

文章编号: 0253-2239(2006)03-0437-6

基于联合变换相关器的 Dempster-Shafer 理论计算

邓绍更 刘立人 刘德安 郎海涛 王吉明 潘卫清

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 提出了用联合变换相关器(JTC)来实现证据理论概率分配函数正交和的光学计算,在理论上对于如何用联合变换相关器实现证据理论分配函数正交和作了详细的讨论,并作了相应的仿真测试,结果显示该方法是可行的。与 John Caulfield 提出的用声光器件矢量外积实现的正交和计算相比,在该结构中由于采用二进制编码的数值计算,因此其计算精度得到了提高,同时对联合变换相关器输入端二进制编码的数值空间位置的适当调整可以直接得到所需要的证据理论正交和矢量,在处理步骤上得到了简化。

关键词: 光学计算; D-S 证据理论; 智能决策; 联合变换相关器

中图分类号: TP181; O439 文献标识码: A

Optical Computing for Dempster-Shafer Theory Based on Joint-Transform Correlator

Deng Shaogeng Liu Liren Liu Dean Lang Haitao Wang Jiming Pan Weiqing

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: Binary joint-transform correlator (JTC) is used to implement optical parallel Dempster's rule of combination computation. The corresponding theory and method about how to implement the orthogonal sum of the basic belief assignment has been discussed. The corresponding theory has been discussed, and computer-simulation results are presented, which prove this method is practical. Compared with the method John Caulfield proposed implementing an outer product by two crossed 1-D acoustooptic cells, this one benefits from the advantages of high accuracy because of the digital representation of the multiplied numbers and of the simplification in the optical process of Dempster's rule of combination computation because of the direct result of the orthogonal sum of basic belief assignment by the appropriate arrangement of the binary spaial code in the input plane of the joint transform correlator.

Key words: optical computing; Dempster-Shafer evidence theory; intelligent decision; joint-transform correlator

1 引 言

在进行问题求解(Problem solving)和决策制定(Decision making)过程中,经常会出现信息的不完全、不精确和不确定,统称为不确定性(Uncertainty)^[1,2]。目前处理不确定性的主要理论方法有:概率论、证据理论、可能性理论、认可理论和非单调逻辑。其中后两种为非数值方法,尚在发展完善之中。前三种属数值方法,现在已较为成熟。就这三种数值方法而言,证据理论在表达不确定性方面显得更胜一筹^[1]。

但是当有大量的概率逻辑推断时,证据理论的计算就会变得很慢^[1~3]。因此 Kadar 和 Eichmann 建议采用光学 D-S 证据理论机^[3]。John Caulfield 和 Ivan Kadar 采用两个十字交叉的声光器件所实现的矢量外积的功能来实现多源数据知识的信息融合^[3]。在 20 世纪 80 年代末 90 年代初,光学人工智能研究在光学神经网络、智能推理和光电混合专家系统等方面比较活跃,相对于在 D-S 证据理论推理机方面的研究并没有引起人们的注意,因此相关的文章比较少。最近,随着大型工业化的迅猛发展,对

作者简介: 邓绍更(1973~),男,辽宁人,中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生,主要从事光学信息处理方面的研究。E-mail: dengshaogeng1@sina.com

收稿日期: 2005-01-21; 收到修改稿日期: 2005-08-08

多源信息融合技术的要求也越来越高,比如对于冶金、汽车等大型流水线作业以及大型核电站、水电站现场的实时性监控与故障诊断方面,均具有相应的需求,在有强磁场和电场的恶劣工作环境下,普通的电子数据处理系统很容易受到外部干扰而出现程序混乱甚至无法工作的现象,因此解决相关技术问题的要求也愈发的迫切。由于光学计算不会受到外来的电场或磁场的影响,所以,本文提出了用光学联合变换相关器来实现证据理论融合规则,在该结构中由于采用二进制编码的数值计算,因此其计算精度得到了提高,同时对联合变换相关器输入端二进制编码的数值空间位置的适当调整,可以直接得到所需要的证据理论正交和矢量,这大大降低了计算机后续处理的压力,从而进一步提高计算速度。但是由于技术原因,目前还不能实现全光计算,因此,这将成为后续的研究方向。

2 背 景

证据理论是一种不确定性推理方法,它首先是由 Dempster 提出,并由 Shafer 进一步发展而来,因而又称为 D-S 理论^[1,2]。证据理论是用集合表示命题的。在证据理论中,可分别用概率分配函数、信任函数和似然函数等概念来描述和处理知识的不确定性。

2.1 概率分配函数

设 D 为样本空间,论域内的命题都由 D 的子集表示,则概率分配函数定义如下:

定义 1 设函数

$$M: 2^D \rightarrow [0,1], \quad (1)$$

而且满足

$$M(\phi) = 0, \quad \sum_{A \subseteq D} M(A) = 1, \quad (2)$$

则称 M 是 2^D 上概率分配函数, $M(A)$ 为 A 的基本概率函数。

2.2 概率分配函数的正交和

在实际问题中,往往可能对同样的证据得到不同的概率分配函数。因此需要对它们进行组合。组合方法是对这两个概率分配函数进行正交和运算。

定义 2 设 M_1 和 M_2 是两个概率分配函数,则其正交和 $M = M_1 \oplus M_2$ 为

$$M_1 = [M_1(\{a\}), M_1(\{b\}), M_1(\{c\}), M_1(\{a,b\}), M_1(\{a,c\}), M_1(\{b,c\}), M_1(\{a,b,c\})],$$

$$M_2 = [M_2(\{a\}), M_2(\{b\}), M_2(\{c\}), M_2(\{a,b\}), M_2(\{a,c\}), M_2(\{b,c\}), M_2(\{a,b,c\})],$$

为了说明方便,再令

$$M_1 = (a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{15}, a_{16}, a_{17}), \quad M_2 = (a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{24}, a_{25}, a_{26}, a_{27})$$

$$M(A) = K^{-1} \times \sum_{x \cap y = A} M_1(x)M_2(y),$$

$$K = 1 - \sum_{x \cap y = \phi} M_1(x)M_2(y) =$$

$$\sum_{x \cap y = \phi} M_1(x)M_2(y), \quad (3)$$

在 D-S 证据理论中,样本空间中的各个元素假定是互斥的,样本空间是有穷的。

3 基于联合变换相关器的证据理论正交和的光学实现

在证据理论正交和计算中,主要包括乘积、求和和除法操作。乘积和求和操作由联合变换相关器来实现,然后将相关器输出的和积的结果通过 CCD 探测器输入到计算机,由计算机来完成最后一步的除法操作。

联合变换相关器的光学结构如图 1 所示,其输入端平面为一空间光调制器 SLM,由计算机输入联合图像,通过傅里叶透镜 FT1,进行傅里叶变换,在液晶光阀 LCLV 的输入端面形成联合傅里叶变换谱,这一信号经 LCLV 转换成联合变换功率谱,由另一准直的激光束通过分光棱镜 PBS 读出,经第二个傅里叶透镜 FT2 进行逆傅里叶变换,产生相关输出,由 CCD 探测,并将探测的结果输入到计算机。

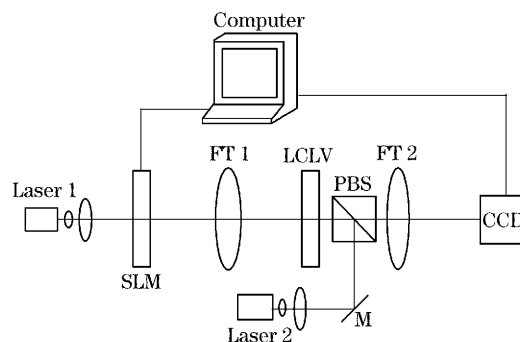


图 1 联合变换相关器结构框图

Fig.1 Schematic of the joint transform. FT: Fourier lens, SLM: spatial light modulator, PBS: prism beam splitters, M: mirror, LCLV: liquid crystal light valve

设样本空间 $D=(a,b,c)$,

$M = M_1 \oplus M_2$, 根据(3) 式令 $Q = \sum_{x \cap y = \phi} M_1(x)M_2(y)$, $K = 1 - Q$,

$$Q = [a_{11}, a_{11}, a_{12}, a_{12}, a_{13}, a_{13}] \cdot [a_{22}, a_{23}, a_{21}, a_{23}, a_{21}, a_{22}]^T = Q_1 \cdot Q_2^T, \quad (4)$$

Q_1 和 Q_2^T 分别表示 $[a_{11}, a_{11}, a_{12}, a_{12}, a_{13}, a_{13}]$ 和 $[a_{22}, a_{23}, a_{21}, a_{23}, a_{21}, a_{22}]^T$ 两个矢量, $\sum_{x \cap y = \phi} M_1(x)M_2(y)$ 的计算相当于 Q_1 和 Q_2^T 的矢量内积, 符号 \oplus 表示 D-S 证据理论的正交和, 式中的符

号 \cdot 表示矢量内积, T 表示矢量转置。以下表示方法与此相同。同样, 令 $P(A_i) = \sum_{x \cap y = A_i} M_1(x)M_2(y)$, 即 $M(A_i) = K^{-1}P(A_i)$, A_i 表示 D 中的各个非空子集, $i = 1, 2, \dots, 2^D - 1$ 。

$$\begin{aligned} P(\{a\}) &= [a_{11}, a_{11}, a_{11}, a_{11}, a_{14}, a_{14}, a_{15}, a_{15}, a_{17}] \cdot [a_{21}, a_{24}, a_{25}, a_{27}, a_{21}, a_{25}, a_{21}, a_{24}, a_{21}]^T = P_{11} \cdot P_{21}^T, \\ P(\{b\}) &= [a_{12}, a_{12}, a_{12}, a_{12}, a_{14}, a_{14}, a_{16}, a_{16}, a_{17}] \cdot [a_{22}, a_{24}, a_{26}, a_{27}, a_{22}, a_{26}, a_{22}, a_{24}, a_{22}]^T = P_{12} \cdot P_{22}^T, \\ P(\{c\}) &= [a_{13}, a_{13}, a_{13}, a_{13}, a_{15}, a_{15}, a_{16}, a_{16}, a_{17}] \cdot [a_{23}, a_{25}, a_{26}, a_{27}, a_{23}, a_{26}, a_{23}, a_{25}, a_{23}]^T = P_{13} \cdot P_{23}^T, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P(\{ab\}) &= [a_{14}, a_{14}, a_{17}] \cdot [a_{24}, a_{27}, a_{24}], \\ P(\{ac\}) &= [a_{15}, a_{15}, a_{17}] \cdot [a_{25}, a_{27}, a_{25}], \\ P(\{bc\}) &= [a_{16}, a_{16}, a_{17}] \cdot [a_{26}, a_{27}, a_{26}], \\ P(\{a,b,c\}) &= a_{17} \times a_{27} = P_{17} \cdot P_{27}^T, \quad (5) \\ M(\{a\}) &= K^{-1}P(\{a\}), \\ M(\{b\}) &= K^{-1}P(\{b\}), \\ M(\{c\}) &= K^{-1}P(\{c\}), \\ M(\{a,b\}) &= K^{-1}P(\{a,b\}), \\ M(\{a,c\}) &= K^{-1}P(\{a,c\}), \\ M(\{b,c\}) &= K^{-1}P(\{b,c\}), \\ M(\{a,b,c\}) &= K^{-1}P(\{a,b,c\}), \quad (6) \end{aligned}$$

通过以上变换, 证据理论的正交和操作表示成了 $2N - 1$ 个矢量内积操作, 而二进制的矢量内积通过联合变换相关器是可以实现的。

在联合变换相关器的数值处理中, 需要预先将待处理的数据通过数字化编码技术转换成二进制。两个数的乘法可以通过两个相对应的二进制数的卷积来实现, 而卷积又可以转换成相关操作, 所需作的

仅仅是将被乘数倒转 180° 。在这里, 假设所有的在联合变换相关器输入平面的被乘数都已经倒置, 并且, 以上各式中的操作数都已经转化成空间二进制代码。关于二进制数加、减和乘的光学实现或光电实现可以参见文献[4~8]。从以上各式可以看出, 证据理论的正交和操作类似于矢量内积。那么下面就介绍如何用联合变换相关器实现两个矢量的内积。第一步就是要把两个矢量的各个元素数值转换成空间点阵表示的二进制数, 以空间光调制器各个像素点的透明和不透明分别对应二进制数每位上的 1、0。

将矢量 Q_1 和 Q_2^T 各个元素在联合变换相关器的输入平面上按如图 2(a) 所示布置, 假设数字化编码采用 8 位二进制编码, 则为了避免互相关混叠, 要求图中相乘的两个元素, 比如 a_{11} 和 a_{22} 之间的纵向距离 $h \geq 2$, 相应的横向距离 $2w \geq 2 \times 8$ 。那么经过联合变换相关器变换后, 在联合变换相关器输出面上 Q_1 与 Q_2^T 的内积和在 y 轴 h 和 $-h$ 处, 如图 2(b)

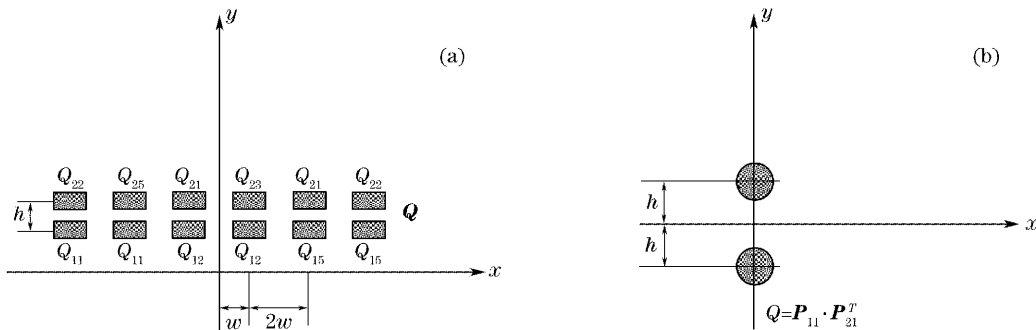


图 2 (a) 联合变换相关器输入平面上, P_{11} 和 P_{21}^T 矢量内积的联合输入图像。(b) 与(a) 的两矢量内积对应相关输出结果, 其他不必要的相关项已经被省略

Fig. 2 (a) The joint input image of inner-product between vector P_{11} and P_{21}^T in the input plane of joint transform correlator, (b) the corresponding correlation output of (a), where the unuseful correlation is omitted

所示,为了说明方便,其它互相关值并没有在图中反映出来。由此可以看出,两个矢量的内积和可以由联合变像相关器很好地实现。

在输入面上经过适当的布置安排,可以实现(5)式中各个矢量的内积和。图3(a)和图3(b)分别是联合变像相关器输入面上各个矢量的空间布置和与之相对应的相关面的输出相关项的空间分布。在图3(a)中所表示的矢量 Q_1 和 Q_2 沿 x 轴并排排列,两排之间沿 y 轴距离为 h ;在 Q_2 的上方依次排列矢量 P_{21}, P_{22}, \dots 和 P_{27} ,相邻两矢量间距离为 $2h$;在 Q_1 的下方依次排列矢量 P_{11}, P_{22}, \dots 和 P_{17} ,相邻两矢量

间的距离为 $2 \times 7h$ 。那么在联合变像相关器输入面上通过如此安排,一方面可以使需要的相关项与不必要的相关项分离,同时可以使矢量 P_{1i} 与 P_{2i} ($i=1 \sim 7$)的内积和出现在相关面 y 轴上的 $\pm(2i+1+2 \times 7 \times i)h = \pm(16i+1)h$ 处,如图3(b)所示。到这里,我们所描述的是 D 中含有 a, b, c 3个命题的情况,其相应的非空子集个数为 $N = 2^3 - 1 = 7$ 个。当 D 中有 n 个命题时,其相应的非空子集个数为 $N = 2^n - 1$ 个,那么它的正交和计算只需将以上所描述的3个命题时的非空子集个数7换成 N 就可以了。

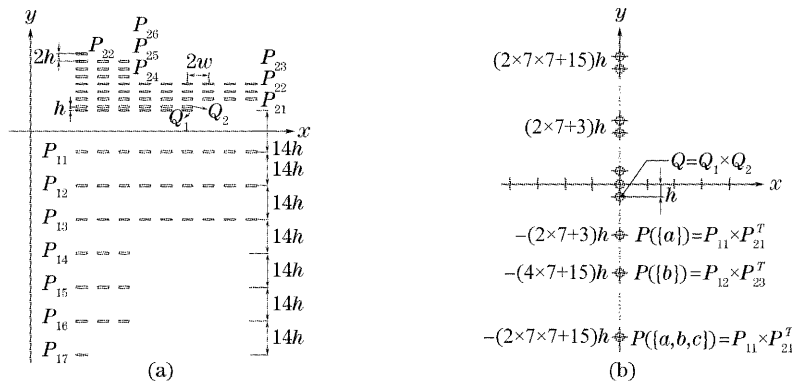


图3 (a) (5)式中参与内积的各个矢量数据在联合变像相关器输入面上的空间布置;(b)与(a)空间布置相对应的联合变像相关器输出平面的相关输出示意图,省略了不必要的相关项

Fig.3 (a) Data arrangement in the input plane of joint transform correlator for inner product of vectors in the representation (5), (b) the correlation output in the output plane of joint transform correlator corresponding of (a), where the unuseful correlation term is omitted

4 仿真与结论

为了验证本文所提出的基于联合变像相关器的D-S证据理论的光学计算方法,我们做了相关的仿真实验。依然使用(4)式,(5)式中的范例,假定

$$M_1 = (0.31, 0.01, 0.1, 0.26, 0.22, 0.1, 0.1),$$

$$M_2 = (0.1, 0.1, 0.3, 0.1, 0.2, 0.1, 0.1),$$

为了说明方便,将 M_1 和 M_2 分别乘以100,变换成整数,并转换成八位二进制空间代码:

$$\begin{aligned} a_{11} &= [00011111]; & a_{12} &= [00000001]; \\ a_{13} &= [00001010]; & a_{14} &= [00011010]; \\ a_{15} &= [00010110]; & a_{16} &= [00011110]; \\ a_{17} &= [00011110]; \\ a_{21} &= [00001010]; & a_{22} &= [00001010]; \\ a_{23} &= [00011110]; & a_{24} &= [00011110]; \\ a_{25} &= [00010100]; & a_{26} &= [00011110]; \\ a_{27} &= [00011110]. \end{aligned}$$

然后根据图3(a)布置联合变像相关器的输入空

间光调制器(SLM),形成联合变像相关器的多元联合输入图像,如图4(a)所示。经过联合变像相关器系统后的输出相关面的图谱如图4(b)所示,图4(c)是经过滤后得到的我们所期望的相关项。图4(c)可以通过CCD探测器获得,对应各个相关值见表1。输入计算机后由计算机来完成模-数(A/D)转换,以及(6)式的计算。证据理论正交和计算的时间周期 T 由一次CCD探测的响应时间 T_{CCD} ,空间光调制器,液晶光阀LCLV成像时间 T_{LCLV} 以及模-数转换时间 $T_{A/D}$ 决定,即 $T = T_{SLM} + T_{LCLV} + T_{CCD} + T_{A/D}$ 。每次能够处理的命题个数由联合变像相关器的输入面的空间带宽积决定,如图3(a)所示,沿图纵向像素数为 L ,沿横向像素数为 M ;假设命题个数为 n , D 的非空子集的个数为 $N = 2^n - 1$,每个十进制数的二进制空间编码位数为 w , (5)式中的矢量最大维数为 S 根据图3(a)的空间布置,要求

$$N \times 2 \times Nh + h + N \times 2h \leq L, \quad 2Sw \leq M$$

$$\text{即} \quad 2N^2h + 2Nh + h \leq L, \quad 2Sw \leq M$$

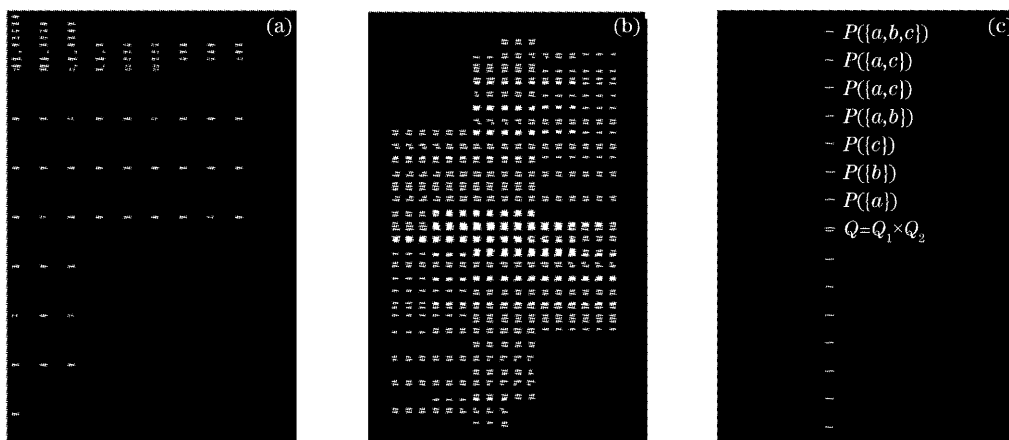


图 4 (a)联合变像相关器的联合输入图像的仿真,(b)与图像(a)相对应的相关输出的仿真,
(c)滤除不必要的相关项后的仿真结果

Fig. 4 (a) Joint input image of joint transform correlator, (b) the corresponding correlation output, (c) the resultant elements after those undesired correlations are blocked

表 1 与图 5(c)对应的具体相关输出值

Table 1 The correlation output value corresponding to Fig. 5 (c)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	Decimal system
Q	0	0	0	0	0	2	5	5	10	8	7	5	2	0	0	0	1480
$P\{a\}$	0	0	0	0	0	0	0	8	13	19	27	22	17	11	3	0	5090
$P\{b\}$	0	0	0	0	0	0	0	5	10	13	18	17	12	9	4	0	2640
$P\{c\}$	0	0	0	0	0	0	0	9	14	23	30	21	16	7	0	0	4820
$P\{a,b\}$	0	0	0	0	0	0	0	3	6	7	10	7	4	3	0	0	2480
$P\{a,c\}$	0	0	0	0	0	0	0	3	2	6	6	4	4	1	0	0	1700
$P\{b,c\}$	0	0	0	0	0	0	0	3	6	9	12	9	6	3	0	0	2700
$P\{a,b,c\}$	0	0	0	0	0	0	0	1	2	3	4	3	2	1	0	0	900

通过以上的理论分析以及仿真测试,可以得出结论,本文中提出的用联合变像相关器系统来实现证据理论的正交和计算是可行的。通过在联合变像相关器输入面上的适当布置,几乎可以一步实现证据理论正交和的全部计算,只是最后一步的除法操作还要由计算机来完成;但是,在这一点上已经比 John Caulfield 和 Ivan Kadar 提出的用两个交叉的声光器件所实现的矢量外积的方法要简化了许多。同时,由于采用的是二进制数字化编码的方法来实现光学数值处理,因此,在精度上得到了提高。在本文中由于采用的是传统的联合变像相关器结构,因此,其计算速度主要受限于空间光调制器的响应时间和 CCD 探测器响应时间。如果采用分辨率为 256×256 ,每帧加载时间为 $43 \mu s$ 、开关时间为 $50 \mu s$ 的二进制反射式铁电液晶空间光调制器作为联合变像相关器输入面;在联合变像相关器联合功率谱面采用帧频 5 kHz 的光寻址铁电液晶光阀;联合变像相关器输出面采用线阵 CCD 探测器,只读取需要的像素点,响应

时间小于 $25.6 \mu s$ 。一次证据理论正交和计算的时间将达到 $275.6 \mu s$,由于受到空间光调制器空间带宽积的限制,一次只能处理 $N=15$ 的命题数(需要对联合变像相关器输入面联合输入图像作优化布置,相关资料参见文献[4])。等量的计算用计算机运算,需要 $33850T_M \sim 38680T_M$, T_M 表示计算机的时钟周期,如果用目前的主频为 1.5 G 的微型计算机,则需 $23 \sim 26 \mu s$ 时间。由于受到空间光调制器空间带宽积、响

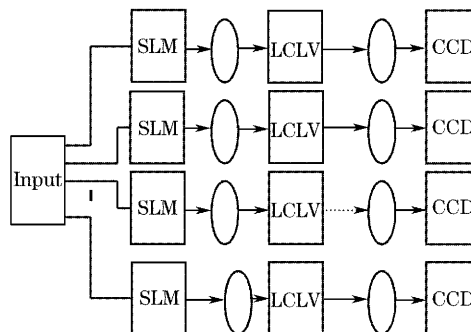


图 5 多通道联合变换相关器示结构框图
Fig. 5 Multichannel joint-transform correlator

应时间等参量的限制,采用传统的联合变换相关器实现证据理论计算与计算机相比还不具有优势。为了解决空间带宽积的限制,我们提出采用更多个通道的联合变换相关器技术(如图 5 所示),这样一次性能够处理的命题数目将远大于 15,而计算时间却不变;计算机的计算时间因为命题数目的增加而呈线性增加,当能够处理的命题数超过 100 时,以目前计算机的速度就已经远比不上多通道联合变换相关器的计算速度了。因此随着空间光调制器、光探测器等相关技术的发展^[9~11],以及多通道联合变换相关器的提出,作为一种可选择方案,联合变换相关器在证据理论计算方面的优势是可以预见的。

参 考 文 献

- 1 Liu Haiying, Zhang Chiping. A study on multi-sensor information fusion technology [J]. *J. Jiamusi University (Natural Science Edition)*, 2004, **22**(1): 28~33 (in Chinese)
刘海英,张池平. 基于多传感器信息融合技术[J]. 佳木斯大学学报(自然科学版), 2004, **22**(1): 28~33
- 2 Cai Zixing, Xu Guangyou. *Artificial Intelligence: Principles and Applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004. 107~112 (in Chinese)
蔡自兴,徐光佑. 人工智能及其应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004. 107~112
- 3 H. John Caulfield, Ivan Kadar. Optical parallel Dempster-Shafer calculations[J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(2): 325~327
- 4 Shuqun Zhang, Mohammad A. Karim. Real-time digital optical matrix multiplication with a joint-transform correlator[J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**(2): 399~408
- 5 Asit K. Datta, Soumika Munshi. Signed-negabinary-based optical computing by use of a single liquid-crystal-display panel[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(8): 1556~1564
- 6 Guoqiang Li, Feng Qian, Hao Ruan *et al.*. Parallel optical negabinary signed-digit computing: algorithm and optical implementation [J]. *Opt. Engng.*, 1999, **38**(3): 403~414
- 7 Jing Hongmei, Liu Liren. Optical parallel implementation of fuzzy logical image processing [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(11): 11347~1352 (in Chinese)
景红梅,刘立人. 光学并行实现模糊逻辑图像处理[J]. 光学学报, 2001, **21**(11): 11347~1352
- 8 Shen Xuanjing, Qian Qingji, Zhao Hongwei. A knowledge base system based on optical computing and its hardware support system [J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2001, **12**(9): 902~905 (in Chinese)
申铨京,千庆姬,赵宏伟. 基于并行计算的知识库系统及硬件支持系统[J]. 光电子·激光, 2001, **12**(9): 902~905
- 9 Zhang Shengli, Sun Jianwei, Liu Yu *et al.*. Measuring the high-frequency characteristics of chip photodiodes [J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(7): 857~860 (in Chinese)
张胜利,孙建伟,刘宇等. 光探测器芯片的高频特性测量[J]. 中国激光, 2004, **31**(7): 857~860
- 10 Zeng Yangsu, Guo Yongkang, Xie Shiwei. Computer-generated hologram of double fractional Fourier transform [J]. 2003, **23**(2): 155~158 (in Chinese)
曾阳素,郭永康,谢世伟等. 双重分数傅里叶变换计算全息[J]. 光学学报, 2003, **23**(2): 155~158
- 11 Zhang Shengli, Liu Yu, Sun Jianwei *et al.*. Optimized pack of high-speed photodiode [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 659~662 (in Chinese)
张胜利,刘宇,孙建伟等. 高速光探测器封装的优化设计[J]. 光学学报, 2004, **24**(5): 659~662