

文章编号: 0253-2239(2006)05-0763-4

等束腰宽度超短脉冲光束传输的脉冲修正方法*

刘海英^{1,2} 陆大全^{1,2} 王新爱^{1,2} 胡巍^{1,2} 张涛^{1,2}

(¹ 华南师范大学光子信息技术广东省高校重点实验室, 广州 510006)
(² 华南师范大学信息光电子科技学院传输光学实验室, 广州 510006)

摘要: 利用角谱分析和傅里叶变换的方法, 得到一种描述几个周期的等束腰宽度脉冲光束传输的脉冲修正方法。以准单色光束传输的结果为出发点, 通过对准单色光束的解进行泰勒级数展开, 得到了一种相对简单的修正方法, 可以精确的描述具有任意时间波形和横向光束分布的不短于一个周期的超短脉冲光束的传输行为。给出等束腰宽度超短脉冲的近似解, 具体研究高斯脉冲光束的传输特性, 分析几种不同的频谱对脉冲光束传输行为的影响。

关键词: 物理光学; 超短脉冲光束; 脉冲修正; 高斯脉冲光束

中图分类号: O438.2 文献标识码: A

Free-Propagation Corection of Few-Cycle Pulsed Beam with Constant Beam Waist

Liu Haiying^{1,2} Lu Daquan^{1,2} Wang Xin'ai^{1,2} Hu Wei Zhang Tao^{1,2}

(¹ Laboratory of Photonic Information Technology, South China Normal University, Guangzhou 510006)
(² Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510006)

Abstract: By use of the angular-spectrum analysis and the Fourier transform method, a correction method is obtained to describe the propagation of few-cycle pulsed beam with constant beam waist. The correspondingly simple approach, which is developed by a Taylor expansion of the known quasi-monochromatic light-beam solution, can be used to describe the propagation of few-cycle laser pulses with arbitrary temporal envelope and transversal profiles. The approximation solution of Gaussian pulsed beam with constant beam waist is obtained, propagation characteristics of the Gaussian pulsed beam are investigated in detail, and effects of some different spectra on pulse propagation are analyzed.

Key words: physical optics; beam of ultrashort pulse; pulse correction; Gaussian pulsed beam

1 引 言

近年来,随着超短脉冲产生和压缩技术的快速发展,实验中已经能够产生几个周期甚至亚周期的超短脉冲^[1~3]。超短脉冲在自由空间、线性、非线性介质或者光学系统传输中出现的许多新现象,已经引起了人们的广泛兴趣^[4~14]。特别是超短脉冲光束在自由空间中的传输问题,不论在理论还是实验上都取得了很大的进展。和准单色光束相比,超短脉冲光束由于时间和空间部分的相互耦合,产生了一系列新的传输效应,包括脉冲极化反转^[6]、时间微分效应^[7]、脉冲展宽、脉冲时间延迟、脉冲光束边缘红移^[12,13]和空间诱导群速度色散^[14]等等。

在研究超短脉冲光束时,一般分为两种情况:等衍射脉冲光束和等束腰宽度脉冲光束。第一种情况下,所有脉冲光束的频谱成分具有相同的瑞利距离(衍射长度),这种情况下比较容易得到解析解。例如:高斯脉冲光束^[12],具有非正弦振荡解的脉冲光束^[13]等都已经详细研究过。在第二种情况下,所有脉冲光束的频谱成分具有相同的光束束腰宽度,在传输中脉冲光束中各频谱成分衍射快慢不一样,由于其数学上的复杂性,所以很难得到傍轴波动方程的解析解^[15~18]。在研究等束腰宽度脉冲光束时,最常用的方法是利用数值模拟方法^[17]或者在远场近似下求解^[5,15,16]。Porras^[19,20]首先提出利用脉冲修

* 国家自然科学基金(60278013)、广东省自然科学基金(20003061)、教育部霍英东教育基金会(81058)和国家 863 计划(863-804-5)部分资助课题。

作者简介: 刘海英(1979~),女,华南师范大学硕士研究生,主要从事超短脉冲激光传输的研究。

E-mail: doublehying@vip.163.com

收稿日期: 2005-03-28; 收到修改稿日期: 2005-08-12

正方法来求解等束腰宽度脉冲光束,通过在时间域上对准单色光束解进行展开得到的脉冲光束的级数修正解。本文提出了一种新的脉冲修正方法。考虑到超短脉冲的频谱分布相对于中心频率变化比很小,所以我们在频谱域对准单色波进行级数展开,从而得到几个周期的超短脉冲修正解。

2 等束腰宽度的脉冲光束的近似解

在自由空间中,假设线性偏振光场 $E(\mathbf{r}, z, t)$ 沿着 z 轴传输,其传输波动方程:

$$\nabla_{\perp}^2 E - \frac{1}{c^2} \partial_t^2 E = 0, \quad (1)$$

式中 $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$ 是横向坐标系, c 是光速。引入传输坐标系 $\tau = t - z/c, \zeta = z$, (1) 式化为

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + \partial_{\zeta}^2 - \frac{2}{c} \partial_{\zeta}^2 \right] E = 0, \quad (2)$$

式中 $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ 是横向的拉普拉斯算符。对于傍轴光束, $|\partial_{\zeta} E| = (1/c) |\partial_t E|$, 所以

$$\nabla_{\perp}^2 E - \frac{2}{c} \partial_{\zeta}^2 E = 0. \quad (3)$$

现在我们考虑脉冲光束的持续时间大于一个光学振荡周期的情况,这时脉冲光束可以写成一个载波频率 ω_0 和一个波包 Ψ 的形式^[21,22], $E = \Psi(\mathbf{r}, \zeta, \tau) \exp(-i\omega_0 \tau)$, 这里, $\omega_0 = 2\pi/T_0, T_0$ 是在中心频率处的振荡周期。于是得到包络方程:

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \partial_{\zeta} \left(1 + \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \right) \right] \Psi = 0, \quad (4)$$

式中 $k_0 = \omega_0/c$ 。在方程中 $\frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \Psi$ 代表脉冲光束的时空耦合, 对于光滑的脉冲包络, $\left| \frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \Psi \right| \sim$

$\frac{1}{2\pi M} |\Psi|, M = \Delta t/T_0, \Delta t$ 是脉冲持续时间。当脉冲

光束的持续时间大于一个光学振荡周期时, $\frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \Psi$

比很小,可以看成微扰项。所以我们可以将时空耦合项作为对准单色光束的修正。

对(4)式作傅里叶变换,得到在频率域中频谱包络满足的方程:

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \left(1 + \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right) \partial_{\zeta} \right] \tilde{\Psi} = 0, \quad (5)$$

这里

$$\tilde{\Psi}(\mathbf{r}, \zeta, \omega - \omega_0) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(\mathbf{r}, \zeta, \tau) \exp[i(\omega - \omega_0)\tau] d\tau. \quad (6)$$

应用角谱公式,(5)式的解写为

$$\tilde{\Psi} = \iint_{-\infty}^{\infty} A(\mathbf{k}_{\perp}, 0, \omega - \omega_0) \exp \left[\frac{\mathbf{k}_{\perp}}{2ik_0} \frac{1}{1 + (\omega - \omega_0)/\omega_0} \zeta + i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r} \right] d^2 \mathbf{k}_{\perp}, \quad (7)$$

这里 $\mathbf{k}_{\perp} = k_x \mathbf{e}_x + k_y \mathbf{e}_y, A(\mathbf{k}_{\perp}, 0, \omega - \omega_0)$ 是光束的空间角谱分布,即 $\tilde{\Psi}$ 对空间的傅里叶变换:

$$A(\mathbf{k}_{\perp}, 0, \omega - \omega_0) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{\Psi}(\mathbf{r}, 0, \omega - \omega_0) \exp(-i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r}) d^2 \mathbf{r}.$$

对于等束腰宽度的脉冲光束,在束腰处($\zeta = 0$)的光束分布 $\tilde{\Psi}(\mathbf{r}, 0, \omega - \omega_0)$ 与频率无关,所以 $A(\mathbf{k}_{\perp}, 0, \omega - \omega_0)$ 也与频率无关,以下记作 A_0 。

当光束是准单色波时, $(\omega - \omega_0)/\omega_0 \approx 0$, (7) 式化为

$$\tilde{\Psi}^{(0)} = \iint_{-\infty}^{\infty} A_0 \exp \left(\frac{\mathbf{k}_{\perp}}{2ik_0} \zeta + i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r} \right) d^2 \mathbf{k}_{\perp}, \quad (8)$$

(8)式就是单色光束的傍轴方程

$$\left[\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \partial_{\zeta} \right] \tilde{\Psi}^{(0)} = 0. \quad (9)$$

的解。对准单色光束的研究已经很成熟,也已经得到了很多解析解,如高斯光束、厄米-高斯光束、拉盖尔-高斯光束等等。正如上面已经提到的,我们可以把时空耦合项作为对准单色波解的修正,所以以下均假定准单色波 $\Psi^{(0)}$ 的解析解是已知的。

首先考虑对于几个光学周期的脉冲,其光谱分布仍然满足 $(\omega - \omega_0)/\omega_0 < 1$ 。例如对于单周期的超短脉冲, $\Delta\omega/\omega_0 : 1/2\pi$ 。于是(7)式等价于

$$\tilde{\Psi} = \iint_{-\infty}^{\infty} A_0 \exp \left\{ \frac{\mathbf{k}_{\perp}}{2ik_0} \zeta \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} \left(-\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^m \right] + i\mathbf{k}_{\perp} \cdot \mathbf{r} \right\} d^2 \mathbf{k}_{\perp}. \quad (10)$$

假定准单色波 $\Psi^{(0)}$ 的解析解已知,由(8)式、(10)式以及傍轴条件,利用泰勒公式 $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} x^n$, 脉冲光束在频率域的解重新写为

$$\tilde{\Psi} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\frac{-\xi}{2ik_0} \nabla_{\perp}^2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(-\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} \right)^m \right]^n \tilde{\Psi}^{(0)}, \quad (11)$$

应用反傅里叶变换,在时间域的脉冲修正解为

$$\Psi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\frac{-\xi}{2ik_0} \nabla_{\perp}^2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(-\frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \right)^m \right]^n \Psi^{(0)}. \quad (12)$$

在实际应用中,考虑到修正的准确性,修正近似解 Ψ 可以通过有限项级数求解,并利用(9)式,得

$$\Psi^{(N)} = \sum_{n=0}^N \frac{1}{n!} \left[\xi \partial_{\xi} \sum_{m=1}^{N-n+1} \left(-\frac{i}{\omega_0} \partial_{\tau} \right)^m \right]^n \Psi^{(0)}, \quad (13)$$

这里 $\Psi^{(N)}$ 是脉冲光束的第 N 阶修正解。

(13) 式是几个周期的等束腰宽度脉冲光束的近似解。我们注意到, (13) 式满足边界条件: $\Psi^{(N)}|_{\xi=0} = \Psi^{(0)}|_{\xi=0}$, 且零阶的解 $\Psi^{(0)} = f(\tau)g(r, \xi)$ 是准单色光束的傍轴方程 $[\nabla_{\perp}^2 + 2ik_0 \partial_{\xi}] \Psi = 0$ 的解。从这里看出脉冲光束中不同频率的光具有相同的束腰宽度, 所以我们得到的解是等束腰宽度脉冲光束的近似解。

在研究几个周期的等束腰宽度脉冲光束时, 我们得到的近似解(13)式可以用来描述具有任意时间包络和横向光束分布的几个周期的超短脉冲光束, 只要准单色光束解可以写出来, 就可以方便的得到脉冲光束的近似解, 因为(13)式的零阶单色光束解只包含基本的微分算符。本文提出的脉冲修正方法与 Porras 的方法不同, 但都可以适用于在描述任意时间波形和任意横向光束分布的几个周期超短脉冲传输。在下面的分析可以看出, 两种方法得到的解析表达式是类似的, 其中一阶、二阶的修正解是一样的, 而高阶修正解的表达式有差别, 三阶修正解已经比 Porras 的更加精确, 我们得到的近似解可以更加精确的描述超短脉冲在自由空间中的传输。

3 超短高斯脉冲光束

下面我们以前超短高斯脉冲光束为例, 则零阶单色光束解写为

$$\Psi^{(0)} = f(\tau) \frac{-iz_R}{q} \exp\left(\frac{i\omega_0 r^2}{2cq}\right), \quad (14)$$

这里 $f(\tau)$ 是高斯光束的任意脉冲形式, $q = \xi - iz_R$ 是 q 参量, $z_R = k_0 a_0^2 / 2$ 是载波中心频率 ω_0 处的瑞利距离, 这里瑞利距离 z_R 与频率 ω 有关, a_0 是束腰宽度, 与频率 ω 无关。

则我们可以由(13)式得到高斯脉冲光束的一阶修正解:

$$\Psi^{(1)} = \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} \right) \Psi^{(0)}, \quad (15)$$

二阶修正解:

$$\Psi^{(2)} = \left(1 - \frac{i}{\omega_0} \frac{\partial^2}{\partial \tau \partial \xi} - \frac{\xi}{\omega_0} \frac{\partial^3}{\partial \tau^2 \partial \xi} - \frac{1}{2} \frac{\xi^2}{\omega_0^2} \frac{\partial^4}{\partial \tau^2 \partial \xi^2} \right) \Psi^{(0)}. \quad (16)$$

我们假设高斯脉冲 $f(\tau) = \exp(-\tau^2/\Delta t^2)$, 来研究了二阶修正场 $E = \Psi^{(2)} \exp(-i\omega_0 \tau)$ 。图 1 画出了高斯脉冲光束在远场和近场之间瑞利距离 $z = z_R$ 平面处的零阶和二阶修正解的瞬时强度。在 $z = z_R$ 截面处, 参量取 $\lambda = 1 \mu\text{m}$, $a_0 = 100\lambda$, $\Delta t = T_0$ 。为了检验修正解的准确解, 我们通过应用快速傅里叶变换(FFT)数值模拟方法, 画出了(7)式的准确解(circle)。通过图 1 零阶和二阶修正解和准确解比较可以看出, 得到的二阶修正解已经很接近于准确解。

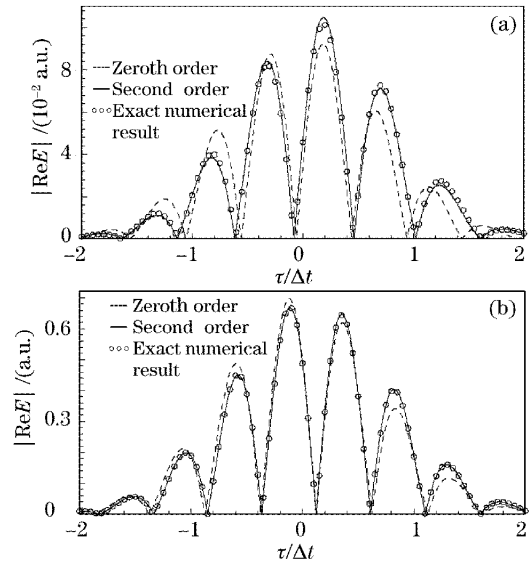


图 1 在 $\xi = z_R$, 光场 $E = \Psi \exp(-i\omega_0 \tau)$ 的实部瞬时强度分布。(a) $r = 2a_0$, (b) $r = 0$

Fig. 1 Temporal distribution of the real part of the field $E = \Psi \exp(-i\omega_0 \tau)$ at $\xi = z_R$. (a) $r = 2a_0$, (b) $r = 0$

下面我们再来看在传输中不同光谱分布对衍射的影响。我们研究了具有下面三种脉冲形状^[12,13]的高斯光束的衍射:

$$\begin{cases} f^{(a)} = -i\Delta t / (\tau - i\Delta t), \\ f^{(b)}(\tau) = i\Delta t / (\tau + i\Delta t), \\ f^{(c)}(\tau) = \exp(-\tau^2/\Delta t^2). \end{cases} \quad (17)$$

图 2 给出了具有三种脉冲形状的高斯光束的场强的衍射情况。由图 2 观察到不同的脉冲形式可能会

产生不同的现象,诱导脉冲是 $f^{(a)}(\tau)$ 时的光束展宽比是 $f^{(c)}(\tau)$ 时的光束展宽小,相反,诱导脉冲是 $f^{(b)}(\tau)$ 时的光束展宽比是 $f^{(c)}(\tau)$ 时的光束展宽大。

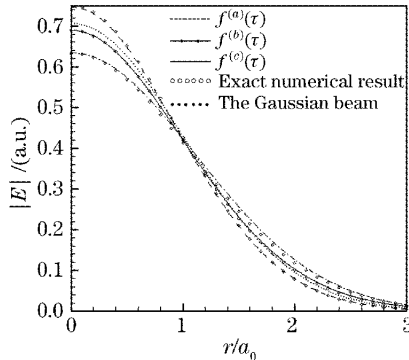


图 2 在 $\xi = z_R$, 光场 $E = \Psi \exp(-i\omega_0 \tau)$ 的横向强度分布

Fig. 2 Transverse distribution of the amplitude of the field $E = \Psi \exp(-i\omega_0 \tau)$ at $\zeta = z_R$

这种现象可以由衍射理论来解释,我们注意到

以上(15)式提到的三种脉冲的频谱分别是

$$\begin{cases} \tilde{f}^{(a)} = \sqrt{2\pi} \Delta t \exp[-\Delta t(\omega - \omega_0)] \theta(\omega - \omega_0), \\ \tilde{f}^{(b)} = \sqrt{2\pi} \Delta t \exp[\Delta t(\omega - \omega_0)] \theta(\omega - \omega_0), \\ \tilde{f}^{(c)} = \frac{\Delta t}{\sqrt{2}} \exp[-\Delta t^2(\omega - \omega_0)^2/4], \end{cases} \quad (18)$$

这里 $\theta(\omega - \omega_0)$ 是亥维赛阶跃函数。从(16)式可以看出, $\tilde{f}^{(a)}$ 和 $\tilde{f}^{(b)}$ 的频谱分别只包含高于 ω_0 的部分和低于 ω_0 的部分,和等于 $2\omega_0$,而 $\tilde{f}^{(c)}$ 既包含有高于 ω_0 部分也包含有低于 ω_0 部分。因为 $\tilde{f}^{(a)}$ 只包含高于 ω_0 部分的部分,所以瑞利距离大于中心频率 ω_0 处的瑞利距离,而 $\tilde{f}^{(c)}$ 的瑞利距离接近中心频率 ω_0 处的瑞利距离(实线),故 $\tilde{f}^{(a)}$ 衍射慢一些;反之 $\tilde{f}^{(b)}$ 只包含低于 ω_0 的部分则衍射快一些。另一方面,衍射导致了低频比高频偏移轴向更快。因此脉冲形状是 $\tilde{f}^{(a)}$ 时的光束展宽比是 $\tilde{f}^{(c)}$ 时的光束展宽小,诱导脉冲是 $\tilde{f}^{(b)}$ 时正好相反。

4 结 论

本文在角谱分析的方法和傅里叶变换理论基础上,对于具有任意脉冲时间波包和横向光束分布的几个周期的等束腰宽度超短脉冲光束,提出了一种新的分析方法,这种方法是将对准单色波进行修正。通过研究超短高斯脉冲光束为例,我们观察分析了不同的脉冲形式具有不同的衍射性质。这种对时空耦合性质的分析是以角谱性质为基础的,通过对二阶修正解和数值模拟得到的准确解的比较,可以看出我们得到的二阶修正解已经很接近于准确解,并

且该方法对于研究几个周期的等束腰宽度的超短脉冲光束更加简便。

参 考 文 献

- 1 Andreas Stingl, Christian Spielmann, Ferenc Krausz *et al.*. Generation of 11-fs pulses from a Ti:sapphire laser without the use of prisms[J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(3): 204~206
- 2 D. H. Auston, K. P. Cheung, J. A. Valdmanis *et al.*. Cherenkov radiation from femtosecond optical pulses in electro-optic media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **53**(16): 1555~1558
- 3 A. E. Kaplan, P. L. Shkolnikov. Electromagnetic "bubbles" and shock Waves; unipolar, nonoscillating EM solitons [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(12): 2316~2319
- 4 Yang Zhenjun, Hu Wei, Zheng Yizhou *et al.*. The ultrashort pulsed elegant Hermite-Gaussian beams[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(11): 1571~1576 (in Chinese)
杨振军,胡巍,郑一周等.超短脉冲复宗量厄米高斯光束[J]. *光学学报*, 2004, **24**(11): 1571~1576
- 5 Zhijun Liu, Baida Lü. Spatiotemporal behavior of ultrashort pulses in the far field[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **206**(5): 13~18
- 6 Simin Feng, Herbert G. Winful, Robert W. Hellwarth. Guoy shift and temporal reshaping of focused single-cycle electromagnetic pulses[J]. *Opt. Lett.*, 1998, **23**(5): 385~387
- 7 A. E. Kaplan. Diffraction-induced transformation of near-cycle and subcycle pulses[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1998, **15**(3): 951~955
- 8 Lu Daquan, Hu Wei, Zheng Yizhou *et al.*. The influence of vectorial effects in the non-paraxial propagation of ultrashort pulsed beam in free space[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(1): 52~56 (in Chinese)
陆大全,胡巍,郑一周等.矢量效应对超短脉冲光束非傍轴传输的影响[J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 52~56
- 9 Zhongyang Wang, Zhengquan Zhang, Zhizhan Xu *et al.*. Space-time profiles of an ultrashort pulsed Gaussian beam[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1997, **33**(4): 566~573
- 10 Wen Shengchun, Qian Liejia, Fan Dianyuan. Generation of ultrashort light bullets in dispersive Kerr media using the fourth-order dispersion-dependent spatiotemporal instability[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2003, **20**(6): 845~847
- 11 Daquan Lu, Wei Hu, Yizhou Zheng *et al.*. Propagation of pulsed beam beyond theparaxial approximation in free space[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **228**(10): 217~223
- 12 Miguel A. Porras. Ultrashort pulsed Gaussian light beams[J]. *Phys. Rev. E*, 1998, **58**(1): 1086~1093
- 13 Miguel A. Porras. Nonsinusoidal few-cycle pulsed light beams in free space[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1999, **16**(9): 1468~1074
- 14 Wei Hu, Hong Guo. Ultrashort pulsed Bessel beams and spatially induced group-velocity dispersion[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(1): 49~53
- 15 Govind P. Agrawal. Far-field diffraction of pulsed optical beams in dispersive media[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **167**(8): 15~22
- 16 Zhongyang Wang, Zhenquan Zhang, Zhizhan Xu *et al.*. Spectral and temporal properties of ultrashort light pulse in the far zone [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **123**(1): 5~10
- 17 Govind P. Agrawal. Spectrum-induced changes in diffraction of pulsed optical beams[J]. *Opt. Commun.*, 1998, **157**(12): 52~56
- 18 C. J. R. Sheppard, Xiaosong Gan. Free-space propagation of femtosecond light pulses[J]. *Opt. Commun.*, 1997, **133**(1): 1~6
- 19 Miguel A. Porras. Pulse correction to monochromatic light-beam propagation[J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(1): 44~46
- 20 Miguel A. Porras. Diffraction effects in few-cycle optical pulses [J]. *Phys. Rev. E*, 2002, **65**(2): 026606
- 21 Thomas Brabec, Ferenc Krausz. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(17): 3282~3285
- 22 Thomas Brabec, Ferenc Krausz. Intense few-cycle laser fields; Frontiers of nonlinear optics [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2000, **72**(2): 545~591