

文章编号: 0253-2239(2006)06-0818-4

一种基于多镜理论的光学薄膜群延迟算法*

孙雪铮 顾培夫 陈海星

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要: 光子晶体超棱镜是实现分色、滤波等功能的关键器件,而群延迟是衡量分波滤波效果的重要参量。为了获得更好的分光效果,一般采用级联法布里-珀罗滤波器或者 Gires-Tournois 滤波器实现大而线性的群延迟。基于多镜理论提出了一种新的多腔滤波器群延迟计算方法,简化了计算过程,使得计算不再受实际材料的限制。并以四腔级联 Gires-Tournois 滤波器为例进行群延迟的模拟计算,得到的结果与薄膜传输矩阵基本吻合,证实了算法的正确性。最后分析了群延迟、线性范围与 Gires-Tournois 滤波器腔长之间的关系,指出了如何根据实际要求选择腔长的方向。

关键词: 应用光学; 波分复用; 多镜理论; 群延迟; 线性的; 超棱镜效应

中图分类号: TB851⁺7 文献标识码: A

Novel Method for Calculating Group Delay of Optical Films Based on Multi-Mirror Theory

Sun Xuezheng Gu Peifu Chen Haixing

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract: Photonic crystal superprism is the key device for the light deflection, filtering and so on, and the group delay is one of the most important parameters to judge light deflection and filtering performances. For the sake of achieving large shift separation, cascade Fabry-Pérot filters or Gires-Tournois filters are usually used to achieve large and linear group delay. A novel method for calculating group delay of multi-cavities filters based on multi-mirror theory is presented, which simplifies the calculation and is not restricted by the practicable materials. As an example, the group delay of a four-cavity Gires-Tournois filters is obtained, which is in excellent agreement with the result by transmission matrix method in optical thin film theory and proves its validity. Finally, the relationship between group delay, linear region and cavity length of Gires-Tournois filters is analyzed, and the suggestion on how to choose suitable cavity length is presented.

Key words: applied optics; wavelength division multiplexing; multi-mirror theory; group delay; linear; superprism effect

1 引 言

随着人们对光子晶体尤其光子晶体禁带研究的深入^[1~4],薄膜光子晶体中的超棱镜效应也备受关注^[5]。它的发现使得薄膜光子晶体可以应用于波分复用及其他光通信领域。对于简单的一维薄膜结构来说,根据 WKB(Wentzel-Kramer-Brillouin)近似条件,可以推导出群速度在垂直于传播方向上的切向分量仅与膜系的结构参量有关,而与波长无关^[6]。于是,由超棱镜效应产生的光束空间色散在数值上

即等于群速度的切向分量与时间群延迟的乘积,因而超棱镜效应产生的光束空间色散与不同波长在通过膜堆时产生的时间上的延迟(群延迟)之间存在正比关系。基于这种关系实现超棱镜效应的方法完全可以看作是由光束在通过膜堆时累积的时间色散来实现的。可以通过设计时间上的群延迟来达到需要的空间色散结果。但是对于简单的一维周期性结构来说,这种周期性限制了超棱镜的自由度,很难获得大而线性的空间色散,于是运用多腔级联法布里-珀

* 国家自然科学基金(60478038)资助课题。

作者简介: 孙雪铮(1983~),女,安徽蚌埠人,浙江大学博士研究生,主要从事光学薄膜及光通信方面的研究。

E-mail: sxznecy@sohu.com

收稿日期: 2005-06-15; 收到修改稿日期: 2005-11-03

罗 (Fabry-Pérot) 滤波器 (FPF)^[7,8] 或者 Gires-Tournois 滤波器 (GTF)^[9] 来增加自由度, 从而实现线性群延迟, 达到更好的分频、滤波效果。

对于全透射或者全反射滤波器(类似 GTF), 已经有了实现线性群延迟的各镜反射系数算法^[10~12]。但是对于薄膜结构来说, 除了反射系数以外, 腔长也是很重要的参量之一, 如果不能正确地选择合适的腔长, 设计出来的薄膜结构未必可以达到要求。如果选择 TFCale 薄膜软件对不同腔长的群延迟进行模拟, 由于反射系数与膜系之间没有直接的对应关系, 而且受材料所限, 设计出的膜堆反射系数也很难完全符合计算结果, 会造成计算的复杂与不准确。改用 Van De Stat 和 Muller^[13] 应用在多腔级联法布里-珀罗滤波器中的多镜理论对不同腔长时的群延迟进行计算模拟。这种方法不需要各镜的具体膜系而是直接代入反射系数, 提高了计算的准确性。

2 原 理

多镜理论由斯托克斯公式^[14] 推导而来, Van De Stat 和 Muller 将其应用在多腔级联滤波器中以简化计算。N-1 个谐振腔组成的级联 Gires-Tournois 滤波器, 共有 N 面反射镜。其中第 N 面反射镜反射率为 1。图 1 是第 i 腔各电矢量振幅示意图。E_i⁺ 与 E_i⁻ 分别表示第 i 面镜交界面处的入射波电矢量振幅与反射波电矢量振幅, 其传输方向相反; r_i 与 t_i 分别表示第 i 面镜的振幅反射和透射系数; l_i 表示第 i 腔的腔长; θ_i 为光线传输到第 i 腔的角度, 一般用相位厚度表示为 φ_i = 2πnl_icos θ_i/λ。腔内介质为空气时, n = 1.0, 即 φ_i = 2πl_icos θ_i/λ。此处所有振幅均为多反射光束的叠加。根据多镜理论, 第 i 面镜边界处的电场与第 i+1 面镜边界处的电场有如下关系:

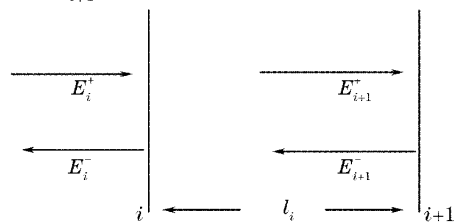
$$\begin{bmatrix} E_i^+ \\ E_i^- \end{bmatrix} = \frac{1}{t_i} \begin{bmatrix} \exp(j\phi_i) & -r_i \exp(+j\phi_i) \\ -r_i \exp(-j\phi_i) & \exp(+j\phi_i) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} E_{i+1}^+ \\ E_{i+1}^- \end{bmatrix}, \quad (1)$$


图 1 N-1 腔级联 Gires-Tournois 滤波器第 i 腔振幅示意图
Fig. 1 Schematic of the amplitude of the ith cavity of N-1 Gires-Tournois filter

对整个 Gires-Tournois 滤波器进行矩阵计算可以得到一个简单的振幅关系式:

$$\begin{bmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{bmatrix} = \frac{1}{t_1 t_2 \cdots t_{N-1}} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_N^+ \\ E_N^- \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 A、B、C、D 是多镜传输矩阵的系数, 表示通过引入衰减的法布里-珀罗滤波器腔体传输后振幅与位相的变化因子。反射系数通过(2)式可以求得为

$$r = \frac{E_1^-}{E_1^+} = \frac{CE_N^+ + DE_N^-}{AE_N^+ + BE_N^-} = \frac{C - r_N D}{A - r_N B} = r_1 + ir_2, \quad (3)$$

则反射位相表示为

$$\phi_{\text{ref}} = \arctan(r_2/r_1), \quad (4)$$

群延迟就可以简单地由

$$\tau_g = \partial \phi_{\text{ref}} / \partial \omega, \quad (5)$$

求出。

3 模拟计算与讨论

取参考文献[15]中实现线性群延迟的例子进行模拟。取 Gires-Tournois 滤波器理想群延迟为:

$\tau(\omega) = \frac{7}{\pi} \omega, 0 \leq \omega \leq \pi$, 其中 $\omega = 2\pi f$, ω 为角频率, f 为归一化频率。选择阶数为 4, 抽样点数为 1024, 根据全通滤波器的传递函数^[11]:

$$H_{\text{AP}}(z) = \frac{N(z)}{D(z)} = z^{-N} \left(\sum_{n=0}^N a_n z^n \right) / \left(\sum_{n=0}^N a_n z^{-n} \right), \quad (6)$$

其中 $z^{-1} = \exp(-j\omega)$, N 为腔的数量。

采用电学中基于复倒谱和平稳最小相位序列之间关系的全通滤波器设计方法进行加权优化计算^[12], 求得多项式系数为 $a = (1.0, 1.775, 1.450, 0.66, 0.147)$, 最后得到群延迟与归一化频率的关系如图 2 所示, 此时所得群延迟分布与理想值基本相符。为清晰体现周期性, 画出了四个周期的群延迟图, 即图 3。

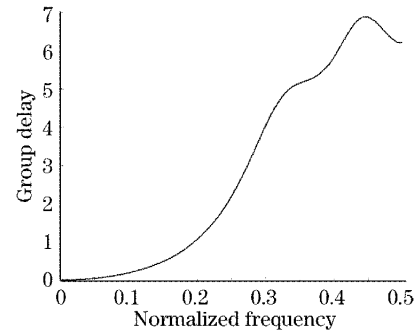


图 2 线性群延迟与归一化频率关系示意图
Fig. 2 Relationship between linear group delay and normalized frequency

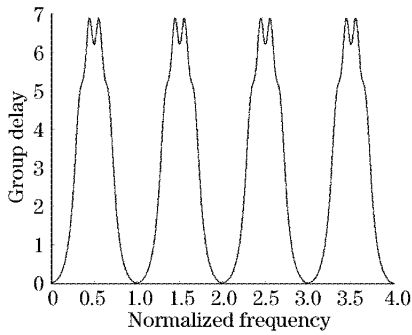


图 3 群延迟周期示意图

Fig. 3 Sketch of periodic group delay

例中假设的四腔级联 Gires-Tournois 滤波器，有五个反射镜，最后一面全反，如图 4 所示。其反射系数与多项式系数存在一定关系，即

$$\begin{cases} r_{N+1=m} = -a_{m,m}, \\ A_{m-1}(z) = \frac{A_m(z) - a_{m,m}A_m(z^{-1})z^{-m}}{1 - a_{m,m}^2}, \end{cases} \quad (7)$$

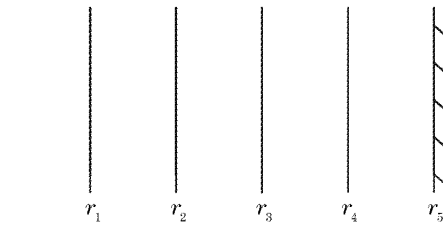
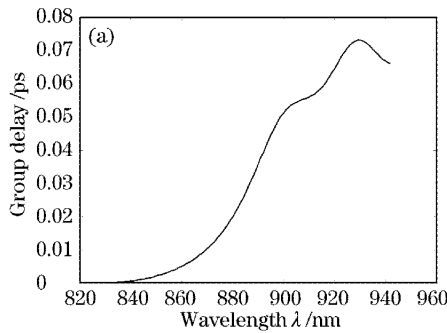


图 4 四腔级联 Gires-Tournois 滤波器示意图

Fig. 4 Schematic diagram of a four-cavity Gires-Tournois filter

可以得到反射系数 $r = (-0.1470, -0.4079, -0.6773, -0.8578, -1.0)$ 。

取腔长 L_c 分别为 $1.7 \mu\text{m}$ 与 $2.9 \mu\text{m}$ 的情况，所有腔为空气腔，当 θ 为 20° 时，将求得的反射系数 $r_1 \sim r_5$ 代入前面的群延迟计算公式(5)即可得到波长与群延迟的关系，如图 5 所示。

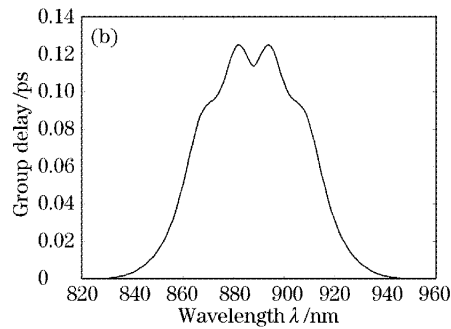


图 5 L_c 分别为(a) $1.7 \mu\text{m}$ 和(b) $2.9 \mu\text{m}$ 时群延迟示意图

Fig. 5 Group delay of Gires-Tournois with L_c as $1.7 \mu\text{m}$ (a) and $2.9 \mu\text{m}$ (b)

把图 5 与参考文献[15]计算结果图 6 比较，二者基本吻合。注意到纵轴数值并不相同，这是由于

仅仅求出群延迟以方便讨论，而参考文献[15]中使用公式 $s_x = \tau_g \nu_{gx}$ 计算出了平行光传播方向的位移 s_x ，其中 ν_{gx} 为平行传播方向的光速分量。如将本文计算所得群延迟代入位移公式，即可得到与图 6 相同的结果。

如图 7(a) 所示，随着腔长的增加，最大群延迟与腔长基本呈线性变化关系。这可以用群延迟的计算公式进行解释：

$$\tau_g = 2L \frac{\partial K}{\partial \omega}, \quad (8)$$

其中 K 为光传播方向波矢量值， ω 为角频率，从(8)式可以很明确的看出，群延迟与腔长呈线性关系，这也正验证了本文给出计算方法的准确性。不过大的群延迟是以牺牲线性范围为代价的。由图 7(b)中可以看出，随着腔长的增加，群延迟的增大，线性范围也随之降低，所以要根据实际需要选取适当腔长。

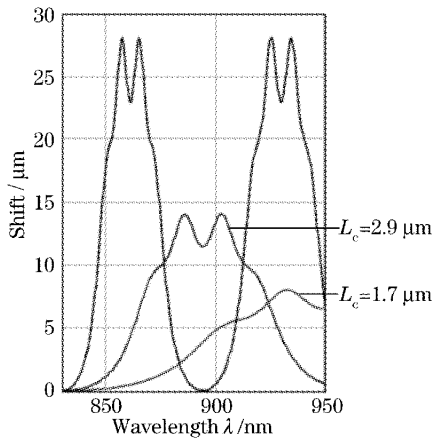


图 6 不同腔长下群延迟曲线示意图

Fig. 6 Group delay of Gires-Tournois with different cavity lengths

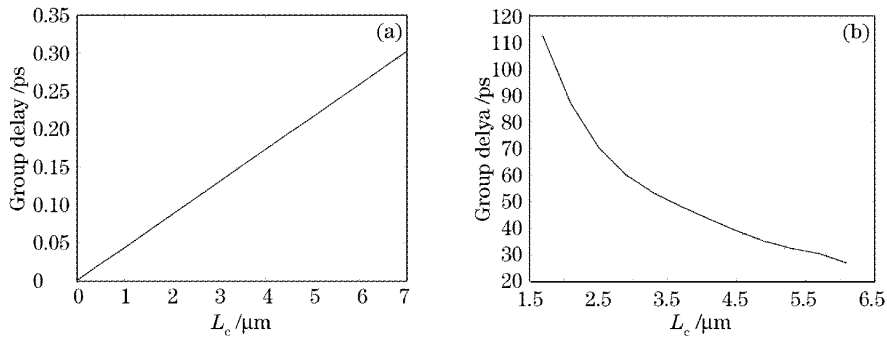


图 7 腔长与最大群延迟(a)和线性范围(b)关系示意图

Fig. 7 Relationship between cavity length and peak group delay (a) and linear region (b)

用全通滤波器的方法求得反射系数以后,不用再将反射系数转化为膜系,然后再代入薄膜传输矩阵进行群延迟求解,只要直接将反射系数代入本文算法,改变腔长与入射角,就可以很方便地得到设计的群延迟结果,找到需要的波长范围。此外还应注意,由于直接用一组理论计算的反射系数代替多层膜进行计算,忽略了位相变化带来的偏差;同时,实际镀制薄膜的反射系数与理论值也会存在一些误差,因此将本设计应用于实际薄膜结构时要考虑多方面影响因素,可以适当对各腔腔长等参量进行修正,以实现结果最优化。

4 结 论

提出了一种基于多镜理论计算群延迟的方法,可以直接将反射系数代入矩阵对群延迟进行求解,这对于我们不知道膜系结构而仅了解反射率相关特性时的情况是相当方便的。同时以设计四腔线性群延迟的级联 Gires-Tournois 滤波器为例进行了数值模拟,将这种计算方法与薄膜特征矩阵的结果进行了比较,验证了其可行性与正确性。最后分析了最大群延迟、线性范围及腔长之间的关系,给出了如何适当选择腔长的方向。

参 考 文 献

- Gu Guochang, Li Hongqiang, Chen Hongtao *et al.*. Properties of light propagation in 1-D periodic dielectric structure[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(6): 728~733 (in Chinese)
顾国昌,李宏强,陈洪涛等. 一维光子晶体材料中的光学传输特性[J]. *光学学报*, 2000, **20**(6): 728~733
- Zhu Zhihong, Ye Weimin, Yuan Xiaodong *et al.*. Study of transmission characteristics of 2-D photonic crystals by the finite-difference time-domain method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(5): 522~525 (in Chinese)
朱志宏,叶卫民,袁晓东等. 用时域有限差分法研究二维光子晶体传输特性[J]. *光学学报*, 2003, **23**(5): 522~525
- Song Junfeng, Chang Yuchun, Wang Haisong *et al.*. Transmission characteristic of photonic crystal waveguide[J]. *Chin. J. Lasers*, 2002, **A29**(8): 711~713 (in Chinese)
宋俊峰,常玉春,王海嵩等. 光子晶体光波导传输特性研究[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(8): 711~713
- Ouyang Zhengbiao, Zhu Jun, Li Jingzhen. Photonic bandgaps in photonic crystals with tapered periods at both ends[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(5): 612~615 (in Chinese)
欧阳征标,朱骏,李景镇. 两端有慢变结构的光子晶体的能带特性研究[J]. *光学学报*, 2002, **22**(5): 612~615
- Qin XiaoYun, Huang Biqin, Chen Haixing *et al.*. Wavelength demultiplexer using the spatial dispersion of repeated-period double-chirped structures[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(11): 3795~3799 (in Chinese)
秦小芸,黄弼勤,陈海星. 多周期双啁啾镜结构的空解波分复用器[J]. *物理学报*, 2004, **53**(11): 3795~3799
- Martina Gerken, David A. B. Miller. Multilayer thin film structures with high spatial dispersion[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(7): 1330~1344
- Macleod H A. *Thin-Film Optical Filters* [M]. Bristol: Adam Hilger Ltd, 1986. 158
- Sun Xuezheng, Chen Haixing, Gu Peifu. Characteristic analysis of multi-cavities Fabry-Perot interferometers with attenuation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(7): 970~975 (in Chinese)
孙雪铮,陈海星,顾培夫. 引入衰减的多腔法布里-珀罗滤波器的特性分析[J]. *光学学报*, 2005, **25**(7): 970~975
- Meng Yichao, Huang Zhaoming, Wang Lutang. Design and analysis of thin film optical all-pass filters[J]. *J. Optoelectronics • Laser*, 2002, **13**(9): 908~912 (in Chinese)
孟义朝,黄肇明,王陆唐. 薄膜干涉型光学全通滤波器的设计与分析[J]. *光电子·激光*, 2002, **13**(9): 908~912
- Markus Lang, Timo I. Laakso. Simple and robust method for the design of allpass filters using least-squares phase error criterion[J]. *IEEE Trans. Circ. and Syst. II*, 1994, **41**(40): 40~48
- Kannan Rajamani, Yhean-Sen Lai. A novel method for designing allpass digital filters[J]. *IEEE Signal Proc. Lett.*, 1999, **6**(208): 207~209
- Geng Xuan, Xie Zhiyuan. Improved digital all-pass filter design[J]. *J. North China Electric Power University*, 2004, **3**(89): 89~92 (in Chinese)
耿焯,谢志远. 一种数字全通滤波器的改进设计方法[J]. *华北电力大学学报*, 2004, **3**(89): 89~92
- Herman van de Stadt, Johan M. Muller. Multimirror Fabry-Perot interferometers[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1985, **2**(8): 1363~1370
- Eugene Hecht, Alfred Zajac. *Optics* [M]. Addison-Wesley Publishing Company, 1974. 91~93
- Martina Gerken. Wavelength multiplexing by spatial beam shifting in multilayer thin-film structures[doctor dissertation]. (Stanford University), 2003. 69~81