

文章编号: 0253-2239(2006)05-0657-6

基于二代 curvelet 变换的图像融合研究*

李晖晖 郭雷 刘航

(西北工业大学 自动化学院, 西安 710072)

摘要: 曲波(Curvelet)作为一种新的多尺度分析方法比小波更加适合分析二维图像中的曲线或直线状边缘特征,而且具有更高的逼近精度和更好的稀疏表达能力。将 curvelet 变换引入图像融合,能够更好地提取原始图像的特征,为融合图像提供更多的信息。第二代 curvelet 理论的提出也使得其理论更易理解和实现。因此,提出了一种基于第二代 curvelet 变换的图像融合方法,首先将图像进行 curvelet 变换,然后在相应尺度上利用融合规则将 curvelet 系数融合,最后进行重构得到融合结果。对多聚焦图像进行了实验,采用均方误差、偏差指数和相关系数对融合结果进行了客观评价,并与基于小波变换的融合进行了比较,实验结果表明该方法除分解 2 层时与小波性能相当,取其他分解层数时均获得更好的融合效果。

关键词: 图像处理; 图像融合; curvelet 变换; ridgelet 变换; 多聚焦图像

中图分类号: TP391 文献标识码: A

Research on Image Fusion Based on the Second Generation Curvelet Transform

Li Huihui Guo Lei Liu Hang

(College of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xian 710072)

Abstract: Curvelet, as a new multiscale analysis algorithm, is more appropriate for the analysis of the image edges such as curve and line characteristics than wavelet, and it has better approximation precision and sparsity description. When the curvelet transform is introduced to image fusion, the characteristics of original images are taken better and more information for fusion is obtained. The proposal of the second generation curvelet theory makes it understood and implemented more easily. Then the second generation curvelet transform based image fusion method is proposed. Firstly, the source images are decomposed using curvelet transform, then the curvelet coefficients are fused with the fusion regular in the corresponding scales, and finally the fused coefficients are reconstructed to obtain fusion results. Multi-focus images are taken as experimental data, mean square error, difference coefficient, correlation coefficient are used to evaluate the results, and comparison with results based on wavelet transform is also carried out. The results show that when decomposition level is 2, this method gets fusion result of similar quality with wavelet, but for other decomposition levels this method gets much better fusion results than wavelet.

Key words: image processing; image fusion; curvelet transform; ridgelet transform; multi-focus image

1 引 言

小波变换作为一种图像多尺度几何分析工具,具有良好的空域和频域的局域性,在图像融合领域得到了广泛的应用^[1~5]。但是,小波分析的优势在于反映信号的点奇异性,即反映奇异点的位置和特征,而对二维图像中的边缘如各种曲线或直线状特征等更高维的奇异性,小波则难以表达其特征。因此,需要有比小波更优的或者说“更稀疏”的函数表示方法,以充

分利用图像的几何特性。E. J. Candes 和 D. L. Donoho 于 1999 年提出曲波(Curvelet)变换理论^[6],也就是第一代 curvelet,该理论由 ridgelet 理论^[7~9]衍生而来,是由一种特殊的滤波过程和多尺度 ridgelet 变换组合而成的。与小波变换不同,除了尺度和位移参量,curvelet 还增加了一个方向参量,因此具有更好的方向辨识能力。而由一维小波张成的可分离小波只具有有限的方向,是各向同性的,无法精确地表达

* 国家自然科学基金(60175001)资助课题。

作者简介: 李晖晖(1974~),女,四川峨嵋人,西北工业大学博士研究生,主要从事智能信息处理与模式识别、图像融合等方面的研究。E-mail: lihuih66@hotmail.com

收稿日期: 2005-08-26; 收到修改稿日期: 2005-11-17

边缘的方向。这也正是在基于小波的一系列处理方法,如图像压缩、图像去噪以及图像融合等应用中,均不可避免地在图像边缘和细节位置引入一定程度模糊的原因所在。因此,curvelet 对图像的边缘,如曲线、直线等几何特征的表达更加优于小波。但是,第一代 curvelet 的数字实现比较复杂,需要子带分解、平滑分块、正规化和 ridgelet 分析等一系列步骤,而且 curvelet 金字塔的分解也带来了巨大的数据冗余量,因此 E. J. Candes 等又提出了实现更简单、更便于理解的快速 curvelet 变换算法,即第二代 curvelet^[10,11]。

本文提出了一种基于第二代 curvelet 的图像融合方法,利用 curvelet 对图像几何特征更优的表达能力有效地提取原始图像的特征,为融合图像提供更多的信息。实验采用了多聚焦图像。实验结果表明,该方法优于基于小波变换的融合方法。

2 第二代 curvelet 变换理论

第二代 curvelet 与第一代 curvelet 在构造上已经完全不同,第一代 curvelet 的构造思想是通过足够小的分块将曲线近似到每个分块中的直线来看待,然后利用局部的 ridgelet 分析其特性。而二代的 curvelet 和 ridgelet 理论并没有关系,实现过程也无需用到 ridgelet,二者之间的相同点仅在于紧支撑,框架等抽象的数学意义。

2.1 连续 curvelet 变换

以下定义均在二维空间 R^2 中, x 为空间位置参量, ω 为频率域参量, r, θ 为频率域下的极坐标。

定义 1^[11]:假设存在平滑、非负、实值的“半径窗” $W(r)$ 和“角窗” $V(t)$,且满足容许性条件:

$$\sum_{j=-\infty}^{\infty} W^2(2^j r) = 1, \quad r \in (3/4, 3/2) \quad (1)$$

$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} V^2(t-l) = 1, \quad l \in (-1/2, 1/2) \quad (2)$$

对所有尺度 $j \geq j_0$,定义傅里叶频域的频率窗为

$$U_j(r, \theta) = 2^{-3j/4} W(2^{-j} r) V\left(\frac{2^{\lfloor j/2 \rfloor} \theta}{2\pi}\right), \quad (3)$$

$\lfloor j/2 \rfloor$ 表示 $j/2$ 的整数部分。

由定义 1 可知, U_j 为极坐标下的一种“楔形”窗,如图 1 所示。

定义 2^[11]:根据定义 1,令 mother curvelet 为 $\varphi_j(x)$,其傅里叶变换 $\hat{\varphi}_j(\omega) = U_j(\omega)$,则在尺度 2^{-j} 上的所有 curvelet 都可用 φ_j 旋转和平移得到。引入相同间隔的旋转角序列 $\theta_l = 2\pi \times 2^{-\lfloor j/2 \rfloor} \times l$, $l=0, 1, \dots, 0 \leq \theta_l < 2\pi$,和位移参量系列 $k = (k_1, k_2) \in$

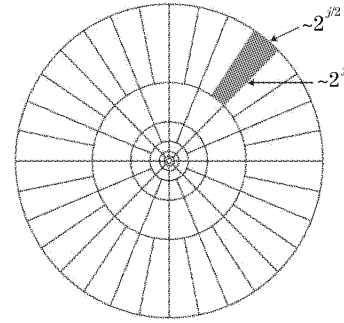


图 1 Curvelet 频率空间区域分块图,阴影部分表示一个楔形窗,为 curvelet 的支撑区间

Fig.1 Curvelet tiling of space of frequency, the shaded area represents one of generic wedges, curvelets are supported near such the wedge

Z^2 , 定义尺度为 2^{-j} , 方向角为 θ_l , 位置为 $x_k^{(j,D)} = R_{\theta_l}^{-1}(k_1 \times 2^{-j}, k_2 \times 2^{-j/2})$ 的 curvelet 为

$$\varphi_{j,l,k}(x) = \varphi_j[R_{\theta_l}(x - x_k^{(j,D)})], \quad (4)$$

其中 R_{θ} 表示以 θ 为弧度的旋转。

定义 3^[11]:由定义 1,2,curvelet 变换定义为

$$c(j, l, k) = \langle f, \varphi_{j,l,k} \rangle = \int_{R^2} f(x) \overline{\varphi_{j,l,k}(x)} dx, \quad (5)$$

频率域的 curvelet 变换定义为

$$c(i, l, k) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(\omega) \overline{\hat{\varphi}_{j,l,k}(\omega)} d\omega = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \hat{f}(\omega) U_j(R_{\theta_l} \omega) \exp[i\langle x_k^{(j,D)}, \omega \rangle] d\omega, \quad (6)$$

与小波理论一样,curvelet 也包括粗尺度和精细尺度下的成份。

定义 4^[11]:引入低通窗口 W_0 ,且满足

$$|W_0(r)|^2 + \sum_{j \geq 0} |W(2^{-j} r)|^2 = 1, \quad (7)$$

对于 $k_1, k_2 \in Z$,定义粗尺度下的 curvelet 为

$$\begin{cases} \varphi_{j_0,k}(x) = \varphi_{j_0}(x - 2^{-j_0} k), \\ \hat{\varphi}_{j_0}(\omega) = 2^{-j_0} W_0(2^{-j_0} |\omega|), \end{cases} \quad (8)$$

可见,粗尺度下的 curvelet 不具有方向性。因此整个 curvelet 变换是由精细尺度下的方向元素 $(\varphi_{j,l,k})_{j \geq j_0, l, k}$ 和粗尺度下各向同性的小波 $(\varphi_{j_0,k})_k$ 组成的。图 1 给出了这种结构的组成方式。

2.2 离散 curvelet 变换

连续域中频率窗 U_j 将频域光滑地分成角度不同的环形,这种分割并不适合图像的二维笛卡儿坐标系,因此,采用同中心的方块区域 \tilde{U}_j 来代替,如图 2 所示。

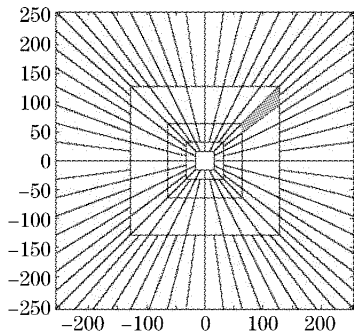


图 2 离散 curvelet 频率空间区域分块图

Fig. 2 Disperse curvelet tiling of space of frequency
定义 5^[11]: 定义笛卡儿坐标系下的局部窗为

$$\tilde{U}_j(\omega) = \tilde{W}_j(\omega)V_j(\omega), \quad (9)$$

其中,

$$\begin{cases} \tilde{W}_j(\omega) = \sqrt{\Phi_{j+1}^2(\omega) - \Phi_j^2(\omega)}, & j \geq 0 \\ V_j(\omega) = V(2^{\lceil j/2 \rceil} \omega_2 / \omega_1), \end{cases} \quad (10)$$

Φ 被定义为一维低通窗口的内积:

$$\Phi_j(\omega_1, \omega_2) = \phi(2^{-j}\omega_1)\phi(2^{-j}\omega_2), \quad (11)$$

引入相同间隔的斜率 $\tan \theta_l = l \times 2^{\lceil -j/2 \rceil}$, $l = -2^{\lceil -j/2 \rceil}, \dots, 2^{\lceil -j/2 \rceil} - 1$, 则

$$\tilde{U}_{j,l}(\omega) = \tilde{W}_j(\omega)V_j(S_{\theta_l}\omega), \quad (12)$$

其中, 剪切矩阵 $S_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\tan \theta & 1 \end{bmatrix}$, 则离散 curvelet 定义为

$$\tilde{\varphi}_{j,l,k}(x) = 2^{3j/4} \tilde{\varphi}_j[S_{\theta_l}^T(x - S_{\theta_l}^T b)], \quad (13)$$

b 取离散值($k_1 \times 2^{-j}, k_2 \times 2^{-j/2}$)

离散 curvelet 变换定义为

$$c(j, k, l) = \int \hat{f}(\omega) \tilde{U}_j(S_{\theta_l}^{-1}\omega) \exp[i(S_{\theta_l}^{-T}b, \omega)] d\omega, \quad (14)$$

由于剪切的块 $S_{\theta_l}^{-T}(k_1 \times 2^{-j}, k_2 \times 2^{-j/2})$ 不是标准的矩形, 因此不能运用快速傅里叶算法, 将上式重新写为

$$c(j, k, l) = \int \hat{f}(\omega) \tilde{U}_j(S_{\theta_l}^{-1}\omega) \exp[i(b, S_{\theta_l}^{-1}\omega)] d\omega = \int \hat{f}(S_{\theta_l}\omega) \tilde{U}_j(\omega) \exp[i(b, \omega)] d\omega, \quad (15)$$

此时就可以利用局部傅里叶基变换实现。具体实现步骤参见文献[11]。

3 基于 curvelet 的图像融合

基于 curvelet 变换的图像融合意义在于: curvelet 继承了小波分析优良的空域和频域局部特性, 是又一个新的图像多尺度几何分析工具, 其相对于小波的优势在于更加适合描述图像的几何特征, 因此也更适合图像处理应用。原因在于: 小波是采用“块基”(block base)来逼近 C^2 (二次连续可微) 的奇异点, 是各向同性的, 并没有考虑奇异点的几何形状; 而 curvelet 采用“楔形基”来逼近 C^2 的奇异点, 与小波最大的差异就是其具有任意角度的方向性, 不像小波只具有水平、垂直、 45° 角三个方向, 所以是各向异性的。在楔形分块中, 只有当逼近基与奇异性特征重叠, 即其方向与奇异性特征的几何形状匹配时, 才具有较大的 curvelet 系数^[10]。此外, curvelet 较之小波具有更好的稀疏表达能力, 它能将图像的边缘, 如曲线、直线特征用较少的大的 curvelet 变换系数表示, 克服了小波变换中传播重要特征到多个尺度上的缺点, 变换后能量更加集中, 更利于跟踪和分析图像的重要特征。因此, 将 curvelet 变换引入图像融合, 可以利用 curvelet 分析更好地提取原始图像的特征, 为融合图像提供更多的信息。

以两幅图像的基于 curvelet 变换的融合为例, 融合基本步骤为:

1) 对两幅源图像分别进行 curvelet 变换, 得到不同分辨率层次下的 curvelet 系数, 包括粗尺度和

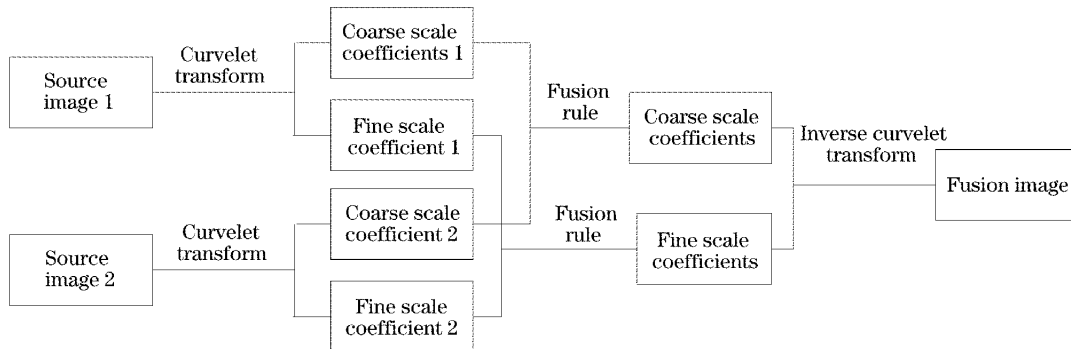


图 3 基于 curvelet 变换的图像融合流程图

Fig. 3 Curvelet-based image fusion process

多层细尺度的系数;

2) 根据融合应用目的的不同对不同尺度层采用不同的融合规则进行融合处理,最终得到融合后的各层 curvelet 系数;

3) 对融合后的各层 curvelet 系数进行 curvelet 逆变换(即进行图像重构),所得到的重构图像即为融合图像。

图 3 给出了基于 curvelet 变换的融合流程图。

4 实 验

实验图像采用了常用的闹钟(clock)图像,大小为 256×256 像素,256 级灰度。图 4(a)聚焦在右边的大闹钟上,大闹钟清晰,小闹钟模糊;图 4(b)聚焦在左边的小闹钟上,小闹钟清晰,大闹钟模糊。通过

剪贴方式获得的两个闹钟都清晰的原始清晰图像如图 4(c)所示。基于正交离散小波分解(Mallat 算法)的融合结果如图 4(d)。基于冗余小波分解(\acute{a} trous 算法)的融合结果如图 4(e)。基于不同分解层数的 curvelet 变换的融合结果如图 4(f)~图 4(i)。为了使融合结果的比较更具有有一般性,基于小波变换的融合方法均采用常用的融合形式:小波分解的层数取 3 层(之所以取 3 层是因为分解大于 3 层后层数对融合效果的影响已经很小),小波融合的规则为低频系数取平均,高频系数取绝对值最大的规则。curvelet 融合的规则与小波融合相同:粗尺度采用平均方法,细尺度采用模值绝对值大的规则(采用模值是因为 curvelet 系数为复数)。所有融合方法中的小波基均采用 Db4 小波。

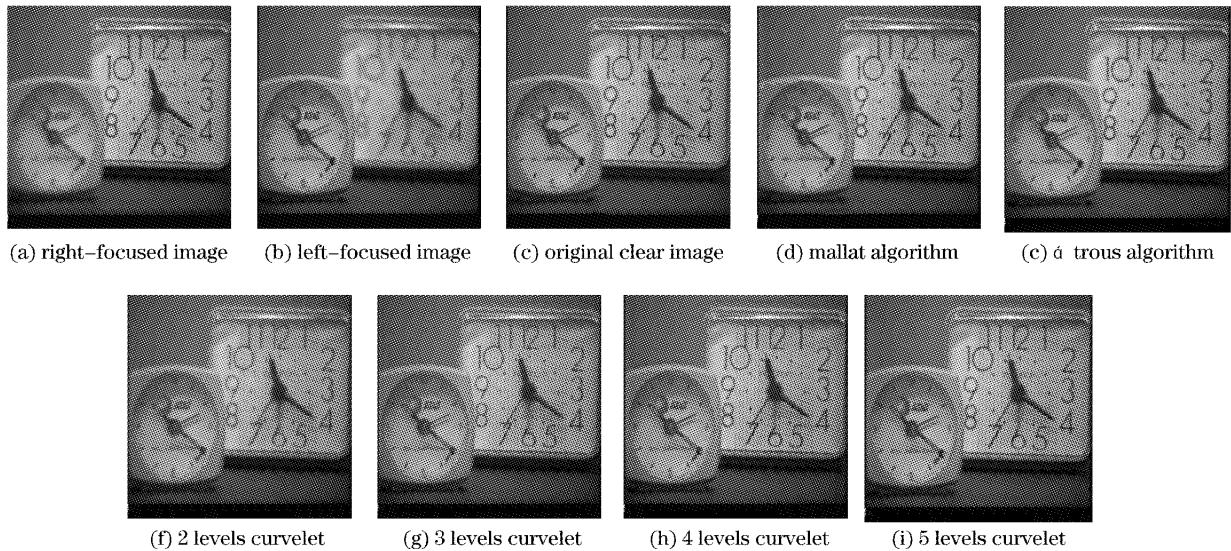


图 4 原始图像和不同融合方法下的结果

Fig. 4 Original images and fusion results with different methods

从融合结果可以看出,基于小波变换的融合方法虽然也得到了大钟和小钟都比较清晰的图像,但是在一些边缘处出现了明显的模糊现象,特别是采用 Mallat 算法的融合结果更为明显。从图 5 的边缘放大图像可以很清楚地看出这一现象,而基于 curvelet 变换的融合则能得到清晰的边缘。如前所述,这正是由于小波是各向同性的,无法精确表达具有方向的边缘特征所导致。因此,基于 curvelet 的图像融合取得了更好的融合效果。

另外从图 3 可以看出,不同尺度层数的分解对 curvelet 融合结果有较大的影响,当层数较少,如 2、3 层时,得到的融合结果仍有比较模糊、扭曲的现象存在,随着分解层数的增加,模糊、扭曲现象逐渐消失,图像越来越清晰,这主要是因为如果分解层数太

少,则图像在细尺度下的细节信息不能得到有效的提取,因而也无法更好地保留到融合结果中。但是,分解层数也没有必要取得过大,因为,随着分解层数的增加,图像粗尺度下的概貌信息会发生一定程度的重叠,导致融合时可能会引入失真,此外,带来的计算量也随之增加,因此,应该根据具体的应用以及图像的像素尺寸大小选择合适的分解层数。由于受图像像素大小限制,本实验最高分解到 5 层,从视觉效果来看,4、5 层分解的融合效果大致相当。

由于可以通过剪贴的方法获得标准原始图像,即理想图像,可以采用以下评价参量:

1) 均方误差 E_{MSE} (mean square error) 融合图像 F 与理想图像 R 的均方误差为

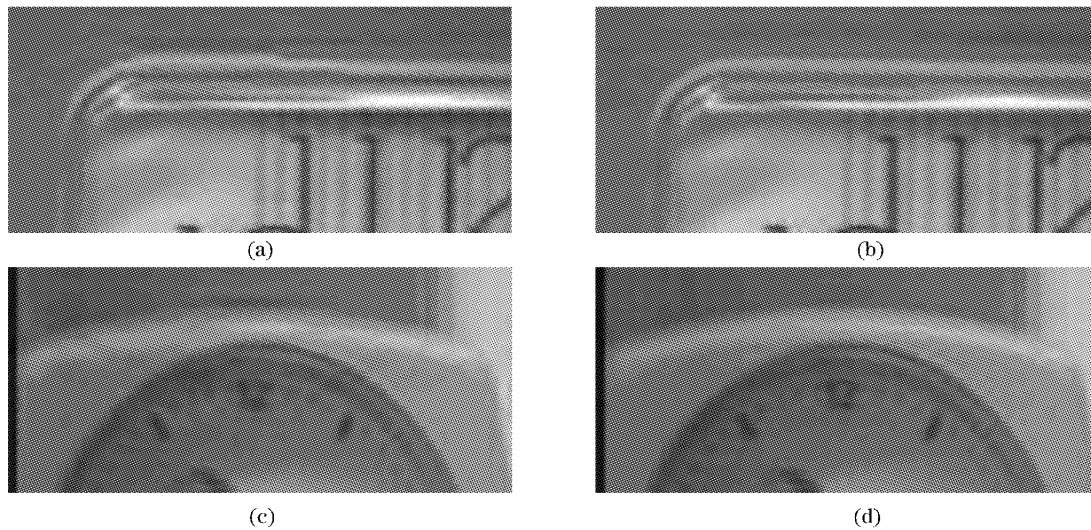


图 5 两个闹钟边缘的放大区域比较 [(a)、(c)为采用 Mallat 算法, (b)、(d)为采用 curvelet 分解 5 层算法]
Fig. 5 Comparison of magnified region of the two clock edges [(a), (c) are with Mallat algorithm, (b), (d) are with 5 levels curvelet]

$$E_{MSE} = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [R(i, j) - F(i, j)]^2, \quad (16)$$

式中 M 和 N 分别为图像的宽度和高度, $F(i, j)$ 是融合结果图像在坐标 (i, j) 处的像素值, $R(i, j)$ 是原始清晰图像在坐标 (i, j) 处的像素值。均方误差反映了融合图像与理想图像的平均差异。均方误差越小, 说明融合图像对理想图像的平均差异越小, 对原始图像的信息保留得越好, 融合效果越好, 反之, 则融合效果越差。

2) 偏差指数 d_{DC} (difference coefficient) 由融合

图像 F 和理想图像 R 经下式计算

$$d_{DC} = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \frac{|R(i, j) - F(i, j)|}{R(i, j)}, \quad (17)$$

用来表示融合图像和理想图像的偏离程度。偏差指数越小, 说明两幅图像越接近, 边缘细节信息保持得越好。

3) 相关系数 C_{CC} (correlation coefficient) 反映了两幅图像的相关程度, 两幅图像的相关系数越接近于 1, 表示图像的接近度越好。定义为

$$C_{CC} = \frac{\sum_{i,j} \{A(i, j) - \bar{A}\} \times [B(i, j) - \bar{B}]}{\sqrt{\sum_{i,j} \{[A(i, j) - \bar{A}]^2\} \sum_{i,j} \{[B(i, j) - \bar{B}]^2\}}}, \quad (18)$$

其中, A 和 B 分别两幅图像的灰度值; \bar{A} 和 \bar{B} 分别其均值。

上述各种融合算法的实验结果如表 1 所示。

表 1 融合结果性能评价

Table 1 Performance of fusion results

	Mallat	\acute{a} trous	Curvelet 2	Curvelet 3	Curvelet 4	Curvelet 5
E_{MSE}	59.123	49.001	55.529	41.261	39.817	43.197
d_{DC}	0.283	0.226	0.286	0.253	0.204	0.175
C_{CC}	0.989	0.991	0.988	0.992	0.993	0.992

从表 1 的客观评价测度值可以看出, 三种指标的变换趋势是大致相同的, 综合三种指标来看, Mallat 算法和 curvelet 分解两层的算法得到了相当的效果, 在所有算法中效果最差; 除了 curvelet 分解两层的方法不如 \acute{a} trous 方法以外, 其它所有的 curvelet 融合方法均好于小波 Mallat 方法和 \acute{a}

trous 方法; 其中, curvelet 分解 4 层的方法均方误差最小, 相关系数最高, 偏差指数相对也较小, 表明与标准清晰图像的差异最小, 信息保留的最好。这与前面对分解层数的分析也是一致的。因此, 基于 curvelet 的方法较之小波能够更好地保留各幅原始图像的有用信息。

5 结 论

本文提出了一种基于第二代 curvelet 变换的图像融合方法。Curvelet 变换理论就是针对小波对高维奇异性特征,如线、面奇异性表达能力的不足而提出的,由于加入了方向参量,对描述图像的边缘特征具有更好的方向辨识能力,其“稀疏”表达能力能够使变换后能量更加集中,更利于分析和跟踪图像的重要特征。因此,将 curvelet 变换引入图像融合,可以更好地提取原始图像的特征,为融合提供更多的信息。而且第二代 curvelet 变换比第一代的 curvelet 变换实现更简单、更便于理解。实验结果表明 curvelet 变换作为一种新的图像多尺度几何分析工具在图像融合领域有着潜在的应用前景。

参 考 文 献

- 1 Liu Bin, Peng Jiaxiong. Image fusion based on non-separable orthogonal compact supported wavelet[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(9): 1214~1218 (in Chinese)
刘 斌,彭嘉雄. 具有紧支撑正交非张量积小波的图像融合[J]. *光学学报*, 2004, **24**(9): 1214~1218
- 2 Wu Yan, Yang Wanhai, Li Ming. Image fusion based on wavelet decomposition and evolutionary strategy[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 671~676 (in Chinese)
吴 艳,杨万海,李 明. 基于小波分解和进化策略的图像融合方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6): 671~676
- 3 Li Ming, Wu Yan, Wu Shunjun. Multiple feature data fusion method in color texture analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(12): 1617~1622 (in Chinese)
李 明,吴 艳,吴顺君. 彩色纹理分析中的多特征数据融合方法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(12): 1617~1622
- 4 Liu Guixi, Yang Wanhai. A multiscale contrast-pyramid-based image fusion scheme and its performance evaluation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(11): 1336~1342 (in Chinese)
刘贵喜,杨万海. 基于多尺度对比度塔的图像融合方法及性能评价[J]. *光学学报*, 2001, **21**(11): 1336~1342
- 5 Liu Weihua, Zhou Lihua. Image fusion on wavelet probability statistic[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(1): 101~104 (in Chinese)
刘卫华,周利华. 基于小波概率估计德图像融合方法研究[J]. *光子学报*, 2004, **33**(1): 101~104
- 6 E. J. Candes, D. L. Donoho. Curvelets-A surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges[C]. In: C. Rabut A. Cohen, L. L. Schumaker. *Curves and Surfaces*. Nashville, TN; Vanderbilt University Press, 2000. 105~120
- 7 E. J. Candes. *Ridgelets: Theory and Applications* [D]. Department of Statistics, Stanford University, 1998. 23~38
- 8 E. J. Candes. *Monoscale Ridgelets for the Representation of Images with Edges* [R]. Department of Statistics, Stanford University, Stanford, CA, 1999. 1~26
- 9 D. L. Donoho, A. G. Flesia. Digital Ridgelet Transform Based on True Ridge Functions[C]. In: J. Stoeckler, G. V. Welland. *Beyond Wavelets*. Pittsburgh, PA, USA; Academic Press, 2002. 1~33
- 10 E. J. Candes, D. L. Donoho. New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with C^2 singularities [J]. *Commun. on Pure and Appl. Math.*, 2004, **57**(2): 219~266
- 11 E. J. Candes, L. Demanet, D. L. Donoho et al.. Fast Discrete Curvelet Transforms [R]. *Applied and Computational Mathematics*. California Institute of Technology, 2005. 1~43