

文章编号: 0253-2239(2006)05-0647-5

水中气泡上的体散射函数的模拟与计算*

李 微¹ 杨克成^{1*} 张晓晖² 夏 珉¹ 雷选华² 刘启忠²

(¹ 华中科技大学 激光技术国家重点实验室, 武汉 430074
² 中国人民解放军海军工程大学 505 教研室, 武汉 430074)

摘要: 基于几何光学的基本原理,推导出一种可以计算水中大尺度气泡上光散射角度与强度的关系式。推导中避免引入衰减因子 G ,较 Davis 模型更为简单。该模型可应用于光在水中单个气泡上散射的数值计算。最后,模拟计算了平行光束入射水中气泡的体散射函数曲线,发现水中气泡的前向散射远大于后向散射;当气泡半径在远大于光波波长的前提下变化时,气泡上散射光强分布规律与气泡半径无关;而介质相对折射率的增大会削弱前向散射而增强后向散射光强。

关键词: 应用光学; 散射特性; 几何光学; 气泡; 水体

中图分类号: O435 文献标识码: A

Simulation and Computation of Bubbles Volume Scattering Function in Water

Li Wei¹ Yang Kecheng¹ Zhang Xiaohui² Xia Min¹ Lei Xuanhua² Liu Qizhong²

(¹ State Key Laboratory of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074
² Teaching and Research Section 505, Navy University of Engineering, The Chinese People's Liberation Army, Wuhan 430074)

Abstract: An equation for calculating relation of the incident angle and the scattering intensity from a large scale air bubble in water is derived based on the principle of geometrical optics. By neglecting the attenuation factor G , the formula is much simpler than the Davis model. One application of the model is to calculate the angular distribution of the scattering light by a single air bubble. The volume scattering function is simulated with the collimated light incident on the air bubble. It is found that the forward scattering is far greater than the backward scattering. As long as the bubble radius is much larger than the wavelength of light, the angular distribution of the scattering light is not influenced by the change of bubble radius. However, the increase of relative refraction index weakens the forward scattering while strengthens the backward scattering on the bubble surface.

Key word: applied optics; scattering characteristics; geometrical optics; bubble; water

1 引 言

光在介质中传输时,会与介质中的悬浮粒子发生碰撞而产生散射。气泡是水体中的一种重要散射粒子。不同生物或物体,如鱼群,船只等,所产生的气泡特性不同。通过检测经过大量气泡散射后激光散射光的光学特性参量,可以判断海洋中气泡的尺寸、形状、种类、运动方向、运动速度,以及相应物体的位置和运动轨迹^[1]。因此作为气泡光学特性检测的首要步骤,建立激光在气泡上散射的数学模型具有重要的

现实意义。光在水中气泡中上的散射,是海洋光学中一个重要的研究方向。海水中存在着大量的气泡,它们的直径大多超过 $200 \mu\text{m}$ ^[2],远大于可见光波长 ($0.4 \sim 0.7 \mu\text{m}$)^[3],可采用几何光学的方法研究水中气泡光散射特性,建立适当模型,得到其光强分布规律。1955年,George E. Davis 应用几何光学方法建立了 Davis 模型^[4],将同一位置出射的光线有效光强(乘以几何衰减因子 G 以后的光强)叠加得到远场散射光强。其核心是求解衰减函数 G 。

* 国家 973 计划资助课题。

作者简介: 李 微(1981~),湖北武汉人,华中科技大学激光技术国家重点实验室硕士研究生,主要从事光电子学方面的研究。

** 通信联系人。E-mail: kcyang@hust.edu.cn

收稿日期: 2005-06-03; 收到修改稿日期: 2005-07-17

本文利用几何光学方法,研究平行入射光束在大尺寸气泡上的散射特性。并在计算机上进行光强仿真计算,得到单个气泡的光体散射函数。计算得出气泡上散射光的角度分布趋势与 Davis 计算结果吻合。本文所有计算均只针对出射光强进行,避免采用衰减因子,得到的公式物理意义明确,容易理解,形式简单,易于利用计算机进行计算。

2 水中气泡光散射模型的物理描述

设气泡为理想球体,介质均匀,几何形状完全对称。当气泡的尺寸比入射光波长大多时,可忽略衍射和干涉现象,以及水对光的吸收作用^[5]。

图 1 绘制出平行光束中单根光线在气泡内折射反射光路图。设入射光平行于 x 轴(极轴)入射,入射光线距 x 轴的距离为 d ,气泡半径为 R ,水的折射率为 n_2 ,空气折射率为 n_1 。入射光强设为 I_1 。定义第 n 次折反射面(a_n 面):折反射面法线方向与 x 轴夹角为 x_n ,出射光线与 x 轴正向的夹角 r_n 。则光线从气泡内到气泡外,由出射点(R, x_n)和出射方向角 r_n 可唯一确定出射光线。

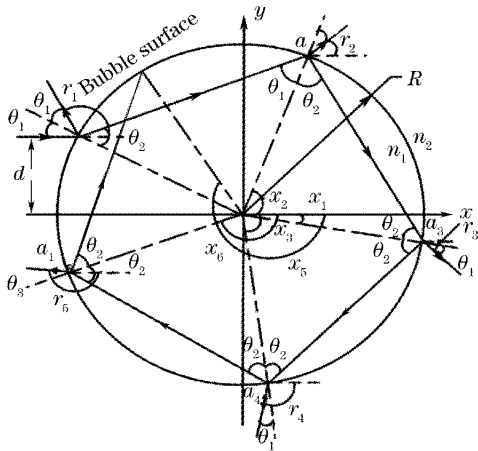


图 1 单根入射光线在气泡上反射折射示意图
Fig. 1 Reflection and refraction of components of a single incident ray on bubble

3 光在气泡上的体散射函数

3.1 光在水中气泡上散射的数学模型

从 a_1 面开始,反复使用折射定律和反射定律,可依次推导出各面的入射角、折射角和反射角,得到该面上出射光线的位置和方向,应用菲涅耳公式,可以得到该面出射光强。

3.1.1 水中气泡上光散射角度公式

根据几何对称关系易得, a_1 面上,入射角为 θ_1 ,

反射角为 θ'_1 ,折射角 θ_2 。其余各面 a_n 的入射角为 θ_2 ,反射角为 θ'_2 ,折射角为 θ_1 。其中

$$\theta_1 = \arcsin(d/R), \quad (1)$$

$$\theta_2 = \arcsin\left(\frac{d}{R}n_2\right), \quad (2)$$

a_1 面上,入射光线为初始光线,出射光线为反射光,出射点坐标(R, x_1) 散射角 r_1 由角度关系易知

$$x_1 = \pi - \theta_1, \quad (3)$$

$$r_1 = \pi - 2\theta_1. \quad (4)$$

由已知条件可求得光线在气泡-空气界面上折射,其临界角为 $\sin \theta_c = n_1/n_2$ 。故当 $|d| \geq R/n_2$ 时,发生全反射。此反射光线光强 $I'_1 = I_1$ 。光线全部从 a_1 面反射出去,不进入气泡。

而 $|d| < R/n_2$ 时,光线进入气泡。则在第 n 次折反射(a_n 面),入射光线为前一面上的反射光线,出射光线为该面的折射光

$$\begin{cases} r_n = 2(n-1)\theta_2 - (n-2)\pi - 2\theta_1 + 2m\pi, \\ x_n = 2(n-1)\theta_2 - (n-2)\pi - \theta_1 + 2m\pi, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $n \in N, m \in z, m$ 取合适值以保证 $r_n, x_n \in [0, 2\pi]$ 。

(5) 式即为气泡表面散射光强出射位置及角度计算公式。

3.1.2 水中气泡上光散射强度公式

初始入射光光强为 I_1 ,经过 n 次折反射,在 a_n 面上,反射光线标记为 I'_{2n-1} ,折射光线标记为 I_{2n} 。且相邻折反射面上光能量具有关系 $I_{2n-1} = I'_{2n-3}$ 。将辐射照度 W 定义为折射界面上单位面元在某方向上的光通量,而光强 I 表示为辐射照度的正投影分量^[6]。如果把入射波的强度记为 I_1 ,入射角度为 θ_1 ,折射角度为 θ_2 ,则折反射面上的入射光强与照度之间关系为^[4]

$$W_1 = I_1 \cos \theta_1, \quad (6)$$

而反射光强,折射光强与其对应的照度之间关系分别为

$$W'_1 = I'_1 \cos \theta_1, \quad (7)$$

$$W_2 = I_2 \cos \theta_2. \quad (8)$$

考虑最简单的情形,入射光为自然光,由菲涅耳公式,得到光波反射率和透射率分别为

$$R_n = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \right], \quad (9)$$

$$T_n = 1 - R_n, \quad (10)$$

由几何关系易得,相同位置 d 入射的光线,各面上反射率相同,透射率相同。

反射光照度

$$W'_{2n-1} = R_n W_{2n-1}, \quad (11)$$

透射光照度

$$W_{2n} = T_n W_{2n-1}, \quad (12)$$

应用以上关系,可推导各界面上的光强,并演绎推导至 a_n ,主要推导式列于表 1。

表 1 各反射面的入射光照度,透射和反射光强列表

Table 1 The irradiance of the incidence, refraction and reflection light on each surface

	W_{2n-1}	I_{2n}	I'_{2n-1}
a_1	$W_1 = I_1 \cos \theta_1 = I_1 \sqrt{R^2 - d^2}$	$I_2 = \frac{T_n W_1}{\cos \theta_2} = (1 - R_n) I_1 \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$	$I'_1 = \frac{R_n W_1}{\cos \theta_1} = I_1 R_n$
a_2	$W_3 = I_2 \cos \theta_2$	$I_4 = I_2 \frac{1 - R_n}{\cos \theta_1} \cos \theta_2$	$I'_3 = I_1 R_n (1 - R_n) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$
a_3	$W_5 = I'_3 \cos \theta_2$	$I_6 = (1 - R_n) \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} R_n I_2 = I_1 (1 - R_n)^2 R_n$	$I'_5 = R_n R_n I_2 = I_1 R_n^2 (1 - R_n) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$
a_n	$W_{2n-1} = I'_{2n-3} \cos \theta_2$	$I_{2n} = I'_{2n-3} \frac{1 - R_n}{\cos \theta_1} \cos \theta_2 = I_1 R_n^{n-2} (1 - R_n)^2$	$I'_{2n-1} = I_1 R_n^{n-1} (1 - R_n) \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$

本小节推导出了各反射面上的出射光线的位置,方向及出射光强。公式整理如下:

1) 当 $0 < |d| < R/n_2$ 时,光线在气泡内折反射 n 次,在 a_n 出射的光线位置为 (R, x_n) ,出射光线方向为 (R, r_n) 。 x_n, r_n 以及出射光强由以下公式给出:

$$\begin{cases} a_1 : r_1 = \pi - 2\theta_1, & x_1 = \pi - \theta_1, \text{出射光强 } I'_1 = I_1 R_n, \\ a_n : r_n = 2(n-1)\theta_2 - (n-2)\pi - 2\theta_1 + 2m\pi, & x_n = 2(n-1)\theta_2 - (n-2)\pi - \theta_1 + 2m\pi, \\ \text{出射光强 } I_{2n} = I_1 R_n^{n-2} (1 - R_n)^2, & (n \geq 2), \end{cases} \quad (13)$$

其中 $\theta_1 = \arcsin(d/R), \theta_2 = \arcsin(n_2 d/R), \theta_1 \neq 0, R_n = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\theta_1 - \theta_2)}{\sin^2(\theta_1 + \theta_2)} + \frac{\tan^2(\theta_1 - \theta_2)}{\tan^2(\theta_1 + \theta_2)} \right]$

2) 当 $d = 0$ 以上公式仍适用,只是将反射率改为

$$R_n = \left(\frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \right)^2. \quad (14)$$

3) 当 $|d| > R/n_2$ 发生全反射, a_1 面出射, $x_1 = \pi - \theta_1, r_1 = \pi - 2\theta_1$ 。出射光强 $I'_1 = I_1$ 。

上式得出的是单根光线的计算公式,是一种理想情况。在实际中,光束有一定宽度,在设计计算模型时,将光束视为 N 根光线的叠加。 N 为抽样光线数目。对于同样宽度的入射光线, N 越大,计算结果越精确。

3.2 气泡体散射函数拟合

用上节求得出射光信息,将同一位置出射的光线进行叠加,可得到气泡表面光强分布,我们称之为体散射函数 $I(\theta)^{[7]}$ 。 θ 为散射角, I 为气泡表面出射光强。无法通过推导直接得到 $I(\theta)$,则需要借助计算机软件仿真,来得到体散射函数曲线,拟合出函数公式。

出射光线不是从圆心发出,方向与其法线方向总存在夹角 i 。设置一个能量接收面,如图 2 所示,接收面为气泡的同心圆,其半径为 R_2 ,且 $R_2 \gg R$ 。则在接收面接收到的光线均可近似看作从气泡的圆心发出,则接收面上的位置信息包含了散射光线的角

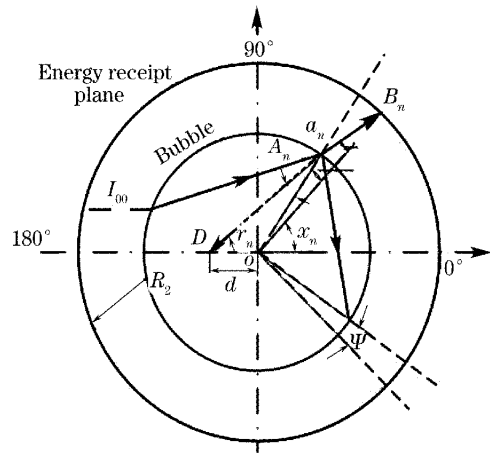


图 2 能量接收面示意图

Fig. 2 Energy receiving plane

度信息。即光线在 (R, x_n) 出射,光线方向 r_n ,则落在能量接收面上的位置为 $(R_2, x_n + \Psi)$ 。该坐标同时包含了光线的位置信息和方向信息。当 $R_2 \gg R$ 时有 $(x_n + \Psi) \approx r_n$ 。考察散射光到达该面后的光强分布,可得出气泡上散射光的远场分布特性^[1],即得到体散射函数 $I(\theta)$ 。由几何关系易知,

$$\Psi = \pm \arcsin \left(\frac{R}{R_2} \sin i \right),$$

当 $r_n < x_n$ 时取正,反之取负。 Ψ 即为计算曲线中 r_n

的误差。通过计算 r_n 在 $0 \sim 180^\circ$ 之间取值时的 Ψ 值,得知当 $R_2/R \geq 1000$ 时,所引起的角度误差不超过 0.01% 。

4 结果与讨论

4.1 体散射函数曲线

研究 $0 \leq |d| \leq R$ 入射的光束,求其散射光强分布。当 $n_2 = 1.33$, $n_1 = 1$, 气泡半径 $R = 200 \mu\text{m}$, $R_2 = 2 \text{ m}$, 光线抽样数目 $N = 2000$ 。令输入光束的总光强为 $I_1 = 1$, 则接收面上测得体散射函数曲线在直角坐标和极坐标下表示为图 3。其中纵坐标表示为出射光强与入射总光强之比。在研究气泡散射光强时, $|\theta| < 90^\circ$ 范围内,称之为前向散射, $90^\circ < |\theta| < 180^\circ$ 称之为后向散射。从图 3 中可以看出由于入射光束以极轴成轴对称,故体散射函数曲线也是轴对称的;前向散射远大于后向散射, $x_n = 0$ 处出射光线最强,在 $|\theta| > 83^\circ$ 后散射光强急速减小。当 $\theta \in (-124^\circ, 124^\circ)$, 散射光强几乎保持不变。散射光强最大值(出现在 $\theta = 0$)与最小值(出现在 $\theta = 180^\circ$)之比 $I_{\text{max}}/I_{\text{min}} = 79.07$ 。将散射光强分布图上的典型光强值在表 2 列出;当 $\theta \approx 83^\circ$, 散射光强有突变,光强有极大值。由已知数据可知,临界角 $\theta_c = \arcsin(n_1/n_2) = 48.6^\circ$ 。对应 $\theta = 180^\circ - 2\theta_c = 83^\circ$ 可见,临界角处发生全反射,反射率突变为 $R_n = 1$, 散射光强突变;与 Davis 模型计算结果如图 4, Davis 模型也是在极坐标下表示,以出射光强和入射光强之比为纵坐标表示出体散射函数曲线。本文所建立模型得出的体散射函数曲线与 Davis 曲线基本吻合。从另一个方面验证了用本文推导公式进行散射光强分布计算的可行性。

表 2 不同介质中气泡体积散射函数上典型值比较

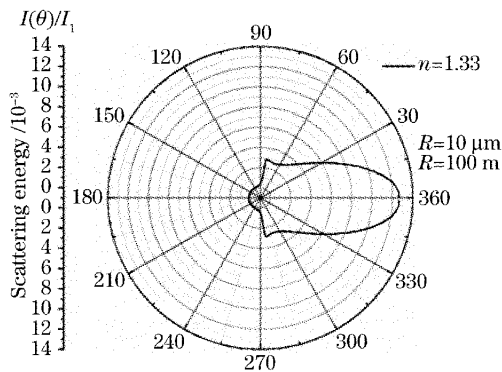


图 3 极坐标下水中气泡体散射函数曲线

Fig. 3 Angular distribution of irradiance of light scattered by an air bubble in water with polar coordinates

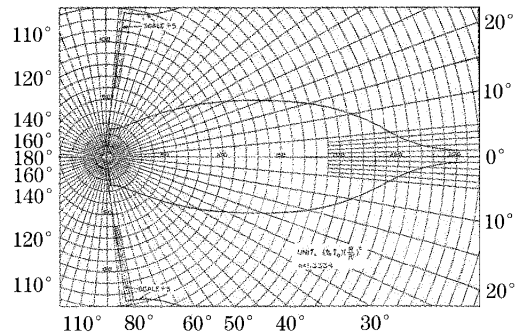


图 4 极坐标下 Davis 模型计算所得体散射函数曲线

Fig. 4 Angular distribution of irradiance of light scattered by an air bubble in water with polar coordinates produced by Davis model

Table 2 Key value on curves of angular distribution of scattering irradiance with different mediums

$I / r_n / (^\circ)$	n	1.33	1.5	1.4	1.3
0		0.01107	0.00736	0.00920	0.01211
83		0.0029	0.00309	0.00294	0.00173
86		0.00176	0.00317	0.00307	0.00073
124		0.00014	0.00029	0.00020	0.00012
235		0.00014	0.00029	0.00020	0.00012
273		0.00176	0.00317	0.00307	0.00073
276		0.0029	0.00309	0.00294	0.00173
359		0.01107	0.00736	0.0092	0.01211

4.2 折射率改变对散射光强的影响

文中公式虽然是针对水中气泡的光散射特性进行研究,但该式适用于任何两种不同介质球形界面上光散射情况。设两介质的相对折射率 $n = n_2/n_1$, 且 $n > 1$ 。比较不同折射率对体散射函数的影响。 n 从 1.3 变化到 1.5 之间绘制曲线如图 5, 纵坐标标度为散射光强与入射光强之比。各条曲线的基本特

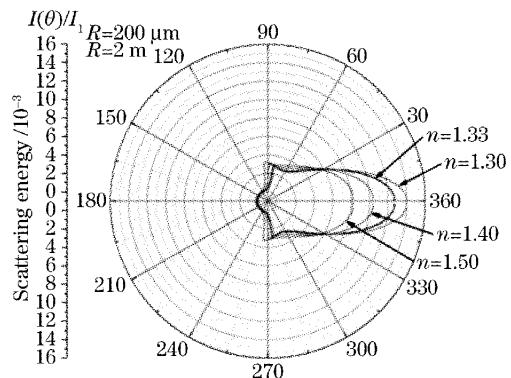


图 5 不同的介质折射率下极坐标中气泡体散射函数曲线

Fig. 5 Angular distribution of irradiance of light scattered by bubble of different mediums with polar coordinates

征相同,光强为轴对称分布,前向散射远大于后向散射。当 x_n 大于一定角度,散射光强保持不变。在临界角附近,光强突变;折射率越小, I_{\max} 越大,曲线扁平一些,前向散射分布趋近于椭圆。折射率越大, I_{\max} 越小,前向分布趋近于圆;折射率变化对后向散射光强改变不大,当折射率增大时,后向散射光强有微弱增加。各曲线上典型值如表 2 所示。由于体散射函数有对称性,故只列 $0\sim 180^\circ$ 之间光强。

4.3 气泡半径变化对体散射函数影响

几何光学方法研究散射只适合于大气泡,即气泡半径远大于光波波长,而海洋中实际存在的气泡有其尺寸上限,在该范围内($10\sim 1000\ \mu\text{m}$)改变气泡半径,取 R 为 $10\ \mu\text{m}$, $100\ \mu\text{m}$, $200\ \mu\text{m}$, $300\ \mu\text{m}$ 。绘制曲线如图 6 所示,四条曲线完全重合,说明在所研究范围内,气泡尺寸改变对体散射函数没有影响。这一结论从公式中可以推导出。在角度公式和光强公式中,当其折射率不变时,光出射位置和光强都决定于入射角 $\theta_1 = \arcsin(d/R)$ 和入射光强。当光束宽度始终大于气泡直径时, θ_1 取值范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 。体散射函数曲线纵坐标并非实际的散射光强大小,而是散射光强与入射光强之比。将入射到气泡上的光强设为 1。在此情况下,气泡半径 R 改变, θ_1 的取值范围不变,

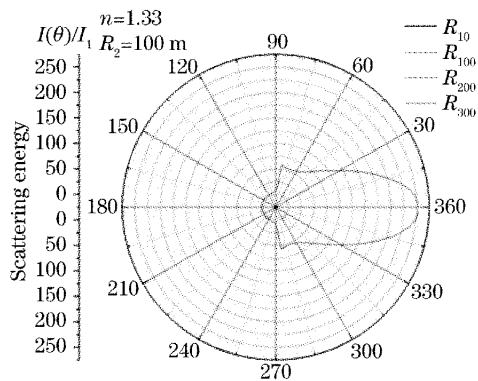


图 6 极坐标下不同半径的气泡体散射函数曲线

Fig. 6 Angular distribution of irradiance of light scattered by bubble of different radiuses with polar coordinates

入射总光强也不变,故体散射函数分布不变,各条曲线重合。

5 结 论

本文所建立的模型适用于当气泡尺寸远大于入射光波长时,计算气泡的体散射函数,根据已知参量(气泡半径,两种介质的相对折射率,接收面半径),绘制出体散射曲线,从仿真结果可见,水中气泡的前向散射远大于后向散射,在保证光束宽度大于气泡半径时,气泡上散射光强分布规律与气泡半径无关。该研究结论可以推广到光在其他液体中气泡上的光散射强度分布的计算,且介质相对折射率增大时,前向散射削弱而后向散射光强有微弱增加。

参 考 文 献

- 1 Xiaohui Zhang, Weilong Ge, Donghua Zhu. Study on light characteristics of ship wake for self guided torpedo[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(11): 1355 (in Chinese)
张晓晖,葛卫龙,朱东华. 鱼雷激光尾流自导方法的研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(11): 1355
- 2 Gerrit de Leeuw, Leo H. Cohen. Measurements of oceanic bubble size distributions [C]. *Oceans Engineering for Today's Technology and Tomorrow's Preservation. Proceedings*, 1994, **2**: 694~699
- 3 Yu Daoyin, Tan Hengying. *Engineering Optics* [M]. Beijing: China Machine Press, 2002. 181~182 (in Chinese)
郁道银,谭恒英. *工程光学*[M]. 北京:机械工业出版社,2002. 181~182
- 4 George E. Davis. Scattering of light by an air bubble in water[J]. *J. the Optical Society of America*, 1955, **45**(7): 572~581
- 5 I. Landa, E. S. Tebay, V. Johnson *et al.*. The Measurement of Bubble Size Distribution Using Scattered Light[R]. Hydronautics Incorporated. 7
- 6 Yimo Zhang. *Applied Optics* [M]. Beijing: China Machine Press, 1988. 134~145 (in Chinese)
张以谟. *应用光学* [M]. 北京:机械工业出版社,1988. 134~145
- 7 Qiyang Xu, Kuntao Yang, Wang Xinbing *et al.*. *Blue-Green Lidar Ocean Survey* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2002. 36~58 (in Chinese)
徐启阳,杨坤涛,王新兵等. *蓝绿激光雷达海洋探测*[M]. 北京:国防工业出版社,2002. 36~58