

文章编号: 0253-2239(2006)09-1340-5

一种光学层析图像的多准则重建方法*

孟 静^{1,2} 王加俊¹ 黄贤武¹ 司广涛²

(¹ 苏州大学电子信息学院, 苏州 215021
² 曲阜师范大学计算机科学学院, 日照 276826)

摘要: 光学层析成像是一个病态重建问题,为克服重建过程的病态性,提出将多准则优化理论引入到图像重建中。利用了三个用于光学层析图像重建的准则:平方误差函数、图像熵函数和局部平滑函数。采用向量优化方法将多准则优化问题转化为单准则优化问题求解。为了确定各个目标函数间的权重系数,提出一种动态权重系数求解方法。重建过程目标函数关于光学参量的梯度计算是关键,因此提出一种基于梯度树的计算方法。实验过程中对多准则重建结果和基于平方误差函数的单准则重建结果做了比较,证明该方法能够克服传统的偏重单一目标的单准则重建的不足,有效地重建光学层析图像,提高图像重建质量。

关键词: 图像处理; 光学层析成像; 图像重建; 多准则决策; 联合差分方法

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A

Multi-Criterion Reconstruction Method for Optical Tomography

Meng Jing^{1,2} Wang Jiajun¹ Huang Xianwu¹ Si Guangtao²

(¹ School of Electronics & Information, Soochow University, Suzhou 215021
² School of Computer Science, Qufu Normal University, Rizhao 276826)

Abstract: The reconstruction of optical tomography from measurement data is an ill-posed problem. For such an ill-posed problem, a multi-criterion strategy is proposed, in which three criteria of squared error function, image entropy and local smoothness function are used for the reconstruction. The multi-criterion reconstruction problem is transformed to a single criterion problem by using the vector optimization method. A dynamic weight coefficient solution is proposed to determine the weight coefficient of objective function. For the realization of optical tomography reconstruction, a gradient tree based algorithm is proposed for the gradient computation of the objective function with respect to optical parameters. Different results from the multi-criterion reconstruction and single criterion reconstruction based on the squared error function are presented and compared. Experimental results show that this overcomes the shortcoming of conventional single criterion reconstruction only depending on the single objective and is valid for optical tomography reconstruction and the image quality is significantly improved.

Key words: image processing; optical tomography; image reconstruction; multi-criterion decision; adjoint differentiation scheme

1 引 言

光学层析成像技术是一种新型的成像技术,它利用波长为 600~900 nm 的近红外光进行成像。该技术可用于对组织体中的血流量和氧代谢情况进行定量功能成像,因而在国内外得到广泛的重视^[1~3]。相对于 X 射线断层扫描成像技术(由于使用高能光子进行成像,对人体有一定的辐射损

伤^[4~7]),光学层析成像(Optical tomography, OT)技术具有小剂量下对人体无损伤的优点,在临床上可用于对患者进行长时间的监控。光学层析成像技术起步于 20 世纪 80 年代,我国在 20 世纪 90 年代中期才涉足该项研究。目前,绝大部分光学层析图像的重建算法都是基于扩散方程(它是辐射传输方程的近似形式)的^[8,9],但它不适用于组织内部散射

* 国家自然科学基金(30300088)和江苏省高等学校研究生创新计划资助课题。

作者简介: 孟 静(1977~),女,山东齐河人,在读博士研究生,主要从事图像重建、医学图像处理。E-mail: qfmj@163.com

收稿日期: 2005-11-02; 收到修改稿日期: 2006-02-09

远小于吸收或组织的吸收和散射都很小的情况,如脑脊液、关节液等。因此,必须实现直接基于传输方程的光学层析成像图像重建。在这方面国内研究的很少,国外有了一定的研究,但仍处于起步阶段^[10]。

另外,光学层析成像具有病态特性,为了得到稳定的重建结果,需要在重建过程中加入必要的图像模型信息。多准则决策理论提供了该类问题的求解途径,它将图像的先验信息与投影数据的误差函数一起构成重建问题的多个准则,在多个相互矛盾和竞争的目标间作出决策,更能够反映复杂事物决策问题的本质。多目标决策理论在图像重建中的应用已有了一些尝试,如汪元美等^[11]曾将多准则重建理论用于 X 射线计算机断层扫描图像(CT)重建中,显示了良好的重建效果。为克服光学层析成像的病态特性,本文把多准则决策理论引入到基于辐射传输方程的光学层析图像重建中,并与联合差分方法相结合,实现光学层析图像的多准则重建。

2 光学层析图像的单准则重建

2.1 前向模型

光子在散射介质中传播的与时间无关的辐射传输方程为

$$\omega \cdot \nabla \psi(r, \omega) + (\mu_a + \mu_s) \psi(r, \omega) = S(r, \omega) + \mu_s \int_0^{2\pi} p(\omega, \omega') d\omega', \quad (1)$$

其中 $\psi(r, \omega)$ 为在空间位置 r 处方向角为 ω 时的辐射强度, μ_a 和 μ_s 分别表示生物组织体内的吸收系数和散射系数, $S(r, \omega)$ 是光源的分布, $p(\omega, \omega')$ 称为散射相函数, 一般用 Henyey-Greenstein 散射相函数, 设 ω, ω' 的角度差为 θ , 则

$$p(\cos \theta) = \frac{1 - g^2}{2\pi(1 + g^2 - 2g \cos \theta)^{3/2}},$$

g 为各向异性系数, 表征角度的散射分布。有多种方法可以求解这个传输方程, 本文采用有限差分、离散坐标法。下面引入该方法用到的数学符号和含义: 设图像为 A , 将图像所在区域离散化, 在 x 轴的网格点数为 I , 网格点间距为 Δx , 在 y 轴的网格点数为 J , 网格点间距为 Δy , 离散方向为 $\omega_k (k = 1, 2, \dots, K)$ 共 K 个方向, 其在 x 方向和 y 方向的分量用 ξ_k 和 η_k 表示, $\xi_k = \cos \omega_k, \eta_k = \sin \omega_k, \psi_{k,i,j}$ 表示在网格点 (i, j) 处方向为 k 时的角辐射率。求解过程中角方向被分为四个部分, 分别对应四个象限。为便于问题阐述, 给出角方向在第一象限(即 $\xi_k > 0, \eta_k > 0$) 时的前向模型迭代求解公式^[12]:

$$\psi_{k,i,j}^{\pm} = \frac{S_{k,i,j} + \mu_s \sum_{k'=1}^K \alpha_{k'} P_{k,k'} \psi_{k',i,j}^{\pm-1} + (\xi_k / \Delta x) \psi_{k,i-1,j}^{\pm} + (\eta_k / \Delta y) \psi_{k,i,j-1}^{\pm}}{\xi_k / \Delta x + \eta_k / \Delta y + \mu_a + \mu_s}, \quad (2)$$

2.2 逆向重建

设预测数据为 ψ , 可以通过前向计算得到, 测量数据为 M_s 。令 s 表示光源序号, n_s 为光源数目; d 表示探测器序号, n_d 为探测器数目。由于逆向重建的目标是求解光学参量使得预测值和测量值的差趋于零, 则目标函数 ϕ 可表示为:

$$\phi = \sum_{s=1}^{n_s} \sum_{d=1}^{n_d} \left(\frac{\psi_{s,d} - M_{s,d}}{M_{s,d}} \right)^2, \quad (3)$$

通过上述目标函数的优化求解可得到重建光学参量 μ :

$$\mu = \arg \min_{\mu > 0} \phi = \arg \min_{\mu > 0} \sum_{s=1}^{n_s} \sum_{d=1}^{n_d} \frac{(M_{s,d} - P_{s,d})^2}{M_{s,d}^2}, \quad (4)$$

这里采用基于梯度的迭代优化方法实现对(4)式优化求解。设前向计算得到的中间结果为: $\psi^1, \psi^2, \psi^3, \dots, \psi^r, \psi^s$ 为前向计算的最终结果。光学参量记为 μ , 根据联合差分方法目标函数 ϕ 关于 μ 的梯度求解公

式可写为^[10]

$$\nabla_{\mu} \phi = \left(\frac{d\phi}{d\mu} \right)^T = \left[\sum_{\psi^r} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \psi^r} \right)^T \frac{\partial \psi^r}{\partial \mu} \right] + \left(\frac{\partial \phi}{\partial \mu} \right)^T, \quad (5)$$

由于 ϕ 不是 μ 的显式函数, 所以最后一项为零, $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \psi^r} \right)$ 可应用链规则求得, $\frac{\partial \psi^r}{\partial \mu}$ 的计算是梯度计算中的关键部分。观察(2)式可知: 它是一个关于光学参量的多元函数, 其中 $\psi_{k,i-1,j}^{\pm-1}, \psi_{k,i,j-1}^{\pm-1}$ 也是光学参量的多元函数。以对 μ_s 求导为例, 将(2)式写成多元函数的形式:

$$F(\mu_s) = F[f_1(\mu_s), f_2(\mu_s), \dots, f_p(\mu_s)], \quad (6)$$

通过对(2)式的分析可知, 当 ψ^r 与 μ_s 的下标相等时, $\frac{\partial \psi^r}{\partial \mu_s}$ 可由(2)式直接计算, 否则需要通过(2)式求全微分得到, 即

$$\frac{\partial \psi^r}{\partial \mu_s} = \frac{\partial F}{\partial f_1} \frac{df_1}{d\mu_s} + \frac{\partial F}{\partial f_2} \frac{df_2}{d\mu_s} + \dots + \frac{\partial F}{\partial f_p} \frac{df_p}{d\mu_s}, \quad (7)$$

对上述求解思想, 可用一个树形结构图(如图 1 所

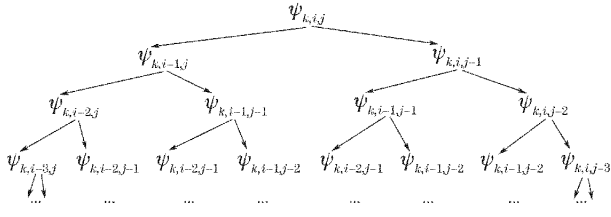


图 1 梯度计算树形结构示意图

Fig. 1 Schematic illustration of the tree structure for the gradient derivation

示,称为梯度树)形象地描述。

$$\frac{d\psi_{k,i,j}^{\tilde{s}}}{d(\mu_s)_{i-1,j-1}} = \frac{\partial \psi_{k,i,j}^{\tilde{s}}}{\partial \psi_{k,i-1,j}^{\tilde{s}}} \frac{\partial \psi_{k,i-1,j}^{\tilde{s}}}{\partial \psi_{k,i-1,j-1}^{\tilde{s}}} \frac{d\psi_{k,i-1,j-1}^{\tilde{s}}}{d(\mu_s)_{i-1,j-1}} + \frac{\partial \psi_{k,i,j}^{\tilde{s}}}{\partial \psi_{k,i,j-1}^{\tilde{s}}} \frac{\partial \psi_{k,i,j-1}^{\tilde{s}}}{\partial \psi_{k,i-1,j-1}^{\tilde{s}}} \frac{d\psi_{k,i-1,j-1}^{\tilde{s}}}{d(\mu_s)_{i-1,j-1}}, \quad (8)$$

例如 \$\psi_{k,i,j}^{\tilde{s}}\$ 对 \$(\mu_s)_{i-1,j-1}\$ 求导,公式如(8)所示。

显然, \$\psi_{k,i,j}^{\tilde{s}}\$ 对 \$(\mu_s)_{i-1,j-1}\$ 的求导是树形结构中两个分支的和。\$\psi_{k,i,j}^{\tilde{s}}\$ 对任意的 \$(\mu_s)_{i',j}'\$ 求导需要的分支数在结论中给出。

结论: 设 \$\psi^{\tilde{s}}\$ 的下标为 \$(k, si, sj)\$, \$\mu_s\$ 的下标为 \$(ei, ej)\$, 令 \$m = si - ei, n = sj - ej\$, 则 \$\psi_{k,s,i,j}^{\tilde{s}}\$ 对 \$(\mu_s)_{e,i,e,j}\$ 求导的总分支个数为 \$C_{m+n}^m\$ (对 \$\xi_k > 0, \eta_k > 0\$ 的情况, \$si > ei, sj > ej\$, 其他情形可作类似的分析)。

3 光学层析成像多准则重建

向量优化方法是多准则决策问题求解的一种方式,其数学模型描述如下: 设有 \$p\$ 个准则 \$f_1(X), f_2(X), \dots, f_p(X)\$, 在 \$m\$ 个不等式约束 \$g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X)\$ 和决策变量向量非负条件下,要求 \$p\$ 个目标函数值越小越好,即

$$\begin{aligned} \min \{ & f_1(X), f_2(X), \dots, f_i(X), \dots, f_p(X) \} \\ \text{s. t. } & g_k(X) \leq 0, k = 1, 2, \dots, m \\ & x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (9)$$

其中 \$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T\$ 是决策变量组成的 \$n\$ 维向量。\$X\$ 的变化区域称为 \$X\$ 的可行域,记为 \$X^*\$, 对所有 \$X \in X^*\$ 的目标函数值的变化区域称为目标空间或准则空间,用 \$F\$ 表示:

$$F = \{ f(X) | X \in X^*, \text{对所有的 } X \}, F \in R^n.$$

常常将向量优化问题转化为标量优化问题求解,转化方法有权重法、约束法、拉格朗日乘子法等,本文采用权重法。

3.1 光学层析成像多准则重建模型

为克服重建问题的不适定性,改善图像重建质量,本文选择了三个适合于光学层析图像重建的准

则,从而实现光学层析图像的多准则重建。

第一个准则是平方误差函数,它也是光学层析成像单准则重建中的目标函数。在基于投影的图像重建中,这个函数是必须的,因为它描述的是实际测量值和预测值之间的差距:

$$f_1(\mu) = \gamma_1 \sum_s \sum_d \frac{[M_{s,d} - P_{s,d}(\mu)]^2}{M_{s,d}^2}. \quad (10)$$

第二个准则是图像熵函数,它已广泛应用于信号处理中,能够有效抑制噪声。将其作为光学层析图像重建的一个准则,可以得到全局平滑的重建图像:

$$f_2(\mu) = \gamma_2 \sum_{j=1}^n \mu_j \text{lb } \mu_j, \quad (11)$$

熵函数只能实现图像的全局平滑,有时还需要图像数据的局部平滑,为此引入 8 邻域局部平滑函数作为第三个准则:

$$f_3(\mu) = \gamma_3 \sum_{j=1}^n d(\mu_j), \quad (12)$$

其中 \$d(\mu_j) = \frac{1}{8} \sum_{i \in N_j} (\mu_i - \mu_j)^2\$, \$N_j\$ 是 \$\mu_j\$ 8-邻域像素的集合。

根据向量优化策略和权重法,光学层析成像多准则重建模型描述如下:

$$\begin{aligned} \mu &= \arg \min_{\mu > 0} \phi = \\ & \arg \min_{\mu > 0} [f_1(\mu), f_2(\mu), f_3(\mu)] = \\ & \arg \min_{\mu > 0} (\omega_1 f_1 + \omega_2 f_2 + \omega_3 f_3), \end{aligned} \quad (13)$$

对(13)式采用基于梯度的迭代优化方法求解,但求解过程中权重系数 \$\omega_i (i = 1, 2, 3)\$ 和归一化系数 \$\gamma_i (i = 1, 2, 3)\$ 的确定是关键,对此,给出一种动态参量确定方法,即在迭代求解过程中不断更新系数取值。求解算法描述如下:

1) 给定初始光学参量分布 \$\mu^0, \gamma_i = 1/f_i(\mu^0), i = 1, 2, 3; \omega = (1/3, 1/3, 1/3)\$, 变量 \$k = 0\$。

2) 计算目标函数关于光学参量的梯度 \$\nabla \phi(\mu^k)\$, 进而用共轭梯度法更新光学参量取值: \$\mu^{k+1} = \mu^k - \lambda \nabla \phi(\mu^k)\$, \$\lambda\$ 是步长。

3) 令 \$\Delta_q = |f_q(\mu^{k+1}) - f_q(\mu^k)|\$, 则

$$\omega_q^{k+1} = \Delta_q / \sum_{q=1}^3 \Delta_q, \gamma_q = f_q^{-1}(\mu^{k+1}), q = 1, 2, 3.$$

4) 如果 \$\| \nabla \phi \| < \epsilon\$, 结束; 否则 \$k = k + 1\$, 转到第 2) 步。

算法流程中,梯度计算是关键。第二和第三个准则关于光学参量的梯度计算容易得到,关键是计算第一个目标函数关于光学参量的梯度,这里采用 2.2 节中给出的基于梯度树的计算方法。

4 实验结果与讨论

为验证上述算法的有效性,图 2 给出两个仿真重建模型。实验中,模型被划分为 21×21 的正方形网格,网格间距 0.05 cm,光源分别放在每条边的中间位置,对应每个光源在其余三条边的第 2 至 20 个网格点上放置探测器,构成 $4 \times 3 \times 19$ 个源-探测器对。模型光学参量设置如下:图 2(a)中,背景散射系数为 2.0 cm^{-1} ,两个白色区域为高散射区,散射系数为 2.2 cm^{-1} ;图 2(b)中,背景散射系数为 10 cm^{-1} ,3 个黑色区域为低散射区,散射系数为 8 cm^{-1} 。本实验是针对散射系数的重建,整个模型吸收系数保持不变均为 0.01 cm^{-1} 。各向异性系数取值为 0.7。

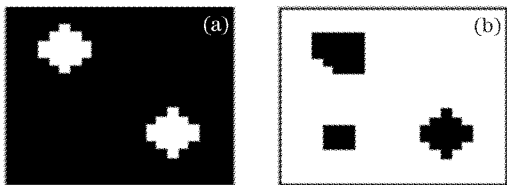


图 2 图像重建模型

Fig. 2 Model for image reconstruction

为验证算法抗噪性能,实验中加入了 10 dB 的高斯噪声。文中采用平方误差函数作为单准则重建中的准则,并与多准则重建结果作了比较。图 3(a)、图 3(b)分别对应图 2(a)、图 2(b)的以平方误差函数为准则的单准则重建结果。图 4(a)、图 4(b)分别对应图 2(a)、图 2(b)的多准则重建结果。比较图 3 和图 4 可以看出:多准则重建方法极大地抑制了噪声影响,能够得到更加精确平滑的重建图像。

下面引入一个衡量图像重建效果的指标:归一化方均根误差(Normalized root mean squared error, NRMS),它能直接反映图像重建质量。其定义为

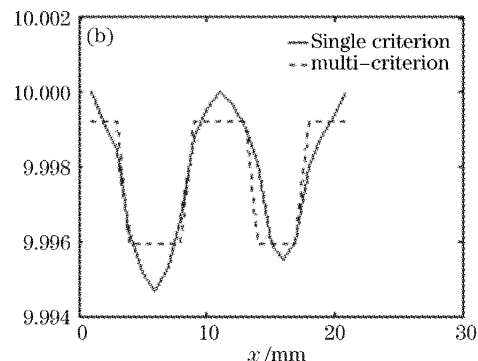
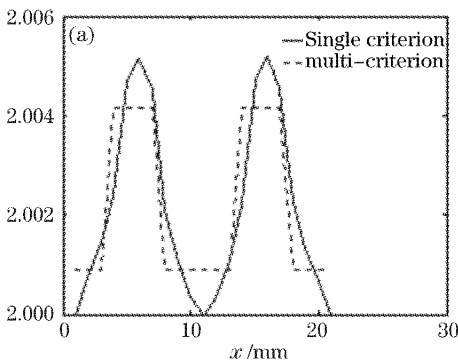


图 5 沿 -45° 对角线方向数据曲线图。(a) 对应图像 3(a)和图 4(a),(b) 对应图 3(b)和图 4(b)

Fig. 5 Curves for pixel values along the -45° diagonal direction. (a) In Fig. 3 (a) and Fig. 4 (a); (b) in Fig. 3 (b) and Fig. 4 (b)

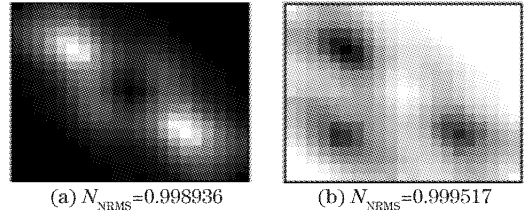


图 3 基于平方误差函数的单准则重建结果
Fig. 3 Reconstructed results from the single criterion of squared error function

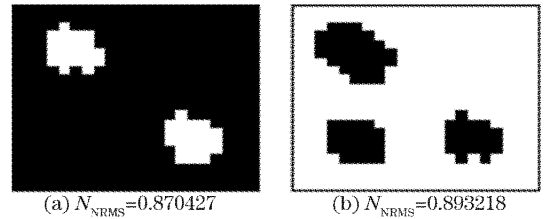


图 4 多准则重建结果

Fig. 4 Reconstructed results from the multi-criterion

$$N_{NRMS} = \left[\frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\mu_{ij}^0 - \hat{\mu}_{ij})^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (\mu_{ij}^0 - \bar{\mu})^2} \right]^{1/2}, \quad (14)$$

其中 μ_{ij}^0 是原始图像在 (i, j) 点的值, $\hat{\mu}_{ij}$ 是每次迭代产生的重建图像值, $\bar{\mu}$ 是原始图像的平均值。图 3 和图 4 的实验结果中列出了对应的归一化方均根误差值,比较可知多准则重建结果下的归一化方均根误差值更小。

为进一步分析两种重建方法下得到的重建图像效果,下面取出重建图像中的部分像素值加以比较。取出的像素子集为沿图像 -45° 对角线方向所经过的所有像素的集合。图 5(a)、(b)分别画出了对应重建模型 2(a)、(b)在不同重建算法下的重建图像,沿 -45° 对角线方向的光学参量分布曲线图。实线

表示基于平方误差函数准则的重建结果数据曲线,虚线表示多准则重建结果数据曲线。观察可知:在文中给定的三个准则下,多准则重建图像降低了光学层析成像重建病态性,使得模型中不同散射系数下的重建区域对比更加显著,提高了图像重建质量。

多准则重建方法与正则化重建方法相比,在权重系数的选择上有更大的优越性。在正则化重建方法中,正则化参量的确定是一个难点,至今没有成熟的理论和方法,通常是通过试探法确定的,对应不同的图像都要重新确定权重系数。本文给出的多准则重建方法提出一种动态确定权重系数的算法,适用于各种不同图像,具有更大的普适性。

5 结 论

本文提出了一种光学层析图像的多准则重建方法,该方法通过引入多个目标函数,改善了重建问题的不适定性,提高了图像重建质量。给出的动态权重系数确定方法克服了正则化重建中确定权重系数的弊端。本文给定的多准则重建实验中除了最小平方误差函数外,另外两个准则是图像熵函数和局部平滑函数,都具有平滑特性。实验证明:这些准则下的重建结果降低了重建病态性,极大地抑制了噪声,能够得到更加平滑、准确的重建图像。但在其它一些方面对重建图像的改善不太理想,如重建区域边缘的准确性、重建光学参量值与真实光学参量值的差距等。因此,在今后的工作中将针对这个问题做进一步研究,找寻和选取更好的重建准则,将其融入到多准则框架中,得到更理想的重建图像。

参 考 文 献

1 Yao Hongbing, He Anzhi. Improvement of the reconstruction algorithm of optical computerized tomography[J]. *Acta Optica*

Sinaca, 2004, **24**(2): 158~161 (in Chinese)

姚红兵,贺安之. 光学层析重建算法改进的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 158~161

2 Xie Honglan, Gao Hongyi, Chen Jianwen *et al.*. A method of eliminating scattered light in X-ray fluorescent tomography[J]. *Acta Optica Sinaca*, 2003, **23**(4): 385~389 (in Chinese)

谢红兰,高鸿奕,陈建文等. X射线荧光层析成像中消除散射光的方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(4): 385~389

3 T. Khan, A. Smirnova. 1D inverse problem in diffusion based optical tomography using iteratively regularized Gauss-Newton algorithm[J]. *Appl. Mathematics and Computation*, 2005, **161**(1): 149~170

4 Gao Hongyi, Xie Honglan, Chen Jianwen *et al.*. Experimental research on hard X-ray phase-contrast imaging[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(2): 167~169 (in Chinese)

高鸿奕,谢红兰,陈建文等. 硬X射线相位衬度成像的实验研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(2): 167~169

5 Zhong Jinan, Guo Yinbiao, Zhu Aijun. Theoretical investigation of free-electron driven X-ray lasers[J]. *Chin. J. Lasers*, 2005, **32**(1): 26~30 (in Chinese)

仲进安,郭隐彪,朱爱军. 自由电子抽运X射线激光的理论探讨[J]. *中国激光*, 2005, **32**(1): 26~30

6 S. Wang, X. C. Zhang. Terahertz wave tomographic imaging with a Fresnel lens[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(1): 53~55

7 Ming He, Jin Wang, Mingsheng Zhan *et al.*. Imaging an atomic beam using fluorescence[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(9): 497~499 (in Chinese)

8 Jae Hoon Lee, Seunghwan Kim, Tae Kim. Finite element method for diffuse light propagation in index-mismatched media[J]. *Opt. Exp.*, 2004, **12**(8): 1727~1740

9 Hamid Dehghani, Ben Brooksby, Karthik Vishwanath *et al.*. The effects of internal refractive index variation in near-infrared optical tomography: a finite element modeling approach[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2003, **48**(16): 2713~2727

10 Alexander D. Klose, Andreas H. Hielscher. Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer — Part 2: Inverse model [J]. *J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2002, **72**(5): 715~732

11 Yuanmei Wang, Jianping Cheng, Pheng Ann Heng. Vector entropy imaging theory with application to computerized tomography[J]. *Phys. Med. Biol.*, 2002, **47**(13): 2301~2310

12 Alexander D. Klose, Uwe Netz, Jürgen Beuthan *et al.*. Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer — Part 1: Forward model [J]. *J. Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer*, 2002, **72**(5): 691~713