实验相融合的三维非完全数据层析[J]. *光学学报*, 2005, **25**(4): 479~484
- 8 Allan T. Dolovich, G. M. L. Gladwell. A generalized iterative approach to curved-ray tomography [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 1992, **17**(3~5): 147~165