

文章编号: 0253-2239(2006)07-0985-6

# 使用辅助光栅的平面变间距全息光栅加工理论研究\*

凌 青<sup>1</sup> 吴 刚<sup>1</sup> 王秋平<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学技术大学自动化系, 合肥 230027  
<sup>2</sup> 中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 合肥 230029)

**摘要:** 变间距全息光栅具有自聚焦和消像差功能, 是高分辨率光谱仪与同步辐射单色器中的重要元件。研究了使用平面等间距光栅产生非球面波, 记录平面变间距全息光栅的方法。根据几何光学的光线追迹理论, 推导了光栅参量的四阶解析表达式。并基于费马原理, 提出了记录光路的光线追迹数值算法。应用所推导的光栅参量四阶表达式, 仿真设计了变间距全息光栅。通过合理选择记录参量, 可以避免光栅基底受到零级及高阶衍射光场的影响。设计结果表明, 理论光栅线密度与要求值相当符合; 经光线追迹数值算法验证, 解析表达式的展开误差在整个记录区域内小于 1.5 线; 考虑到实际加工工艺允许误差, 使用辅助光栅的记录光路对记录参量的误差并不敏感; 设计实例证明了解析表达式的有效性, 以及使用辅助光栅的记录光路的优越性。

**关键词:** 几何光学; 平面变间距全息光栅; 光线追迹; 费马原理

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

## Theoretical Study of Recording Varied Line Spacing Plane Holographic Gratings by Using Auxiliary Gratings

Ling Qing<sup>1</sup> Wu Gang<sup>1</sup> Wang Qiuping<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Automation Department, University of Science and Technology of China, Hefei 230027  
<sup>2</sup> National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029)

**Abstract:** Due to the ability of self-focusing and aberration-eliminating, varied line spacing holographic gratings have been the significant elements in high-resolution spectrometers and synchrotron radiation monochromators. Uniform line spacing plane gratings are introduced into recording systems to generate aspheric wavefronts to record varied line spacing plane holographic gratings. Analytical expressions of groove parameters are derived up to the fourth order with ray-tracing theory of geometry optics. A numerical ray-tracing algorithm is provided based on Fermat's principle. A varied line spacing holographic grating is designed by applying the derived fourth order expressions of grating parameters. Other diffractive light will not disturb the recording process when the recording parameters are properly selected. According to the design example, theoretical groove density parameters are very close to the required value. The truncation error of series expansion is less than 1.5 lines in the recording area through the validation of numerical ray-tracing algorithm. Considering the tolerances in practical fabrication, this mounting is not sensitive to the errors of recording parameters. Design results demonstrate the exactness of analytical expressions, and the superiority of recording optics with auxiliary gratings.

**Key words:** geometrical optics; varied line spacing plane holographic grating; ray tracing; Fermat's principle

### 1 引 言

全息光栅通过在涂有光刻胶的光栅基底上记录两束相干光的干涉条纹, 经显影、刻蚀、镀膜等工艺过程加工而成。当光栅基底面型确定时, 改变两束

相干记录光源的性质, 可以调整光栅的聚焦性能。平面基底上两束平面波干涉生成的光栅为等间距直条纹; 两束球面波干涉生成的光栅为变间距弯曲条纹。球面波的引入增加了记录光路的自由度, 有利

\* 中国科学院知识创新项目(KY4206)资助课题。

作者简介: 凌 青(1981~), 男, 安徽人, 中国科学技术大学自动化系博士研究生, 主要从事全息光栅理论及优化设计算法的研究。E-mail: qingling@mail.ustc.edu.cn

收稿日期: 2005-08-12; 收到修改稿日期: 2005-10-03

于消除特定阶次的像差<sup>[1]</sup>。Koike<sup>[2]</sup>与Duban<sup>[3]</sup>引入非球面波记录变间距全息光栅,进一步增加了记录光路的自由度。非球面波记录的变间距全息光栅具有自聚焦和消像差功能,是高分辨率光谱仪与同步辐射单色器中的重要元件<sup>[4]</sup>。目前的全息记录光路中,主要有三种产生非球面波的方法。

1) 使用辅助镜面。Namioka与Koike<sup>[5]</sup>针对使用椭球面镜产生非球面波记录椭球基底光栅的光路,推导了四阶光栅参量表表达式。这一类型的光栅已经在高分辨率光谱仪与同步辐射单色器中取得了一定的应用<sup>[6~8]</sup>。这种方法的主要缺点是,光栅参量对记录光路中的距离与角度参量的误差比较敏感<sup>[9]</sup>。且理论公式推导过程中泰勒展开的截断误差较大,不适合大口径光栅的设计<sup>[10]</sup>。

2) 使用可变形镜。Duban研究了其理论<sup>[11]</sup>,并针对Cosmic Origins Spectrometer光谱仪光栅进行了仿真设计<sup>[12]</sup>。由于可变形镜加工与全息记录系统调试的难度,这种方法目前并没有实际的应用。

3) 使用辅助光栅。Duban<sup>[13]</sup>研究了优化的全息罗兰圆布置,即辅助光栅位于待记录光栅的罗兰圆上,且辅助光栅的像散与球差在两个波长被消去。故这种方法的理论公式较简单,但要求的条件苛刻,并不适合实际应用。Sokolova<sup>[14]</sup>提出的两步法(two-step method)同样使用辅助光栅,但仅适合于透明基底,且理论公式不易推导,记录参量一般采用ZEMAX或CODE V光线追迹程序进行优化。Jobin Yvon公司使用辅助平面等间距光栅加工变间距光栅,但记录参量的优化基于光线追迹程序,耗时且难以得到较好的解<sup>[15]</sup>,有必要推导光栅参量的理论表达式,以提高优化设计的效率。

本文研究了使用平面等间距光栅产生非球面波,记录平面变间距全息光栅的方法。利用几何光学的光线追迹理论,推导了四阶光栅参量解析表达式,方便了全息光栅记录参量的设计。同时运用费马原理,将记录光路的光线追迹问题转化为函数优化问题,采用局部搜索求解,以验证理论公式。设计实例证明,这种记录光路能有效的生成所要求的光栅条纹形状,且光栅参量对记录参量的误差不敏感。理论公式与光线追迹的数值结果相当吻合,证明了解析表达式的准确性。

## 2 全息记录光路几何布置

全息记录光路如图1所示,包括两个相干光源

C和D,两个辅助平面等间距光栅 $G_1$ 和 $G_2$ ,以及一个平面光栅基底 $G$ 。 $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G$ 的顶点分别为 $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O$ 。 $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G$ 在顶点处的法线与C、D共平面 $\Sigma$ 。入射主光线 $CO_1$ 和 $DO_2$ 分别经 $O_1$ 和 $O_2$ 衍射到达 $O$ 点。距离 $p_C = \langle CO_1 \rangle$ 、 $q_C = \langle O_1O \rangle$ 、 $p_D = \langle DO_2 \rangle$ 、 $q_D = \langle O_2O \rangle$ ,以及主光线 $CO_1$ 、 $O_1O$ 、 $DO_2$ 、 $O_2O$ 的入射角 $\eta_C$ 、 $\gamma$ 、 $\eta_D$ 、 $\delta$ ,主光线 $O_1O$ 、 $O_2O$ 的衍射角 $\zeta_C$ 、 $\zeta_D$ ,称为记录参量。

在 $G_1$ 和 $G_2$ 上分别引入笛卡儿坐标系 $x_1y_1z_1$ 和 $x_2y_2z_2$ ,原点位于 $O_1$ 和 $O_2$ 。 $x_1$ 轴为 $O_1$ 点处 $G_1$ 的光栅法线, $x_2$ 轴为 $O_2$ 点处 $G_2$ 的光栅法线。 $y_1$ 和 $y_2$ 轴均位于平面 $\Sigma$ 内。点C和 $Q_1$ 在 $G_1$ 坐标系内的坐标记为 $C(x_C, y_C, 0)$ 和 $Q_1(0, w_1, l_1)$ ,D和 $Q_2$ 在 $G_2$ 坐标系内的坐标记为 $D(x_D, y_D, 0)$ 和 $Q_2(0, w_2, l_2)$ ,其中

$$\begin{aligned} x_C &= p_C \cos \eta_C, & x_D &= p_D \cos \eta_D, \\ y_C &= p_C \sin \eta_C, & y_D &= p_D \sin \eta_D, \end{aligned} \quad (1)$$

当主光线 $CO_1$ (或 $DO_2$ )位于 $x_1y_1z_1$ (或 $x_2y_2z_2$ )坐标系内的 $x_1y_1$ (或 $x_2y_2$ )平面第一象限时, $\eta_C$ (或 $\eta_D$ )的符号为正;当位于第四象限时,符号为负。当主光线 $O_1O$ (或 $O_2O$ )位于 $x_1y_1z_1$ (或 $x_2y_2z_2$ )坐标系内的 $x_1y_1$ (或 $x_2y_2$ )平面第一象限时, $\zeta_C$ (或 $\zeta_D$ )的符号为正;当位于第四象限时,符号为负。

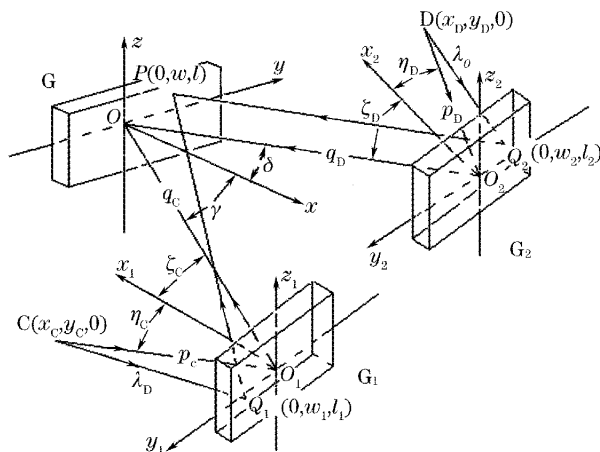


图1 记录光路几何布置

Fig. 1 Schematic diagram of recording optics

在光栅基底 $G$ 上引入直角坐标系 $xyz$ ,原点为 $O$ 点, $x$ 轴是 $O$ 点处的光栅法线, $y$ 轴位于平面 $\Sigma$ 内。光栅 $G_1$ 上的 $Q_1$ 点与光栅 $G_2$ 上的 $Q_2$ 点在 $G$ 坐标系内的坐标分别记为 $\bar{Q}_1(\bar{\xi}_1, \bar{w}_1, \bar{l}_1)$ 和 $\bar{Q}_2(\bar{\xi}_2, \bar{w}_2, \bar{l}_2)$ 。当主光线 $OO_1$ (或 $OO_2$ )位于 $xyz$ 坐标系内的 $xy$ 平面第一象限时, $\gamma$ (或 $\delta$ )的符号为正;当位于第四象限时,符号为负。

### 3 光栅参量解析表达式

设波长  $\lambda_0$  的光线从  $C$  点出发, 经  $Q_1(0, w_1, l_1)$  点衍射到达点  $P(0, w, l)$ ; 从  $D$  点出发的波长  $\lambda_0$  的光线, 经  $Q_2(0, w_2, l_2)$  点衍射到达点  $P(0, w, l)$ 。  $G_1$  与  $G_2$  的光栅线密度分别为  $1/\sigma_1$  与  $1/\sigma_2$ , 根据光栅方程:

$$\begin{aligned} \sin \eta_C + \sin \zeta_C &= m_1 \lambda_0 / \sigma_1, \\ \sin \eta_D + \sin \zeta_D &= m_2 \lambda_0 / \sigma_2, \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $m_1$  (或  $m_2$ ) 是光栅  $G_1$  (或  $G_2$ ) 的衍射阶次。

此时两束相干光在光栅基底  $G$  上发生干涉。  $P$  点处的干涉条纹表示为

$$\begin{aligned} H &= [(CQ_1 + Q_1P) + w_1 m_1 \lambda_0 / \sigma_1 - (CO_1 + O_1O)] / \lambda_0 - \\ & [(DQ_2 + Q_2P) + w_2 m_2 \lambda_0 / \sigma_2 - (DO_2 + O_2O)] / \lambda_0, \end{aligned} \quad (3)$$

记通过  $O$  点的条纹为第 0 条,  $H$  表示  $O$  与  $P$  两点之间的条纹数目, 称为条纹函数。当第  $H$  条条纹的中心点  $(0, w_H, 0)$  位于  $xyz$  坐标系内的  $xy$  平面第一象限时,  $H$  为正; 当位于第四象限时,  $H$  为负。

代入(2)式, 将(3)式改写为

$$\left\{ \begin{aligned} H &= \frac{1}{\lambda_0} (H_C - H_D), \\ H_C &= \sqrt{x_C^2 + (w_1 - y_C)^2 + l_1^2} + \\ & \sqrt{\xi_1^2 + (\bar{w}_1 - w)^2 + (T_1 - l)^2} - \\ & (p_C + q_C) + w_1 (\sin \eta_C + \sin \zeta_C), \\ H_D &= \sqrt{x_D^2 + (w_2 - y_D)^2 + l_2^2} + \\ & \sqrt{\xi_2^2 + (\bar{w}_2 - w)^2 + (T_2 - l)^2} - \\ & (p_D + q_D) + w_1 (\sin \eta_D + \sin \zeta_D), \end{aligned} \right. \quad (4)$$

由于对称性, 仅考虑  $H_C$ 。  $\bar{Q}_1(\xi_1, \bar{w}_1, \bar{l}_1)$  可以从  $Q_1(0, w_1, l_1)$  的坐标变换得到:

$$\left\{ \begin{aligned} \xi_1 &= w_1 \sin(-\zeta_C + \gamma) - q_C \cos \gamma, \\ \bar{w}_1 &= -w_1 \cos(-\zeta_C + \gamma) + q_C \sin \gamma, \\ \bar{l}_1 &= l_1, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

光栅条纹函数  $H$  可以表示为如下的四阶级数展开:

$$\left\{ \begin{aligned} H &= \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} c_{ij} H_{ij} w^i l^j = \\ & \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} c_{ij} (H_{ij})_C w^i l^j - \\ & \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} c_{ij} (H_{ij})_D w^i l^j, \\ H_C &= \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} c_{ij} (H_{ij})_C w^i l^j, \\ H_D &= \frac{1}{\lambda_0} \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} c_{ij} (H_{ij})_D w^i l^j, \end{aligned} \right. \quad (6)$$

此处  $c_{ij}$  为常数。系数  $H_{ij}$  称为光栅参量, 是记录参量的函数。仅考虑  $(H_{ij})_C$  即可。为计算  $(H_{ij})_C$ , 需将  $w_1, l_1$  展开成  $w$  和  $l$  的函数:

$$\left\{ \begin{aligned} w_1 &= \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} (A_{ij})_C w^i l^j, \\ l_1 &= \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} (B_{ij})_C w^i l^j, \end{aligned} \right. \quad (7)$$

此时需要计算  $(A_{ij})_C$  和  $(B_{ij})_C$  的表达式, 其中  $i + j \leq 4$ 。对于光程函数, 应用费马原理:

$$\min(F_C) = CQ_1 + Q_1P + \sigma_1 w_1 m_1 \lambda_0 =$$

$$CQ_1 + Q_1P + w_1 (\sin \eta_C + \sin \zeta_C), \quad (8)$$

可以得到入射光线  $CQ_1$  在  $G_1$  坐标系内的方向余弦  $(L_1, M_1, N_1)$  与衍射光线  $Q_1P$  在  $G_1$  坐标系内的方向余弦  $(L'_1, M'_1, N'_1)$  之间的关系:

$$\begin{aligned} L'_1 &= [L_1^2 - 2(\sin \eta_C + \sin \zeta_C) M_1 - \\ & (\sin \eta_C + \sin \zeta_C)^2]^{1/2}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$M'_1 = M_1 + \sin \eta_C + \sin \zeta_C,$$

$$N'_1 = N_1,$$

其中

$$L_1 = -x_C / CQ_1,$$

$$M_1 = (w_1 - y_C) / CQ_1, \quad (10)$$

$$N_1 = l_1 / CQ_1,$$

对  $(L'_1, M'_1, N'_1)$  做简单的坐标变换, 可得衍射光线  $Q_1P$  在  $xyz$  坐标系内的方向余弦  $(L_C, M_C, N_C)$ :

$$L_C = -L'_1 \cos(-\zeta_C + \gamma) + M'_1 \sin(\eta_C + \gamma),$$

$$M_C = -L'_1 \sin(-\zeta_C + \gamma) - M'_1 \cos(\eta_C + \gamma), \quad (11)$$

$$N_C = N'_1,$$

根据方向余弦的定义:

$$L_C = -\xi_1 / Q_1P,$$

$$M_C = (w - \bar{w}_1) / Q_1P, \quad (12)$$

$$N_C = (l - \bar{l}_1) / Q_1P,$$

因此

$$w = \bar{w}_1 - \xi_1 M_C / L_C, \quad (13)$$

$$l = \bar{l}_1 - \xi_1 N_C / L_C,$$

将(1)式、(5)式、(7)式、(8)式、(10)式、(11)式、(12)式代入式(13), 得到

$$\begin{aligned} w &= f_w[w, l, (A_{ij})_C, (B_{ij})_C, \eta_C, \zeta_C, \gamma, p_C, q_C], \\ l &= f_l[w, l, (A_{ij})_C, (B_{ij})_C, \eta_C, \zeta_C, \gamma, p_C, q_C], \end{aligned} \quad (14)$$

将(14)式展开成四阶:

$$\begin{aligned} w &= \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} (f_w)_{ij} w^i l^j, \\ l &= \sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^{4-i} (f_l)_{ij} w^i l^j, \end{aligned} \quad (15)$$

其中 $(f_w)_{ij}$ 与 $(f_l)_{ij}$ 均为 $(A_{ij})_c$ 、 $(B_{ij})_c$ 、 $\eta_c$ 、 $\zeta_c$ 、 $\gamma$ 、 $p_c$ 和 $q_c$ 的函数。解下列方程组:

$$\begin{aligned} (f_w)_{ij} &= \begin{cases} 1, & i=1, j=0 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \\ (f_l)_{ij} &= \begin{cases} 1, & i=0, j=1 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

$$H = \frac{1}{\lambda_0} \left[ H_{10} w + \frac{1}{2} (H_{20} w^2 + H_{02} l^2 + H_{30} w^3 + H_{12} w l^2) + \frac{1}{8} (H_{40} w^4 + 2H_{22} w^2 l^2 + H_{04} l^4) \right], \quad (17)$$

(17)式给出了光栅线距变化规律 $H$ 与光栅参量 $H_{ij}$ 之间的联系,光栅参量是记录参量的函数。对于所要求的光栅线距变化规律,根据推导的解析表达式,可以优化设计得到相应的记录参量。与基于光线追迹程序的方法相比较,基于解析表达式的记录参量优化设计简单易行,时间消耗小,易于搜索到较好的解。

#### 4 光线追迹数值方法

除解析方法外, $H$ 也可以通过数值方法计算。仅考虑 $H_c$ 。将(1)式、(5)式代入(4)式, $H_c$ 为 $w$ 、 $l$ 、 $w_1$ 、 $l_1$ 、 $\eta_c$ 、 $\zeta_c$ 、 $\gamma$ 、 $p_c$ 和 $q_c$ 的函数:

$$H_c = f_{H_c}(w, l, w_1, l_1, \eta_c, \zeta_c, \gamma, p_c, q_c), \quad (18)$$

在记录参量 $\eta_c$ 、 $\zeta_c$ 、 $\gamma$ 、 $p_c$ 和 $q_c$ ,以及光栅 $G$ 上 $P$ 点坐标 $w$ 、 $l$ 给定的情况下, $H_c$ 为 $w_1$ 和 $l_1$ 的函数,故

$$H_c = g_{H_c}(w_1, l_1). \quad (19)$$

根据费马原理, $H_c$ 应为最小值,因此可以通过求解优化问题得到:

$$H_c = \min[g_{H_c}(w_1, l_1)]. \quad (20)$$

选取适当的初值进行局部搜索,计算得到给定 $w$ 、 $l$ 时的 $H_c$ ,以及相应的衍射点 $Q_1(0, w_1, l_1)$ 的坐标,进而求得光栅条纹函数 $H$ 。通常 $Q_1(0, w_1, l_1)$ 唯一。

#### 5 变间距全息光栅设计实例

国家同步辐射实验室的软X射线磁性圆二色光束使用一块平面变间距光栅作为色散元件,光栅口径 $180 \text{ mm} \times 30 \text{ mm}$ ,要求的光栅线密度为

可计算出 $(A_{ij})_c$ 与 $(B_{ij})_c$ 的表达式,其中 $i+j \leq 4$ 。将 $(A_{ij})_c$ 与 $(B_{ij})_c$ 及(5)式、(8)式代入(4)式,即可得到(6)式中定义的 $(H_{ij})_c$ 的解析表达式。需要指出的是, $(H_{ij})_c$ 的表达式中仅存在 $i+j \leq 2$ 的 $(A_{ij})_c$ 与 $(B_{ij})_c$ 项。

类似地也可推导出 $(H_{ij})_D$ 的解析表达式。因此 $H_{ij} = (H_{ij})_c - (H_{ij})_D$ , (6)式可改写为

$$\begin{aligned} n &= n_0(1 + b_2 w + b_3 w^2 + b_4 w^3), \\ n_0 &= 1.4000 \times 10^3 \text{ (groove/mm)}, \\ b_2 &= 8.2453 \times 10^{-4} \text{ (mm}^{-1}\text{)}, \\ b_3 &= 3.0015 \times 10^{-7} \text{ (mm}^{-2}\text{)}, \\ b_4 &= 0.0000 \times 10^{-10} \text{ (mm}^{-3}\text{)}, \end{aligned} \quad (21)$$

如图2所示。此处

$$\begin{aligned} n_0 &= H_{10}/\lambda_0, & b_2 &= H_{20}/(\lambda_0 n_0), \\ b_3 &= 3H_{30}/(2\lambda_0 n_0), & b_4 &= H_{40}/(2\lambda_0 n_0). \end{aligned} \quad (22)$$

使用一块光栅线密度 $1/\sigma_2 = 1000$  (groove/mm)的辅助平面等间距光栅及有一块辅助平面镜的记录光路,即 $1/\sigma_1 = 0$  (groove/mm)。记录波长 $\lambda_0 = 413.1 \text{ nm}$ ,辅助光栅的衍射级次为+1。考虑到平面镜的作用,此时有六个记录参量: $\gamma$ 、 $\eta_D$ 、 $\delta$ 、 $p_c + q_c$ 、 $p_D$ 、 $q_D$ 。

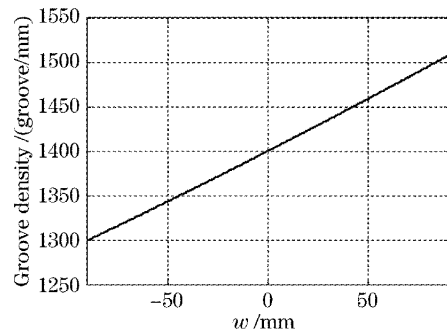


图2 设计要求的变间距全息光栅线密度变化规律  
Fig. 2 Required groove density of the varied line spacing holographic grating

使用上面推导的解析表达式,采用演化算法优化记录参量<sup>[16]</sup>。表1给出了四组可行的记录参量优化设计结果,对应的光栅线密度参量如表2所示。

理论光栅线密度与要求值相当符合。

表 1 记录参量优化设计结果

Table 1 Design results of recording parameters

	$\gamma / \text{rad}$	$\eta_D / \text{rad}$	$\delta / \text{rad}$	$p_C + q_C / \text{mm}$	$p_D / \text{mm}$	$q_D / \text{mm}$
1	0.0667	1.1291	0.7010	1470.1	461.5	998.5
2	-0.0999	1.1427	0.4990	1326.4	427.8	989.9
3	-0.1748	0.9876	0.4164	1028.0	520.9	380.8
4	-0.0395	0.9704	0.5690	1183.0	601.0	369.8

表 2 优化设计结果对应的光栅线密度参量

Table 2 Corresponding grating groove density parameters of design results

	$n_0 / (10^3 \text{ groove/mm})$	$b_2 / (10^{-4} \text{ mm}^{-1})$	$b_3 / (10^{-7} \text{ mm}^{-2})$	$b_4 / (14^{-10} \text{ mm}^{-3})$
1	1.4000	8.2459	3.0017	-2.7332
2	1.3999	8.2457	3.0028	-5.2081
3	1.4001	8.2453	3.0017	1.9194
4	1.3999	8.2460	3.0027	-0.6761

表 3 考虑记录参量误差时的设计结果

Table 3 Design results considering the error of recording parameters

	$n_0 / (\text{groove/mm})$	$b_2 / \text{mm}^{-1}$	$b_3 / \text{mm}^{-2}$	$b_4 / \text{mm}^{-3}$
Required value	$1.400 \times 10^3$	$8.2453 \times 10^{-4}$	$3.0015 \times 10^{-7}$	$0.0000 \times 10^{-10}$
Design value	$(1.4000 \pm 0.0047) \times 10^3$	$(8.2453 \pm 0.0550) \times 10^{-4}$	$(3.0015 \pm 0.0656) \times 10^{-7}$	$(0.0000 \pm 0.0680) \times 10^{-10}$

选择第二组参量作为光栅的加工参量。使用光线追迹数值算法检验设计结果。当  $l=0 \text{ mm}$  时,对不同的  $w$ ,记  $H_A$  为解析表达式计算的条纹数,  $H_N$  为光线追迹数值算法计算的条纹数。  $H_A$  与  $H_N$  之间的误差如图 3 所示,数值结果与理论公式预测相当一致。由级数展开中截断误差带来的光栅条纹数误差,在整个记录区域内小于 1.5 线,证明了所推导的解析表达式的准确性。

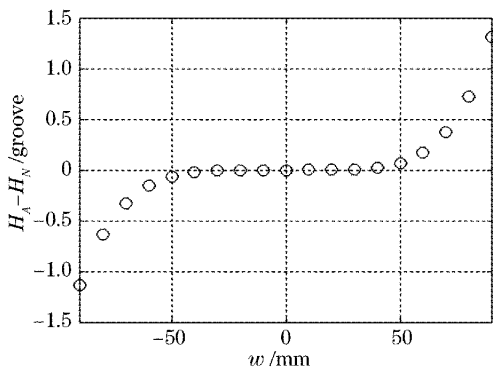


图 3  $l=0 \text{ mm}$  时解析表达式计算条纹数  $H_A$  与光线追迹数值算法计算条纹数  $H_N$  之间的误差

Fig. 3 Groove number error between  $H_A$  (computed from analytical expressions) and  $H_N$  (computed from numerical ray-tracing) at  $l=0 \text{ mm}$

在光栅的实际加工过程中,不可避免地有工艺

容许误差存在,当实际记录参量偏离设计值时,光栅参量亦会偏离设计值。对于第二组记录参量,表 3 给出了距离误差 1 mm,角度误差 0.001 rad 时的设计结果。从表 3 可以看出,使用辅助光栅的记录光路对记录参量的误差并不敏感。

记录光路的二维几何布置示意图如图 4 所示。通过合理选择记录参量,可以避免光栅基底受到零级及高阶衍射光场的影响。

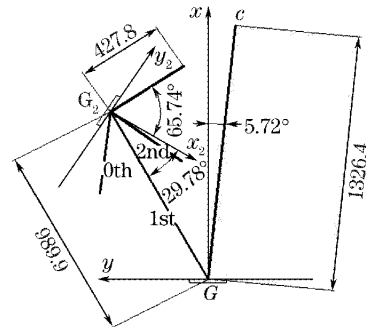


图 4 记录光路几何布置二维示意图

Fig. 4 Two dimensional schematic diagram of recording optics

## 6 结 论

本文针对使用两块辅助平面等间距光栅记录平面变间距光栅的光路,推导了四阶光栅参量表式,

方便了全息记录光路的参量优化。提出了基于费马原理与局部搜索的光线追迹数值计算方法,对解析表达式进行交叉验证。设计实例证明了光栅参量理论表达式的准确性。使用辅助光栅的记录光路能够产生所要求的条纹形状,且光栅参量对记录参量的误差不敏感。

在变间距全息光栅加工过程中,显影、刻蚀、镀膜等加工工艺中的误差都会对光栅参量产生影响<sup>[17,18]</sup>。同时,实际衍射光场与几何光学光线追迹的结果尚有差距。下一步的工作将着眼于实际加工工艺的研究,并对理论与仿真结果进行实验验证。

### 参 考 文 献

- 1 Takeshi Namioka, Masao Seya, Hideyuki Noda. Design and performance of holographic concave gratings[J]. *Japanese J. Appl. Phys.*, 1976, **15**(7): 1181~1197
- 2 M. Koike, Y. Harada, N. Noda. New blazed holographic grating fabricated by using an aspherical recording with an ion-etching method[C]. *Proc. SPIE*, 1987, **815**: 96~101
- 3 Michel Duban. Holographic aspheric gratings printed with aberrant waves[J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(9): 4263~4273
- 4 Lü Lijun. Study of ultraviolet and soft X-ray varied-line-space plane grating monochromator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(1): 141~144 (in Chinese)  
吕丽军. 极紫外、软 X 射线变线距平面光栅单色仪的研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(1): 141~144
- 5 Takeshi Namioka, Masato Koike. Aspheric wave-front recording optics for holographic gratings[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(13): 2180~2186
- 6 Hideyuki Noda, Yoshihisa Harada, Masato Koike. Holographic grating recorded using aspheric wavefronts for a Seya-Namioka monochromator[J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(20): 4375~4380
- 7 Masato Koike, T. Namioka. Optimization and evaluation of varied line spacing plane grating monochromators for third generation synchrotron radiation sources [J]. *J. Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, 1996, **80**: 303~308
- 8 M. Koike, T. Yamazaki, Y. Harada. Design of holographic gratings recorded with aspheric wavefront recording optics for soft X-ray flat-field spectrographs[J]. *J. Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, 1999, **101~103**: 913~918
- 9 Michel Duban. Third-generation Rowland holographic mounting [J]. *Appl. Opt.*, 1991, **30**(28): 4019~4025
- 10 Ling Qing, Jin Huiyu, Wu Gang *et al.*. Theoretical equations of holographic gratings recorded with aspherical wavefronts; error analysis[J]. *Nuclear Techniques*, 2005, **28**(7): 500~504 (in Chinese)  
凌 青,金辉宇,吴 刚 等. 非球面波记录全息光栅理论公式的误差分析[J]. *核技术*, 2005, **28**(7): 500~504
- 11 Michel Duban. Recording high-dispersion spherical holographic gratings in a modified Rowland mounting by use of a multimode deformable mirror[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(1): 16~19
- 12 Gérard R. Lemaitre, Michel Duban. Corrected grating recording by active optics compensator case of HST Cosmic Origins Spectrometer[C]. *Proc. SPIE*, 2003, **4854**: 447~456
- 13 Michel Duban. High-dispersion spherical holographic gratings in a modified Rowland mounting[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(10): 1599~1608
- 14 Elena Sokolova. Geometric theory of two-steps recorded holographic diffraction gratings[C]. *Proc. SPIE*, 1998, **3450**: 113~124
- 15 Benoit Deville, Francis Bonnemason, Jean Flamand *et al.*. Holographically recorded, ion etched variable line space gratings [C]. *Proc. SPIE*, 1998, **3450**: 24~35
- 16 Ling Qing, Wu Gang, Wang Qiuping. Restricted evolution based multimodal function optimization in holographic grating design [C]. *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, 2005. 789~794
- 17 Zhao Jinsong, Li Lifeng, Wu zhenhua. In-situ self-monitoring of latent image in fabrication of holographic gratings [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 851~858 (in Chinese)  
赵劲松,李立峰,吴振华. 全息光栅制作中的实时潜像自监测技术[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 851~858
- 18 Zhao Jinsong, Li Lifeng, Wu zhenhua. Modeling of in-situ monitoring curves during development of holographic gratings [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8): 1146~1150 (in Chinese)  
赵劲松,李立峰,吴振华. 全息光栅实时显影监测曲线的理论模拟[J]. *光学学报*, 2004, **24**(8): 1146~1150