

文章编号: 0253-2239(2006)06-0903-6

# 电控径向双折射滤波器的横向超分辨 与轴向扩展焦深\*

王吉明<sup>1</sup> 刘立人<sup>1</sup> 云茂金<sup>2</sup> 赵 栋<sup>1</sup> 刘锡民<sup>1</sup> 郎海涛<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)  
(<sup>2</sup> 青岛大学理工学院物理系, 青岛 266071)

**摘要:** 提出利用电控径向双折射光瞳滤波器实现横向超分辨性能参量的调制与轴向扩展焦深。该光瞳滤波器由两个平行偏光镜, 一个电光晶体与一个径向对称双折射晶体组成。分析了电光晶体与径向双折射元件对光偏振态的空间调制作用, 通过控制电光晶体的相位延迟实现径向中心处初始偏振态的控制, 与径向双折射元件横向偏振态调制结合, 实现了庞加莱球上偏振态演变路径与阶段的控制, 从而对焦点附近偏振态进行空间调制以实现光强的重新分布。研究表明, 外加电场调制可以实现横向上超分辨性能的调控以及轴向上焦深的扩展, 并可得到相应的电光相位延迟范围。

**关键词:** 信息光学; 偏振态; 电光调制; 横向超分辨; 扩展焦深

中图分类号: TB851 文献标识码: A

## Transverse Superresolution and Axial Extended Focal Depth with Electrically Controlled Radial Birefringent Filter

Wang Jiming<sup>1</sup> Liu Liren<sup>1</sup> Yun Maojin<sup>2</sup> Zhao Dong<sup>1</sup> Liu Ximin<sup>1</sup> Lang Haitao<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)  
(<sup>2</sup> Department of Physics, College of Science and Technology, Qingdao University, Qingdao 266071)

**Abstract:** An electrically controllable radial birefringent pupil filter for modulation of transverse superresolution performance and axial extended focal depth is proposed. It consists of two parallel polarizers, an electro-optical crystal and a birefringent crystal with radial symmetry. The spatial modulation of the optical polarization state at the electro-optic crystal and the radial birefringent device is analyzed. The initial optical polarization state at the radial center is determined by the phase delay of the electro-optic crystal. Combined with the transverse polarization state modulation by the birefringent device, the control of the polarization state evolution path and the stage on the Poincaré sphere, and the redistribution of the optical intensity by spatially modulating the polarization state near the focus are realized. The control of transverse superresolution performance and the axial extended focal depth can be realized merely through the applied-voltage modulation, and the phase delay range can simultaneously be obtained.

**Key words:** information optics; polarization states; electro-optical modulation; transverse superresolution; extended focal depth

## 1 引 言

光学超分辨与轴向扩展焦深两种效应都被各自独立地进行了广泛深入的研究。应用超分辨光瞳滤波器是目前实现光学超分辨的主要方法, 超分辨光瞳滤波器主要有振幅型光瞳滤波器和相位型光瞳

滤波器, 近年来借助偏振效应来实现超分辨的方法受到广泛关注<sup>[1~6]</sup>。Sanyal 等将双折射透镜引入超分辨技术并提出了实现横向超分辨的条件<sup>[2,3]</sup>, A. I. Whiting 等则借助偏振效应, 利用共轴离焦的正交线偏振高斯光相互叠加, 获得了横向与轴向超分

\* 国家自然科学基金(60177016)和国家科技部重大基础研究专项基金(2002CCA03500)资助课题。

作者简介: 王吉明(1977~), 男, 山东人, 中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生, 主要从事晶体偏振光学与信息光学方面的研究。E-mail: jimingw@mail.siom.ac.cn

收稿日期: 2005-08-25; 收到修改稿日期: 2005-10-21

辨<sup>[4]</sup>,之后 Stewart 等验证了该理论的正确性<sup>[5]</sup>。同样利用偏振干涉效应,我们把由两个偏振器与一个圆对称的径向双折射元件组成的透射率连续变化的光瞳滤波器引入超分辨率技术,实现了系统的横向超分辨或轴向超分辨<sup>[6,7]</sup>。另一方面,扩展焦深在光盘存储、显微镜成像、光学校准及层析成像等应用领域研究相继展开<sup>[8~15]</sup>,通过偏振效应来获得扩展焦深的研究也受到关注,最近相继报道利用柱状矢量光束<sup>[11,12]</sup>、准双焦双折射透镜<sup>[13]</sup>与胶接双透镜<sup>[14,15]</sup>等来实现扩展焦深的研究。

本文提出一种电控径向双折射滤波器。该滤波器引入电光元件的调制性能,与径向双折射元件结合,基于空间偏振态调制与干涉,实现了横向超分辨性能参量的电光调制,同时还获得了轴向的扩展焦深。

## 2 光瞳滤波器及偏振态的演变

电控径向双折射滤波器结构如图 1。入射光为扩展后的平行光,沿光传播方向,依次是起偏镜 P1、电光晶体 B、径向双折射元件 L 及检偏镜 P2。其中起偏镜 P1 与检偏镜 P2 透光轴方向均沿  $x$  轴方向。为避免自然双折射的影响,电光晶体应根据其晶类采用横向电光调制(如 3 m 类晶体  $\text{LiNbO}_3$ )或纵向电光调制(如  $\bar{4}2$  类晶体 KDP)。以  $\text{LiNbO}_3$  晶体为

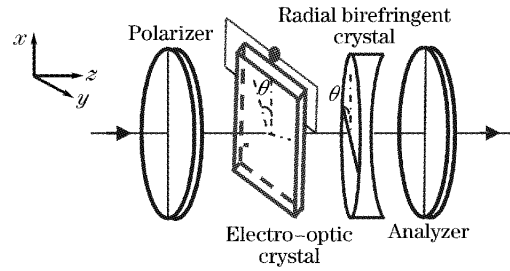


图 1 电控径向双折射滤波器结构图  
Fig. 1 Structure of electrically controlled radial birefringent filter

例,按照光轴沿光线传播方向放置,沿与光轴垂直平面内的两晶轴之一加电场。根据  $\text{LiNbO}_3$  的电光特性,光率体除要绕  $z$  轴在  $xy$  面内旋转外,还要绕  $x$  轴(或  $y$  轴)转动一个极其微小的角度,由于其非常微小(远小于  $1^\circ$ ),不影响分析,因而将其忽略。电致慢轴(S)与快轴(F)在横向截面内,随电场变化,电致双折射率变化但感应主轴方向并不发生变化。电致相位延迟为

$$\Gamma = kV, \tag{1}$$

$k = 2\pi n_o^3 \gamma_{22} l / (\lambda d)$  是电光调制系数, $l, d$  分别为光传播方向与电场方向上的晶体长度, $V$  为外加电场。电感应慢轴方向与径向双折射元件慢轴相同,均与  $x$  轴成夹角  $\theta$ 。

电光晶体 B 的琼斯矩阵为

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\Gamma}{2} + i \sin \frac{\Gamma}{2} \cos 2\theta & i \sin \frac{\Gamma}{2} \sin 2\theta \\ i \sin \frac{\Gamma}{2} \sin 2\theta & \cos \frac{\Gamma}{2} - i \sin \frac{\Gamma}{2} \cos 2\theta \end{bmatrix}, \tag{2}$$

径向双折射元件 L 为单轴晶体,琼斯矩阵为

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\delta(\rho)}{2} + i \sin \frac{\delta(\rho)}{2} \cos 2\theta & i \sin \frac{\delta(\rho)}{2} \sin 2\theta \\ i \sin \frac{\delta(\rho)}{2} \sin 2\theta & \cos \frac{\delta(\rho)}{2} - i \sin \frac{\delta(\rho)}{2} \cos 2\theta \end{bmatrix}, \tag{3}$$

式中  $\delta(\rho) = \frac{2\pi\Delta n}{\lambda} \left( d_0 + \frac{\rho^2}{2R} \right)$  为横向截面上半径  $\rho$  处两个偏振分量的相位差, $d_0$  是中心处厚度, $R$  是曲率半径。依然采取文献[6]中石英晶体的中心处半波延迟结构,中心与边缘  $\rho_0$  处两偏振分量的光程差之差为半个波长。入射波长  $\lambda = 10^{-3}$  mm 时,双折射率为  $\Delta n = 0.00873$ ,依据参量关系  $R = \frac{\Delta n \rho_0^2}{\lambda} + \frac{\lambda}{4\Delta n}$  得到参量结构  $d_0 = 5.673$  mm,  $d_{\rho_0} = 5.788$  mm 和  $R = 218.15$  mm。

不妨设入射平行光的光矢量

$$\mathbf{E}_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ A \exp(i\varphi) \end{bmatrix},$$

系统的透射光强为

$$\mathbf{E}_{out} = P2(0)L(\theta)B(\theta)P1(0)\mathbf{E}_{in}, \tag{4}$$

即

$$\mathbf{E}_{out} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\delta(\rho)}{2} + \Gamma + i \sin \frac{\delta(\rho)}{2} + \Gamma \cos 2\theta \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

光瞳函数为

$$P(\rho, \Gamma, \theta) = \cos \frac{\delta(\rho) + \Gamma}{2} + i \sin \frac{\delta(\rho) + \Gamma}{2} \cos 2\theta, \quad (6)$$

设定观察平面上径向与轴向坐标为

$$v = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha \sqrt{x^2 + y^2}, \quad u = \frac{2\pi}{\lambda} z \sin^2 \alpha, \quad (7)$$

其中  $\sin \alpha$  是系统数值孔径。横向与轴向的光强分布为

$$I_v(v, \theta, \Gamma) = \left| \int_0^{\rho_0} P(\rho, \theta, \Gamma) J_0(v\rho) \rho d\rho \right|^2, \quad (8)$$

$$I_u(u, \theta, \Gamma) = \left| \int_0^{\rho_0} P(\rho, \theta, \Gamma) \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho \right|^2,$$

相距焦点的离焦面上的光强分布为

$$I_{\Delta u}(v, \theta, \Gamma) = \left| \int_0^{\rho_0} P(\rho, \theta, \Gamma) J_0(v\rho) \exp\left(-\frac{i \Delta u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho \right|^2. \quad (9)$$

电光晶体的电光调制会引起该双折射滤波器的径向偏振态分布随外加电场的演变。图 2 给出了系统的偏振态演变图。入射光经起偏器后变为  $x$  轴方向上的线偏振光图 2(a), 然后经电光晶体与径向元件, 变为径向上偏振态分布随外加电场变化的出射光。图 2(b) 给出了庞加莱球上电光晶体与径向元件的调制偏振态作用。图中  $S_x, S_y, S_r, S_l$  分别为

$x, y$  方向上线偏振光和右旋、左旋圆偏振光,  $OS_\theta$  为电光晶体与径向元件在庞加莱球上的慢轴方向(其中电光晶体为电致慢轴方向), 与  $\theta=0$  时的慢轴  $OS_0$  轴成夹角  $2\theta$ ,  $C1, C2$  为过两极且分别与  $OS_\theta, OS_{\pi/4}$  共面的两大圆。庞加莱球上的慢轴  $OS_\theta$  决定了径向偏振态的演变路径为球上的圆  $C_\theta$ , 其中  $C_\theta$  是绕  $OS_\theta$  轴用左手法则旋转一周在球上得到的轨迹。电光晶体的电光相位延迟  $\Gamma$  决定圆  $C_\theta$  上的初始偏振态( $C_\theta$  上的 1), 径向元件决定偏振态在  $C_\theta$  上的演变阶段 1~5。若光经电光晶体后为一左旋斜椭圆偏振光, 则沿  $C_\theta$  偏振态演变依次是右旋斜椭圆偏振光 1, 右旋正椭圆偏振光 2( $C_\theta$  与  $C1$  交点), 右旋斜椭圆偏振光 3(长轴方向与 1 成夹角  $2\theta$ ), 线偏振光 4(偏振方向与  $x$  轴方向成夹角  $2\theta$ ), 左旋斜椭圆偏振光 5, 整个演变过程为连续的。图 2(c) 给出了径向平面内偏振态的分布, 其中 1~5 对应图 2(b) 中的 1~5。再经检偏镜后, 变为同一方向  $x$  上偏振、振幅和相位沿径向对称分布的线偏振光, 经透镜后在焦点附近发生偏振干涉。由于电光晶体可以实现对初始偏振态的外加电压控制, 与径向元件结合使用可实现偏振态演变路径与阶段的控制, 因而使得径向超分辨与轴向扩展焦深的电控制成为可能。

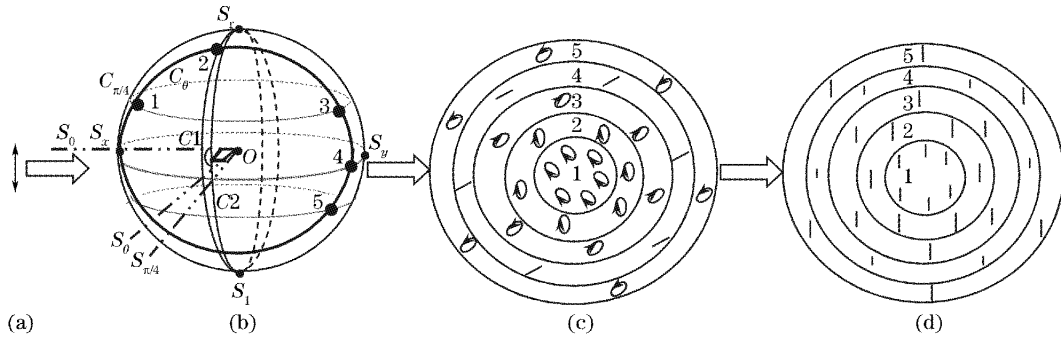


图 2 电控径向双折射滤波系统的偏振态演变

Fig. 2 Evolution of polarization states for electrically controlled radial birefringent filter

为对焦点附近光强分布随  $\Gamma$  的变化进行分析, 电光晶体与径向元件的方位角  $\theta$  必须设定。实现横向超分辨的径向元件的慢轴方位角为  $\theta = \pi/4$  或  $3\pi/4$ , 此处以  $\theta = \pi/4$  来进行分析。此时慢轴在庞加莱球上为

$OS_{\pi/4}$ , 偏振态演变路径为  $C_{\pi/4}$  (大圆  $S_x S_y S_r S_l$ )。

### 3 横向超分辨与轴向扩展焦深

当  $\theta = \pi/4$  时, 横向与轴向上光强分布为

$$I_v(v, \pi/4, \Gamma) = \left| \int_0^{\rho_0} \left[ \cos \frac{\delta(\rho)}{2} + \frac{\Gamma}{2} \right] J_0(v\rho) \rho d\rho \right|^2, \quad (10)$$

$$I_u(u, \pi/4, \Gamma) = \left| \int_0^{\rho_0} \left[ \cos \frac{\delta(\rho)}{2} + \frac{\Gamma}{2} \right] \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho \right|^2,$$

(9)式可以写成

$$I_{\Delta u}(v, \pi/4, \Gamma) = \left| \int_0^{\rho_0} \cos \left[ \frac{\delta(\rho)}{2} + \frac{\Gamma}{2} \right] J_0(v\rho) \exp \left( -\frac{i\Delta u \rho^2}{2} \right) \rho d\rho \right|^2. \quad (11)$$

(10)式和(11)式表明  $I_v$ 、 $I_u$  和  $I_{\Delta u}$  是电致相位延迟  $\Gamma$  的函数,电光晶体的引入实际上起到改变径向元件结构参量的作用,相当于沿中心向边缘的延迟量同时发生了变化。定义超分辨性能参量  $G$  为光瞳滤波器滤波后与未滤波的艾里斑衍射方式时系统的光强第一零点位置比,斯特雷尔比  $S$  为相应的有光瞳滤波器时和艾里斑衍射时系统的主瓣强度之比。根据(10)式,随外加电场变化,偏振态分布变化将会引起焦点附近光强的径向和轴向分布变化。图3是根据(10)式得出的横向超分辨因子  $G$  与  $S$  随  $\Gamma$  的变化,其中标出的不同  $\Gamma$  区域对应不同的横向光强分布特性区域,横向超分辨区 I ( $0 \leq \Gamma \leq \pi/2$ ) 与横向超分辨区 II ( $7\pi/4 \leq \Gamma \leq 2\pi$ ) 对应可以实现横向超分辨的区域。图4给出了相对应的横向与轴向光强分布特性,图4(a)~图4(d)分别对应横向超分辨区 I 与横向超分辨区 II 内的横向与轴向光强分布图,横向超分辨区 I 中取电光相位延迟  $\Gamma=0, \pi/12, \pi/6, \pi/4, \pi/3$  分析,  $G$  在 0.81~0.92 间变化,  $S$  在 0.4~0.75 间变化;横向超分辨区 II 内取  $\Gamma=7\pi/4,$

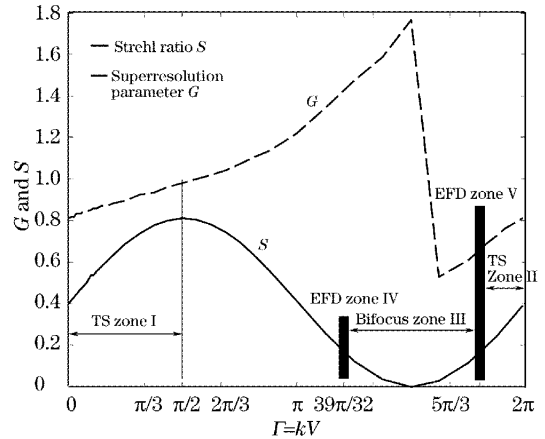


图3 横向超分辨因子  $G$  与  $S$  随电致相位延迟  $\Gamma$  的变化( $\theta=\pi/4$ )

Fig. 3 Transverse superresolution parameter  $G$  and  $S$  vary with electrically-induced phase delay  $\Gamma$  when  $\theta=\pi/4$   $11\pi/6, 46\pi/24, 2\pi$  分析,  $G$  在 0.66~0.81 间变化,  $S$  在 0.12~0.40 间变化,可以看出,两个区域内都实现了横向超分辨。从图4(d)可以看出轴向焦距会随  $\Gamma$  从  $2\pi$  到  $7\pi/4$  缓慢增大,实际上  $\Gamma=7\pi/4$  时已经

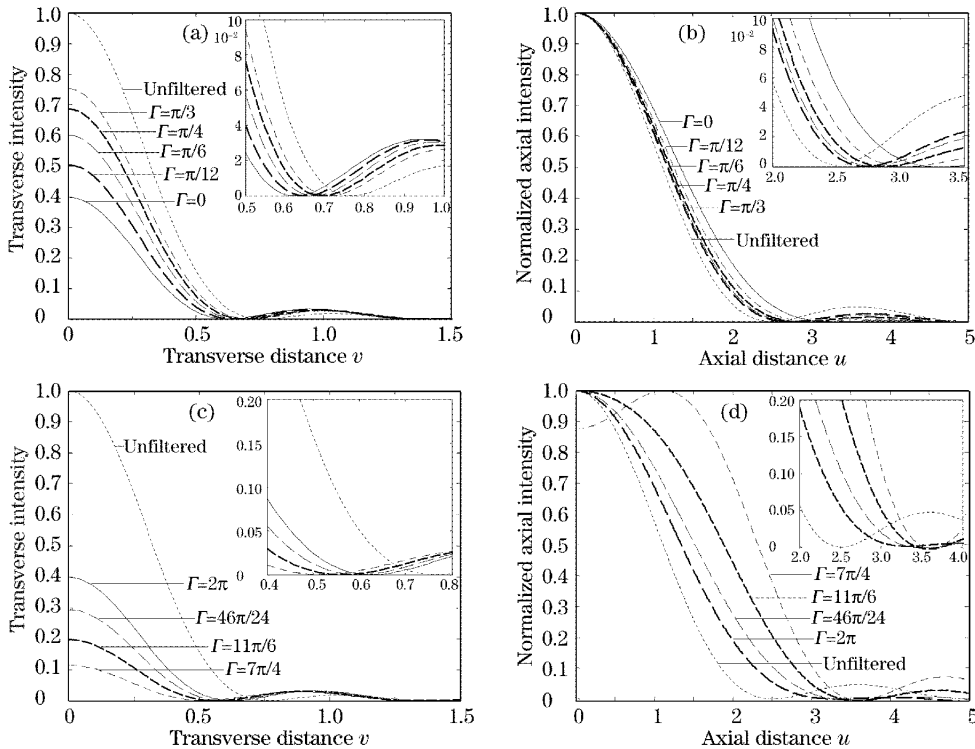


图4 横向与轴向光强分布随电致相位延迟  $\Gamma$  的变化( $\theta=\pi/4$ )

Fig. 4 Transverse and axial intensity distribution vary with electrically-induced phase delay  $\Gamma$  when  $\theta=\pi/4$

出现双焦点现象。在以上区域内可通过外加电场来调整横向光强分布特性,对  $G$  和  $S$  实现实时控制。

文献[13~15]提出当双折射透镜满足一定条件时才有可能获得大的焦深,一方面需要特殊的匹配条件,一方面需要极为严格的制作工艺,实际技术中很难实现。此处我们不改变已有径向双折射元件的结构,通过调整外加电场可获得扩展的焦深。如图 3 中  $\Gamma=39\pi/32$  附近扩展焦深区 IV 与  $\Gamma=58\pi/32$  附近扩展焦深区 V 两个区域实现了轴向扩展焦深。图 5(a)~图 5(d)分别对应两个区域内的轴向和横向的归一化

光强分布特性。若定义光强峰值变化量不超过 10% 的轴向距离为焦深<sup>[9]</sup>,可以看出在  $\Gamma=39\pi/32$  或  $58\pi/32$  时,扩展焦深约是艾里斑焦深的 2.60 倍;图 5(b)、图 5(d)是根据(11)式得出的焦深扩展后离焦面上的横向光强分布,其中离焦距分别取  $\Delta u=0, 0.5, 1.2$ ,可以看出,  $\Gamma=39\pi/32$  时不能实现横向超分辨,而在  $\Gamma=58\pi/32$  时,能够获得横向超分辨。因而,在  $\Gamma=58\pi/32$  时同时实现了轴向扩展焦深与横向超分辨。

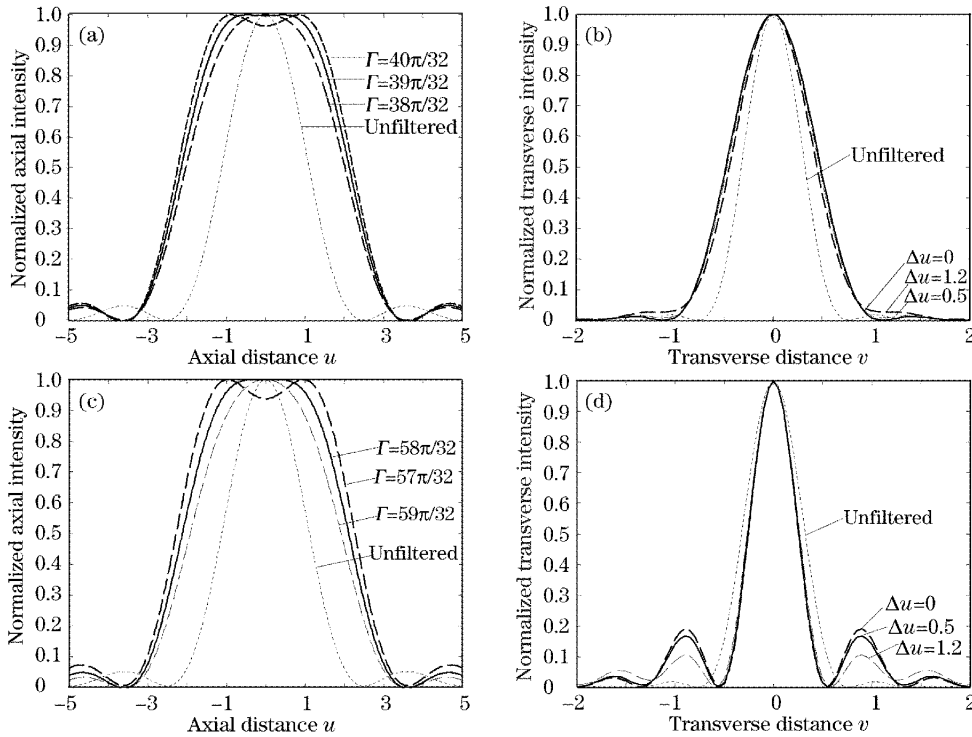


图 5 焦深随电致相位延迟  $\Gamma$  的变化与离焦面上横向光强的分布( $\theta=\pi/4$ )

Fig. 5 Variation of focal depth with the electrically induced phase delay  $\Gamma$  and the transverse intensity distribution on the defocusing plane

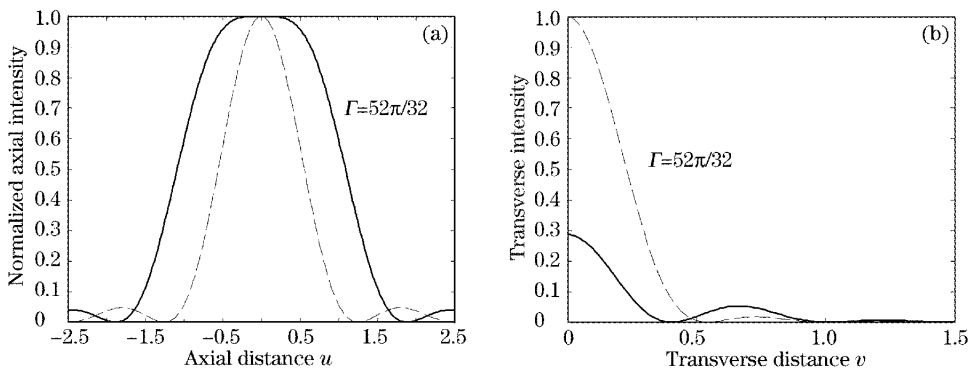


图 6 中心与边缘相位延迟相差  $2\pi$ ,  $\Gamma=52\pi/32$  时轴向焦深(a)与横向光强分布(b)

Fig. 6 Axial focal depth (a) and transverse intensity distribution (b) when  $\Gamma=52\pi/32$  and phase delay difference between center and edge of radial birefringent crystal is  $2\pi$

从以上分析可以看出,在横向超分辨区 I,横向超分辨区 II 和横向超分辨区 IV 区域内可实现横向超分辨,且在横向超分辨区 IV 区域内可同时实现轴向扩展焦深与横向超分辨。需要指出,由于存在偏振损耗,在取得扩展焦深时 $G=0.70$ , $S=0.19$ ,斯特雷尔比  $S$  较低,透射光强损失较大。如何在取得扩展焦深的同时能得到较大的斯特雷尔比,同径向双折射元件的本身结构有关,本文研究的是中心与边缘相位延迟差为  $\pi$  的结构。若延迟差不再为半个波长,随延迟差变大,相应的焦深会略有增大,斯特雷尔比  $S$  变大,但超分辨因子  $G$  同时也会变大。到达延迟差  $2\pi$  后,随延迟差进一步增大,相应的焦深变化不再明显,但  $S$  将会变小,同时  $G$  也会变小。图 6 给出中心与边缘相位延迟差为  $2\pi$ (光程差之差为  $\lambda$ ),电光相位延迟  $\Gamma=52\pi/32$  时,得到的扩展焦深与横向光强分布。扩展焦深约是相应艾里斑焦深的 2.80 倍,横向超分辨因子  $G=0.74$ , $S=0.29$ ,斯特雷尔比得到提高,但超分辨因子  $G$  同时增大。

#### 4 结 论

通过分析电控径向双折射滤波器的偏振态演变揭示了电光晶体的初始偏振态设定作用,偏振态演变的路径与阶段决定了系统焦点附近横向与轴向的光强分布特性。一方面,该系统可以实现横向超分辨性能的实时控制,另一方面,不改变径向双折射元件的本身结构,仅通过控制电光相位延迟,即可实现具有横向超分辨特性的轴向扩展焦深。由于其对横向超分辨性能参量的实时控制,并且通过外加电场控制可获得轴向的扩展焦深,因而提高了实用性,可用于超分辨或大焦深技术领域。

**致谢** 本文作者感谢与 Qiwen Zhan 教授的有益讨论。

#### 参 考 文 献

- 1 Colin J. R. Sheppard and amarjyoti choudhury. annular pupils, radial polarization, and superresolution[J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(22): 4322~4327
- 2 S. Sanyal, A. Ghosh. Imaging characteristics of birefringence lenses under focused and defocused condition[J]. *Optik*, 1999, **110**(11): 513~520
- 3 K. Bhattacharya, A. K. Chakraborty, A. Ghosh. Simulation of effects of phase and amplitude coatings on the lens aperture with polarization masks[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(2): 586~592
- 4 Andrew I. Whiting, Ayman F. Abouraddy, Bahaa E. A. Saleh *et al.*. Polarization-assisted transverse and axial optical superresolution[J]. *Opt. Exp.*, 2003, **11**(5): 1714~1723
- 5 Jason B. Stewart, Bahaa E. A. Saleh, Malvin C. Teich *et al.*. Experimental demonstration of polarization-assisted transverse and axial optical superresolution[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **241**: 315~319
- 6 Maojin Yun, Liren Liu, Jianfeng Sun *et al.*. Transverse or axial superresolution with radial birefringent filter[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2004, **21**(10): 1869~1874
- 7 Yun Maojin, Liu Liren, Sun Jianfeng *et al.*. Research on superresolution of radial birefringent filter[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(1): 131~135 (in Chinese)  
云茂金,刘立人,孙建锋等. 径向双折射滤波器的超分辨性能研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(1): 131~135
- 8 Wang Haifeng, Chen Zhongyu, Gan Fuxi. Use of superresolution apodizer to increase the focal depth of HD-DVD[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(10): 1260~1263 (in Chinese)  
王海凤,陈仲裕,干福熹. 用相移光阑延长高密度数字化视频光盘物镜焦深的研究[J]. *光学学报*, 2001, **21**(10): 1260~1263
- 9 Haifeng Wang, Fuxi Gan. High focal depth with a pure-phase apodizer[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(31): 5658~5662
- 10 Asheesh Divetiaa, Tsung-Hsi Hsieh, Jun Zhang *et al.*. Dynamically focused optical coherence tomography for endoscopic applications[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **86**(3): 103902-1~3
- 11 Qiwen Zhan, James R. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Opt. Exp.*, 2002, **10**(7): 324~331
- 12 Qiwen Zhan, James R. Leger. Microellipsometer with radial symmetry[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(22): 4630~4637
- 13 S. Sanyal, A. Ghosh. High focal depth with a quasi-bifocus birefringent lens[J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(14): 2321~2325
- 14 Xiping Liu, Xianyang Cai, Shoude Chang *et al.*. Bifocal optical system for distant object tracking depth[J]. *Opt. Exp.*, 2005, **13**(1): 136~141
- 15 Xiping Liu, Xianyang Cai, Shoude Chang *et al.*. Cemented doublet lens with an extended focal depth[J]. *Opt. Exp.*, 2005, **13**(2): 552~557