

文章编号: 0253-2239(2006)07-0965-6

宽频带激光自由空间传输的调制特性研究*

游开明¹ 文双春^{1,2} 范滇元³

1 武汉理工大学信息工程学院, 武汉 430070
2 湖南大学计算机与通信学院, 长沙 410082
3 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800

摘要: 基于惠更斯-菲涅耳衍射积分公式,研究了宽带光束在非涅耳衍射区的自由空间传输特性,得到宽带光束传输的调制深度与光束带宽 $\Delta\lambda$ 及菲涅耳数 F 的变化关系。结果表明:一定的带宽对光束的均匀性有适当的改善;当光束的带宽 $\Delta\lambda < 2\lambda_0/F$ 时,带宽越大,光束越均匀;当带宽满足条件 $\Delta\lambda = 2\lambda_0/F$ 时,菲涅耳衍射完全消失;在一定的菲涅耳数范围内,宽带光束的调制深度随菲涅耳数振荡变化,振荡曲线的主极大值和次极大值分别出现在菲涅耳数为奇数和偶数处,而极小值则出现在菲涅耳数 $F = 2k \pm 1/3 (k=1, 2, 3, \dots)$ 处,在极小值处光束的均匀性最好。

关键词: 光传输; 宽带激光; 光束质量; 调制深度

中图分类号: O436 文献标识码: A

Study on Modulation Property of Broadband Laser Propagation in Free Space

You Kaiming¹ Wen Shuangchun^{1,2} Fan Dianyuan³

1 School of Information Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070
2 School of Computer and Communication, Hunan University, Changsha 410082
3 Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800

Abstract: The free space propagation property of broadband laser beam in Fresnel diffraction area is studied based on Huygens-Fresnel diffraction integral. The relationship between modulation depth, bandwidth $\Delta\lambda$ and Fresnel number is obtained. It is found that the uniformity of the beam is improved to a certain extent for an appropriate bandwidth. The bandwidth is widened, and the beam is more uniform, for $\Delta\lambda > 2\lambda_0/F$. Fresnel diffraction disappears completely when $\Delta\lambda = 2\lambda_0/F$ is fulfilled. For Fresnel number in a certain range, the modulation depth of broadband laser beam oscillates with the Fresnel number, with the main and secondary maximums of the oscillating curve appearing for odd and even Fresnel number respectively. Its minimums exist for Fresnel number $F = 2k \pm 1/3 (k = 1, 2, 3 \dots)$, and meanwhile the uniformity of the laser beam is the best.

Key words: light propagation; broadband laser; beam quality; modulation depth

1 引 言

常规的高功率激光驱动器大多采用窄带激光。窄带激光在高功率激光驱动器中的传输问题基本上得到了解决,在数值模拟和程序编码研究方面美国、俄罗斯和中国等基本上有了相应的模拟软件^[1~3]。在实际工作中,高功率激光驱动器的研制者们已经认识到主激光系统若采用宽频带激光传输不仅能有

效地改善靶面照明均匀性,而且对激光系统本身也有很多好处,如宽频带激光可以取得比常规光束更高的放大效率,衍射、干涉效应被显著抑制,光噪声(小尺度调制)减小,自聚焦效应减弱,积分限制可明显放宽等等,从而使总体性能、输出能力得到较大提高^[4~7]。因此,宽带主激光系统具有潜在的发展前景,及时开展相关的探索研究是有实际意义的。

* 国家 863 计划(2004AA84ts12)和高等学校博士点基金(20040532005)资助课题。

作者简介: 游开明(1958~),男,湖南祁阳人,副教授,主要从事光传研究。E-mail: hykmyou@163.com

收稿日期: 2005-03-30; 收到修改稿日期: 2005-08-21

此外,以啁啾脉冲放大为技术路线的皮秒高能量激光系统^[8,9]是进行快点火研究的重要工具,同时也是一个典型的宽频带激光系统,系统中光束的传输、衍射等效应和常规的窄带系统也有很大不同。因此,研究宽带激光传输相关的理论和定量计算方法对于高功率激光的总体设计、系统分析和性能优化具有重要现实意义。近几年,国内外对超短脉冲的传输开展了大量的理论和实验研究工作^[10~15],获得了宽带啁啾脉冲的传输特性。但是有关宽带激光传输特性与带宽之间的定量关系还不甚清楚。本文研究高功率宽频带激光束在自由空间中菲涅耳衍射区的传输规律,用数值方法得到了宽频带激光束在菲涅耳衍射区形成低频调制的调制深度与菲涅耳数的关系,从理论上论证了一定的带宽确实可以抑制衍射、干涉效应,并得到了消除菲涅耳衍射的条件。

2 基本原理和数值算法

我们研究空间完全相干的宽带激光的传输特性。对于这种宽带激光束,它投射到入射面上的相幅矢量的振幅变化是一致的,尽管空间任意两点可有不同的固定相对相位,但它们的绝对相位随时间的变化方式是相同的,在出射平面上各个脉冲响应的变化也是一致的,因此可按复振幅相加^[16]。这样,我们可以借鉴单色光束的传输规律,研究宽带激光束的传输特性。

首先考虑波长为 λ 的单色光的自由空间传输规律。在菲涅耳近似下,它满足惠更斯-菲涅耳衍射积分公式^[16]

$$E_2(x_2, y_2) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{+\infty} E(x_1, y_1) \times \exp\left\{\frac{ik}{2z}[(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2]\right\} dx_1 dy_1, \quad (1)$$

式中 E_1 和 E_2 分别是输入平面 x_1y_1 和输出平面 x_2y_2 上的光场, z 为光波传输距离, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数。利用卷积的性质,可得到

$$E_2(x_2, y_2) = \mathcal{F}^{-1} H(f_x, f_y) \mathcal{F} E(x_1, y_1), \quad (2)$$

式中 \mathcal{F} 和 \mathcal{F}^{-1} 分别表示二维傅里叶变换和逆变换, f_x 和 f_y 分别是 x 和 y 方向的横向空间频率, $H(f_x, f_y)$ 为传递函数:

$$H(f_x, f_y) = \exp(ikz) \exp[-i\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)]. \quad (3)$$

假设光束是轴对称的,则可以采用快速汉克尔变换代替二维傅里叶变换来处理较复杂的二维光束

传输问题。引入汉克尔(Hankel)变换后,合并(2)式和(3)式,得到

$$E_2(r_2) = \beta \exp(ikz) \exp(-i\pi\lambda z \rho^2) \beta E_1(r_1), \quad (4)$$

式中 r_1 和 r_2 分别为输入和输出平面上的径向坐标, ρ 为空间频率, β 表示汉克尔变换。进一步引入无量纲化径向坐标 $R_i = r_i/w (i = 1, 2)$,其中 w 是光束腰斑半径,则有无量纲化频率 $p = w\rho$,于是上式可以写成

$$\Phi_2(R_2) = \beta \exp(ikz) \exp\left(-\frac{i\pi}{F} p^2\right) \beta \Phi_1(R_1), \quad (5)$$

式中 $\Phi_1(R_1) = E_1(r_1)$, $\Phi_2(R_2) = E_2(r_2)$, $F = w^2/\lambda z$ 为菲涅耳数,是光束传输衍射性质的决定性变量。

然后,根据宽带激光束的相干叠加性将上述单色光束的传播规律用于宽带激光的传输研究。设入射的宽带激光束随波长的变化是关于中心波长 λ_0 对称的,带宽为 $\Delta\lambda$,将方程(5)进行复振幅线性叠加,并取平均值得到

$$\bar{\Phi}_2(R_2) = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \exp(-i\omega t) \beta \exp(ikz) \times \exp\left(-\frac{i\pi}{F} p^2\right) \beta \Phi_1(R_1) d\lambda, \quad (6)$$

注意到对于固定的波长 λ ,上式被积函数中的相位因子 $\exp(ikz)$ 可以提到汉克尔变换号外,并且在傍轴近似下可以与因子 $\exp(-i\omega t)$ 相抵消,于是上式简化为

$$\bar{\Phi}_2(R_2) = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \beta \exp\left(-\frac{i\pi}{F} p^2\right) \beta \Phi_1(R_1) d\lambda, \quad (7)$$

将宽带激光进行离散抽样,设抽样点数为 $N + 1$,抽样间隔均为 $\delta\lambda$,则 $\lambda_j = \lambda_0 - \Delta\lambda/2 + j\delta\lambda (j = 0, 2, \dots, N)$, $\Delta\lambda = N\delta\lambda$, (7)式变为

$$\bar{\Phi}_2(R_2) = \frac{1}{N+1} \sum_{j=0}^N \beta \exp\left(-\frac{i\pi}{F_j} p^2\right) \beta \Phi_1(R_1). \quad (8)$$

利用(8)式可计算宽带光束在自由空间的传输,其中的汉克尔变换采用快速汉克尔变换算法^[17]。在下面的数值计算中,宽带光束的中心波长和单色光束的波长均取 $\lambda_0 = 1053 \text{ nm}$,宽带光束的空间分布和频谱形状分别采用硬边光阑型和超高斯型。

此外,采用调制深度 M 来表征光束的调制特性,它定义如下:

$$M = \max\left\{\frac{I_{\max} - \bar{I}}{\bar{I}}, \frac{\bar{I} - I_{\min}}{\bar{I}}\right\}, \quad (9)$$

其中 I_{\max} , I_{\min} 和 \bar{I} 分别表示光束的最大光强、最小

光强和平均光强。由(9)式可知,对于理想均匀光束,调制深度等于0,所以调制深度越小表示光束质量越好。

3 光束带宽对光束均匀性的影响

首先,考察双色光束的自由空间传输特性,可以直观地理解宽带光束在自由空间传输过程中可以降低调制深度,从而改善光束质量。尤其,当双色光束的两种光的波长在同一传输距离处对应的菲涅耳数

相差为1时,一种光的传输产生的衍射环的暗环与另一种光的传输产生的明环重合,因此相幅矢量叠加后得到的光强分布变得非常均匀。图1所示分别为两束波长不同的单色光束[图1(a)和1(b)]以及由这两种单色光组成的双色光束[图1(c)]在菲涅耳数为10处的光强横向分布图,它们的初始空间分布均为20阶超高斯型,频谱分布为硬边光阑型。显然,双色光束的调制深度要小得多,光束要均匀得多。

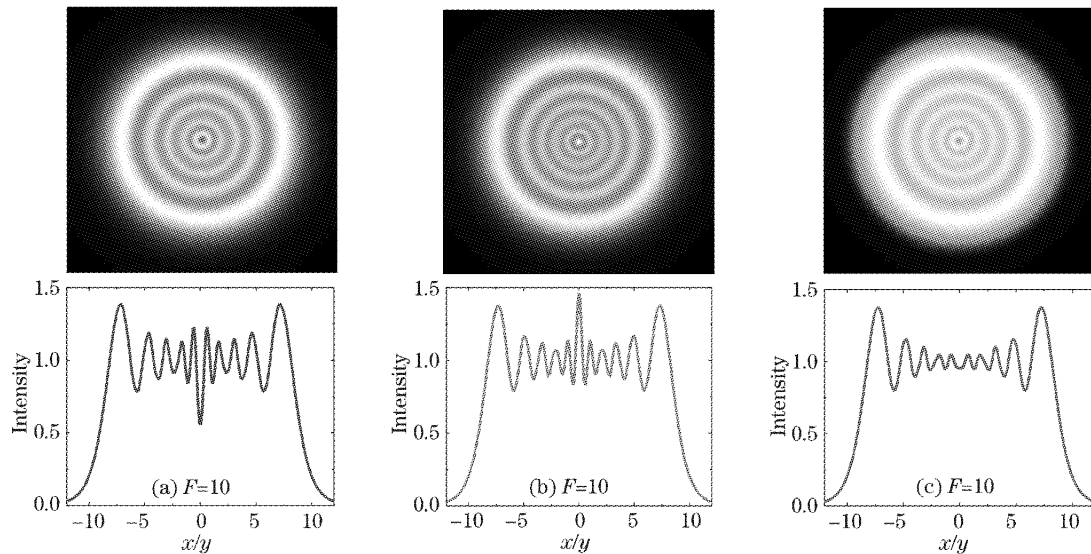


图1 (a) 波长为 1053 nm 的单色光束,(b) 波长为 957.3 nm 的单色光束,以及(c) 由波长为 1053 nm 和 957.3 nm 的光组成的双色光束在菲涅耳数为 10 处的光强横向分布图

Fig. 1 Transverse intensity profiles of a two-color light beam (c) and its components (a), (b) at Fresnel number $F=10$. The wavelengths of the two components are 1053 nm (a) and 957.3 nm (b) respectively

将宽带光束看作是由大量单色光组合而成,从双色光束可以改善光束的均匀性,可以推知一定的带宽可以抑制衍射、干涉效应,从而提高光束质量。图2所示数值计算结果可以验证这一点,它显示了波长为1053 nm的单色光束与中心波长为1053 nm、带宽分别为10 nm和20 nm的宽频带光束在菲涅耳数 F (宽频带光束用中心波长来计算)分别为50,51和51.3处的强度分布剖面图,其中输入的宽频带光束的空间分布和频谱分布均为硬边光阑型。由图可知,1) 在一定的频带范围内,光束的频带越宽,传输后的光束的调制深度越小,横向空间分布越均匀;2) 无论是单色光束还是宽带光束,光束的调制深度或者横向空间分布与菲涅耳数密切相关, $F=50$ 时(第1行),强度分布剖面图中心为暗斑,光束不太均匀; $F=51$ 时(第2行),强度分布剖面图中心为亮斑,光束最不均匀; $F=51.3$ 时(第3行),强度分布剖面图中心为亮、暗斑的转折点,较前两种情况光束

均匀性要好得多;3) 与单色光束一样,频谱对称分布的宽频带光束的传输衍射环数仍然等于菲涅耳数(用中心波长来计算)的一半。

图3所示给出了带宽分别为10 nm和80 nm的宽带光束的调制深度随菲涅耳数(以中心波长计算)变化的关系。可见,80 nm的宽带光束的调制深度曲线处在10 nm的之下,它进一步说明,在一定的带宽范围内,带宽越大,光束均匀性越好。此外,由图还可看出,与单色光束一样,宽带光束的调制深度随菲涅耳数的增大而振荡,振荡曲线中有两种极大值,一种极小值,我们把峰高一些的叫做大极大值,峰低一些的叫作次极大值。结合图2可以推知,主极大值对应于光束中心光强最大的情况,次极大值对应于光束中心光强最小的情况,而极小值则对应于中心光强等于光束两腰内光强平均值的情况,这时光束最均匀。随着菲涅耳数的增大,各种极大值逐渐变矮,说明光束均匀性逐渐变好,即菲涅耳数

越大光束均匀性越好。

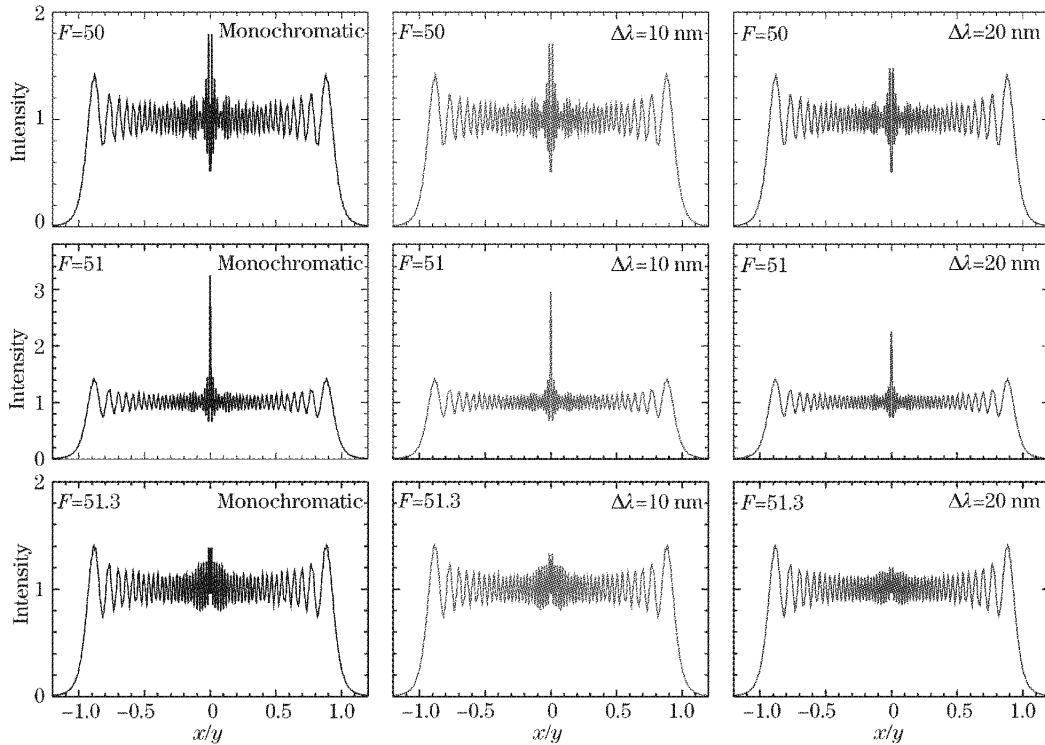


图 2 波长为 1053 nm 的单体光束(第 1 列)与中心波长为 1053 nm、带宽分别为 10 nm(第 2 列)和 20 nm(第 3 列)的宽频带光束在非涅耳数分别为 50(第 1 行),51(第 2 行)和 51.3(第 3 行)处的强度分布剖面图

Fig. 2 The light intensity distribution of wavelength 1053 nm for a monochromatic beam (the first column), a broadband beam with a 10 nm bandwidth (the second column), and a broadband beam with a 20 nm bandwidth (the third column), for Fresnel number being 50 (the first row), 51 (the second row) and 51.3 (the third row), respectively

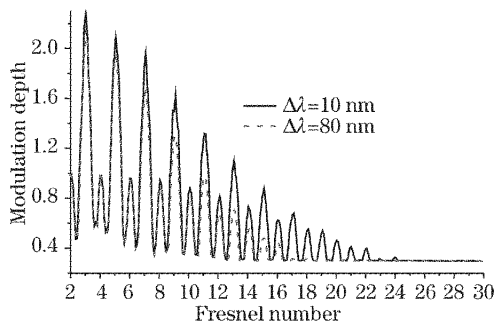


图 3 不同带宽光束的调制深度随非涅耳数的变化

Fig. 3 Variation of modulation depth with Fresnel number for different bandwidths

4 理论分析

由以上的数值模拟结果可知,光束的调制深度与光束带宽及非涅耳数有密切关系。下面从理论上给出定量分析结果。

光束的均匀性依赖于中心光场,用方程(1)来计算,令 $x_2 = y_2 = 0$,同时弃去第一项指数表示的总体相延迟因子,得到

$$E_2(0,0) = \frac{1}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_1(x_1, y_1) \times \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z}(x_1^2 + y_1^2)\right] dx_1 dy_1, \quad (10)$$

在柱坐标系中进行相幅矢量叠加,有

$$E_2(0) = \frac{1}{\Delta\lambda} \int_{\lambda_0 - \Delta\lambda/2}^{\lambda_0 + \Delta\lambda/2} \frac{2\pi}{i\lambda z} \int_0^\infty E_1(r_1) r_1 \exp\left(\frac{i\pi}{\lambda z} r_1^2\right) dr_1 d\lambda. \quad (11)$$

考虑初始光束是仅依赖于空间分布的硬边光阑光束情形

$$E_1(r_1) = \begin{cases} 1, & 0 \leq r_1 \leq w \\ 0, & r_1 > w \end{cases}$$

代入(11)式并对 r_1 积分得

$$E_2(0) = 1 - \frac{1}{\Delta\lambda} \int_0^{\Delta\lambda} \exp\left\{\frac{i\pi w^2}{z\lambda_0[1 + (\xi - \Delta\lambda/2)/\lambda_0]}\right\} d\xi, \quad (12)$$

在宽带光束的中心波长 λ_0 与带宽 $\Delta\lambda$ 满足 $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ 的条件下,上式被积函数中的因子

$[1 + (\xi - \Delta\lambda/2)/\lambda_0]^{-1} \approx 1 - (\xi - \Delta\lambda/2)/\lambda_0$, 其误差一般在 10^{-4} 范围内, 于是

$$E_2(0) \approx 1 - \frac{2z\lambda_0^2}{\pi\omega^2\Delta\lambda} \sin\left(\frac{\pi\omega^2\Delta\lambda}{2z\lambda_0^2}\right) \exp\left(\frac{i\pi\omega^2}{z\lambda_0}\right), \quad (13)$$

利用菲涅耳数 $F = \omega^2/z\lambda_0$ 的定义, 有

$$E_2(F) \approx 1 - \frac{2\lambda_0}{\pi\Delta\lambda F} \sin\left(\frac{\pi\Delta\lambda F}{2\lambda_0}\right) \exp(i\pi F), \quad (14)$$

输出光束的中心光强分布与菲涅耳数 F 的关系为

$$I_{\text{out}}(F) \approx 1 + \frac{4\lambda_0^2}{\pi^2(\Delta\lambda)^2 F^2} \sin^2\left(\frac{\pi\Delta\lambda F}{2\lambda_0}\right) - \frac{\lambda_0}{\pi\Delta\lambda F} \sin\left(\frac{\pi\Delta\lambda F}{2\lambda_0}\right) \cos(\pi F), \quad (15)$$

注意, 上述推导中已假设了初始中心光强 $I_0 = 1$ 。上式第二项与第三项中都包含了因子 $\frac{2\lambda_0}{\pi\Delta\lambda F} \sin\left(\frac{\pi\Delta\lambda F}{2\lambda_0}\right)$, 它与光束带宽 $\Delta\lambda$ 密切相关, 决定光束的调制深度, 第三项中的因子 $\cos(\pi F)$ 引起中心光强波动, 决定调制特性的极值点。

4.1 消除菲涅耳衍射的条件

从方程(15)中因子 $\frac{2\lambda_0}{\pi\Delta\lambda F} \sin\left(\frac{\pi\Delta\lambda F}{2\lambda_0}\right)$ 看, 当 F 一定时, $\Delta\lambda$ 的值越大, 其值越小, 即光束调制深度越小, 光束的均匀性越好。当该因子为零时, 光束中心光强保持不变, 即调制深度为零, 菲涅耳衍射完全被消除。因此, 消除菲涅耳衍射的条件是

$$\Delta\lambda = 2\lambda_0/F, \quad (16)$$

结合方程 $-\Delta F = F\Delta\lambda/\lambda_0$ ^[4] 可知, 宽带光束中最大波长与最小波长之差引起菲涅耳数改变量为 $|\Delta F| = 2$ (即改变 1 环) 时, 菲涅耳衍射环带将完全消失。通过数值计算证明此条件是正确的, 同时对于超高斯之类的平顶光束也是适用的。在夫琅禾费衍射区, 此条件同样成立, 只是由于菲涅耳数 $F \leq 1$, 要求带宽 $\Delta\lambda$ 太大。

4.2 调制深度极值点与菲涅耳数的定量关系

一般情况下宽带激光束的带宽 $\Delta\lambda$ 要比 $2\lambda_0/F$ 小得多, 这时方程(15)中的因子 $\frac{2\lambda_0}{\pi\Delta\lambda F} \sin\left(\frac{\pi\Delta\lambda F}{2\lambda_0}\right)$ 接近于 1, 方程(16)可简化为

$$I_{\text{out}}(F) \approx 2[1 - \cos(\pi F)], \quad (17)$$

可见, 宽带光束的调制特性曲线的极值点与波长为 λ_0 的单体光束相同。

对照图 2 和图 3, 可看出得到的解析结果(17)式的合理性。当 F 为奇数时, $\cos(\pi F) = -1$, 输出中心光强 $I_{\text{out}}(F) \approx 4$ (即初始中心光强的 4 倍), 光束中心是

亮斑, 对应于图 2 中 $F = 51$ 的情形及图 3 中的主极大值点; 当 F 为偶数时, $\cos(\pi F) = 1$, $I_{\text{out}}(F) \approx 0$, 光束中心是暗斑, 对应于图 2 中 $F = 50$ 的情形及图 3 中的次极大值点; 当 $F = 2k \pm 1/3$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) 时, $\cos(\pi F) = 0.5$, 对应于图 2 中 $F = 50.3$ 的情形及图 3 中的极小值点, 中心光强 $I_{\text{out}}(F)$ 接近常数 1 (即初始中心光强), 光束调制达到极小程度, 趋向均匀, 所以调制深度的极小值点出现在偶菲涅耳数两边相差 $1/3$ 处。

5 结 论

从惠更斯-菲涅耳衍射积分公式出发, 得到了宽带激光自由空间传输的光场分布规律。采用快速汉克尔变换数值算法与理论分析相结合的方法研究了宽带光束在菲涅耳衍射区的自由空间传输特性, 发现一定的带宽对光束的均匀性有适当的改善。在菲涅耳衍射区, 宽带光束的衍射调制环数目为光束中心波长对应的菲涅耳数的一半。宽带光束的调制深度与菲涅耳数密切相关, 在一定的菲涅耳数范围内, 调制深度随菲涅耳数振荡变化, 振荡曲线存在一系列主极大值、次极大值和极小值, 主极大值和次极大值分别出现在菲涅耳数为奇数和偶数处, 而极小值则出现在菲涅耳数 $F = 2k \pm 1/3$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) 处, 在极小值处光束的均匀性最好。宽带光束的调制深度也与带宽密切相关, 在 $\Delta\lambda < 2\lambda_0/F$ 时, $\Delta\lambda$ 的值越大, 光束越均匀, 当带宽满足条件 $\Delta\lambda = 2\lambda_0/F$ 时, 菲涅耳衍射完全消失。

参 考 文 献

- 1 W. Williams, J. T. Hunt, W. E. Warren. Light propagation through large laser system[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1981, 17(9): 1727~1744
- 2 R. A. Sacks, M. A. Hennesian, S. W. Haney *et al.*. The PROP92 Fourier beam propagation code [R]. LLNL Laser Program Quarterly Report, 1996, UCRL-LR-105821-96-4; 207~213
- 3 Jingqin Su, Wenyi Wang, Feng Jing *et al.*. The code SG99 for high-power laser propagation and its applications [C]. *Proc. SPIE*, 2005, 5627: 527~531
- 4 Deng Ximing, Yu Wenyan, Chen Shisheng *et al.*. Output power increase of high Nd:glass laser by bandwidth[J]. *Acta Optica Sinica*, 1983, 3(2): 97~101 (in Chinese)
邓锡铭, 余文炎, 陈时胜等. 用增加频带宽度的方法提高钕玻璃高功率激光器输出功率[J]. *光学学报*, 1983, 3(2): 97~101
- 5 P. W. McKenty, S. Skupsky, J. H. Kelly *et al.*. Numerical investigation of the self-focusing of broad-bandwidth laser light with applied angular dispersion[J]. *J. Appl. Phys.*, 1994, 76(4): 2027~2035
- 6 S. Skupsky, R. W. Short, T. Kessler *et al.*. Improved laser-beam uniformity using the angular dispersion of frequency-

- modulated light[J]. *J. Appl. Phys.*, 1989, **66**(8): 3456~3462
- 7 H. A. Rose, S. Ghosal. Effect of smoothing by spectral dispersion on flow induced laser beam deflection; The random phase modulation scheme[J]. *Phys. Plasmas*, 1998, **5**(3): 775~781
- 8 G. Mourou. The ultrahigh-peak-power laser; present and future [J]. *Appl. Phys. B*, 1997, **65**: 205~211
- 9 D. M. Pennington, J. A. Britten, J. L. Miller *et al.*. The petawatt laser system [R]. LLNL Laser Program Quarterly Report, 1996, UCRL-LR-105821-97-4; 230~238
- 10 U. Keller. Recent developments in compact ultrafast lasers[J]. *Nature*, 2003, **424**: 831~838
- 11 T. Brabec, F. Krausz. Intense few-cycle laser fields; Frontiers of nonlinear optics[J]. 2000, **72**(2): 545~591
- 12 Liu Zhijun, Lu Baida. Focusing of ultrashort pulsed beams by a lens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 798~802 (in Chinese)
刘志军, 吕百达. 超短脉冲高斯光束通过透镜的聚焦特性[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 798~802
- 13 Liu Hongjun, Wang Yishan, Zhao Wei *et al.*. Study on birefringent filter for broad-bandwidth femtosecond pulse[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 577~582 (in Chinese)
刘红军, 王屹山, 赵卫等. 宽带飞秒脉冲双折射干涉滤波的研究[J]. *光学学报*, 2004, **24**(5): 577~582
- 14 Han Hainian, Wei Zhiyi, Zhang Jun *et al.*. Measurements of carrier-envelope-offset in the femtosecond Ti:sapphire laser[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(1): 155~158 (in Chinese)
韩海年, 魏志义, 张军等. 飞秒钛宝石激光脉冲的载波包络相移测量研究[J]. *物理学报*, 2005, **54**(1): 155~158
- 15 Xia Lan, Qian Liejia. Serrated-aperture apodizers of high-energy ultrashort pulse-laser beam[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(1): 57~61 (in Chinese)
夏兰, 钱列加. 高能飞秒激光光束锯齿光阑截趾整形[J]. *中国激光*, 2004, **31**(1): 57~61
- 16 J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics* [M]. McGraw-Hill, 1968
- 17 V. Magni, G. Cerulle, S. De Silvestri. high-accuracy fast Hankel transform for optical beam propagation[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1992, **9**: 2031~2033