

文章编号: 0253-2239(2006)03-0383-6

透过率起伏光谱分析法测粒技术*

沈建琪 王乃宁 蔡小舒

(上海理工大学理学院, 上海 200093)

摘要: 提出的透过率起伏光谱分析法是一种新的颗粒测量方法。采用一细小光束照射匀速流动的颗粒系统,通过采集透射光起伏信号,经统计处理得到透过率的平均值与起伏谱。通过求解逆问题,从透过率的起伏谱中得到颗粒粒径分布信息,再结合透过率的平均值得到颗粒的体积分数信息。给出了关于单层颗粒透过率的平均值与起伏谱的理论表达式,并推广到三维单分散和多分散的颗粒系统。对粒径在 32~425 μm 内的稀薄颗粒系进行了部分实验测试和模拟计算,结果表明该方法可同时对于颗粒粒径分布和体积分数进行有效测量。

关键词: 光学测量; 测粒; 透过率起伏光谱; 谱分析; 颗粒粒径分布和体积分数

中图分类号: O436.2; O439 文献标识码: A

Particle Sizing with Spectral Analysis on the Transmission Fluctuations

Shen Jianqi Wang Naining Cai Xiaoshu

(School of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093)

Abstract: Spectral analysis on the transmission fluctuations is a new method for measurements on large particles. Radiated by a narrow beam, the flowing particle system at a uniform velocity causes the transmission signal fluctuate violently. Both the average transmission and the spectrum of transmission fluctuations can be obtained statistically, which include the complete information on particle size distribution and particle concentration (volume fraction). By using the inverse algorithm, the particle size distribution may be extracted from the spectrum of transmission fluctuations and consequently the particle concentration can be achieved from the average transmission. The theoretical expression of the transmission fluctuation spectrum is established, for monolayer of mono-dispersed particles. The theory is then extended to a 3-dimensional system of mono-dispersed particles and further to that of poly-dispersed particles. Experimental test and simulation on dilute particle systems with particle diameters in the range 32~425 μm are performed, which shows that the method is valid to measure the particle size distribution and particle concentration simultaneously.

Key words: optical measurement; particle sizing; spectrum of transmission fluctuations; spectral analysis; particle size distribution and volume fraction

1 引 言

在颗粒测量技术中,消光法因其测量原理和结构简单而备受青睐,被认为是一种对颗粒粒径分布和体积分数进行在线测量的有效手段^[1]。用一束光照射颗粒层,其透射光由于颗粒的散射和吸收而衰减,用透过率 $T=I/I_0$ 表示。1985年 Gregory^[2]提出了消光起伏法,而该方法只能对单分散颗粒系进行测量,无法解释宽分布颗粒系的消光机制,因此不能得到颗粒的粒径分布。近几年,Riebel等^[3~6]提

出了一种新的消光起伏法,对细小光束中透射光信号在空间域、时间域或频率域内作平均处理,得到相应的消光起伏光谱,用透过率平方的平均值表示。但都存在各自的缺点:在空间平均法中改变光束直径需要机械动作,这在实际操作中存在难度,尤其当颗粒粒径较小时,要求光束直径很小而且可精准控制很困难;时间平均法可以在不改变光束直径的情况下取得消光起伏光谱,但数据处理耗时多,不利于实时测量;频率域内的平均法采用低通滤波器对信

* 国家自然科学基金(NSFC50376041)和上海市教育发展基金曙光计划(04SG49)资助课题。

作者简介: 沈建琪(1965~),男,浙江桐乡人,博士,教授,主要从事光学测试技术方面的研究。E-mail: shenjq@online.sh.cn

收稿日期: 2005-05-13; 收到修改稿日期: 2005-06-27

号作分段滤波处理,克服了前面二种方法存在的问题,但滤波器的响应函数导致了颗粒测量分辨率有所降低。提高测量分辨率,最近几年发展了消光起伏相关光谱法^[7,8]。其实现形式有两种:1)采用两束平行放置的窄光束来得到起伏透射光信号,对采集到的信号进行互相关处理实现颗粒粒径分布和体积分数的同时测量;2)采用单束窄激光照射颗粒系统,对透射光起伏信号作自相关处理得到消光起伏相关光谱,同样能达到对颗粒粒径分布和体积分数的同时测量的目的。本文介绍一种新的颗粒分析方法——透过率起伏光谱分析法来得到颗粒的粒径分布和体积分数的信息。与频率域内的消光起伏谱法相比,该方法不再使用滤波器,克服了滤波器响应曲线对光谱的影响从而可望提高测量颗粒的分辨率。

2 测量原理

当颗粒系以速度 v 通过光束照射区时,透射光信号由透过率表示 $T(t)$ 。如果光束直径足够小,则照射区中颗粒的体积分数的起伏导致透过率信号 $T(t)$ 随时间起伏,其平均值 \bar{T} 和起伏量 $\delta(t)$ 可表示为

$$\bar{T} = \lim_{t_s \rightarrow \infty} \int_0^{t_s} T(t) dt, \quad (1)$$

$$\delta(t) = T(t) - \bar{T},$$

由透过率信号的起伏量 $\delta(t)$ 可得到其功率谱 $|F\{\delta\}|^2$, 记做 $P(\omega)$ 。 $F\{\delta\}$ 是起伏量 $\delta(t)$ 的傅里叶变换, ω 是傅里叶空间变量,具有频率量纲。在以下

讨论中,定义一个无因次频率参量 $\Omega = \omega x / (2v)$ 替代 ω , 消光起伏谱则用 $P(\Omega)$ 表示。

采用层模型^[9], 三维的颗粒系可看作多个单层的叠加, 由此首先建立单层情况下的消光起伏谱理论。为简便起见, 先考虑单分散颗粒系统, 设所有颗粒均为球形且粒径为 x , 则单个颗粒层的厚度为 $\Delta Z_{ML} = x \cdot P / 1.5$, 其中 P 是一个结构常数, 其值不小于 1.5。对于光传播方向上厚度为 ΔZ 的颗粒系, 颗粒层数为

$$N_{ML} = \frac{\Delta Z}{\Delta Z_{ML}} = \frac{1.5}{P} \cdot \frac{\Delta Z}{x}, \quad (2)$$

在光束直径和颗粒粒径都远大于光波长、且探测器对衍射光不敏感时, 可假定光束的传播满足几何光学, 颗粒为全黑。当颗粒在单层中的面积覆盖率为 β (或称颗粒面密度) 时, 单层的透过率平均值 \bar{T}_{ML} 和起伏谱 $P_{ML}(\Omega)$ 表示为^[10]

$$\bar{T}_{ML} = 1 - \beta, \quad (3)$$

$$P_{ML}(\Omega) = \beta P_x(\Lambda, \Omega) + \beta^2 P_e(\Lambda, \Omega, \beta), \quad (4)$$

其中 Λ 为无因次光束直径, $\Lambda = D/x$, D 为光束直径。颗粒面密度 β 定义为

$$\beta = \frac{N\pi x^2/4}{A}, \quad (5)$$

其中 A 为单层面积, N 为单层中颗粒数。可以证明, 颗粒面密度 β 与颗粒体积分数的 C_V 之间存在

$$\beta = PC_V, \quad (6)$$

$P_x(\Lambda, \Omega)$ 和 $P_e(\Lambda, \Omega, \beta)$ 是消光起伏谱的特征函数, 表示为

$$P_x(\Lambda, \Omega) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} F_s \cdot \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 - \Omega^2}} du, \quad (7)$$

$$P_e(\Lambda, \Omega, \beta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} F_s \cdot F_{ML} \cdot \left[\frac{2J_1(u)}{u} \right]^2 \cdot \frac{u}{\sqrt{u^2 - \Omega^2}} du,$$

其中 J_1 为第一类一阶贝塞尔函数。因子 F_s 由光束的强度分布函数决定, 对高斯光束, $F_s = \exp[-(u\Lambda/2)^2]$; 对圆形、均匀分布的光束, $F_s = [2J_1(u\Lambda)/(u\Lambda)]^2$ 。 F_{ML} 是一个与颗粒面密度 β 有关的函数, 并与颗粒单层结构(即颗粒之间的相互作用势函数)有关, 可由颗粒之间的相关函数求解得到^[11~13]。当颗粒体积分数较低时, (4)式右边第二项对起伏谱的贡献很小, 可忽略不计。

单层颗粒的结果可推广到一个三维的单分散颗粒系统。利用层模型可得, 颗粒系的总透过率为光

束通过每个单颗粒层透过率之积。

$$\bar{T} = \bar{T}_{ML}^{N_{ML}}, \quad (8)$$

由(2)式、(3)式和(6)式, 可得透过率平均值在较低体积分数的情况下可近似表示为

$$\ln \bar{T} \approx -\frac{1.5\Delta Z}{x} C_V, \quad (9)$$

与此类似, 可得透过率起伏谱

$$P(\Omega) \approx \frac{1.5\Delta Z}{x} C_V P_x(\Lambda, \Omega). \quad (10)$$

图 1 给出了特征函数 $P_x(\Lambda, \Omega)$ 的数值计算结果, 其中图 1(a) 对应强度均匀分布的圆形光束,

图 1(b)对应高斯光束。可看出特征函数 $P_x(\Lambda, \Omega)$ 随无因次频率参量 Ω 的变化规律与无因次光束直径 Λ 和光强分布情况有关。 $\Lambda = 0$ 时光束直径与颗粒粒径相比无穷小,此时光强分布因子 $F_s = 1$,两种光强分布对应的特征函数完全一致。当 Λ 较大时,高斯光束的特征函数随 Ω 增大的下降速度比均匀光束显

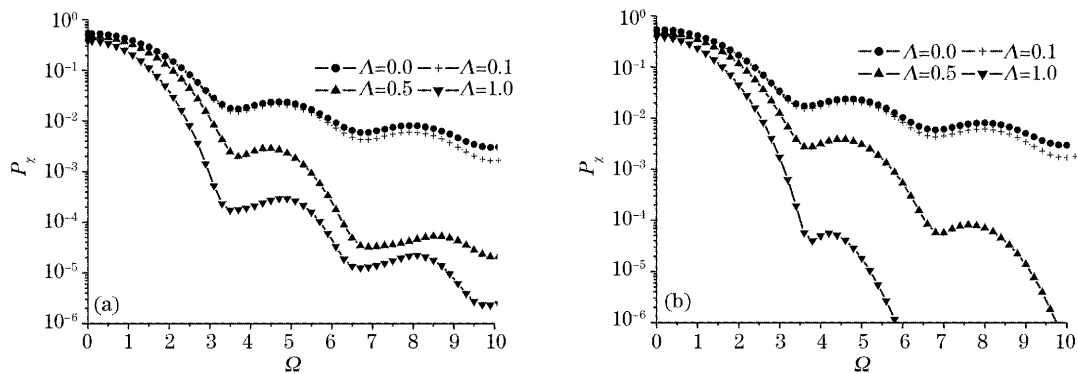


图 1 起伏谱与光束-颗粒直径比的关系。(a)均匀分布圆形光束,(b)高斯光束

Fig. 1 Dependence of the spectrum on the beam-to-particle diameter ratio. (a) Uniform intensity circular beam, (b) Gauss beam

当 $\Lambda < 1$ 时,无论光束直径多大、光强如何分布,特征函数 $P_x(\Lambda, \Omega)$ 随无因次频率参量 Ω 的变化体现出一种共性,即特征函数的第一、第二极小值位置大体相同。第一极小位于 $\Omega \approx 3.6$ 附近,第二极小位于 $\Omega \approx 6.8$ 处。因此,直观地说,对于单分散颗粒系,只要测得透过率起伏谱的第一极小值位置 ω ,由 $\Omega = \omega x / (2v)$ 结合颗粒速度 v 即可得到颗粒的粒径信息,并可由此从透过率平均值 \bar{T} 得到颗粒的体积分数信息。

3 单分散颗粒系的测量结果

对单分散颗粒系进行了测试,实验装置如见 2 所示。样品为悬浮在水中的玻璃珠,在一个封闭的系统中由一个偏心泵驱动循环。颗粒经过测量区的速度用激光多普勒测速仪 Polytec LDV380 测定,约 1.98 m/s。控制封闭系统的流体体积一定,对加入的玻璃珠称重,结合玻璃珠的比重 2.475 kg/dm³ 可算出颗粒的体积分数。测试的玻璃珠采用水浮法分级得到,其粒径分布经读数显微镜检验可近似认为单分散。采用会聚的高斯激光束对玻璃珠样品进行测试,测量区光程为 5.5 mm,会聚光束的束腰直径约 24 μm ,束腰位于测量区中心。透射光信号经透镜会聚后由光敏二极管 BPX65(感光面积 1 mm²) 接收并放大处理后送数字式示波器 Yokogawa

著。在同一种光强分布情况下,较大 Λ 的特征函数与较小 Λ 的情况相比要小,体现了光束截面对颗粒透射光信号的平均效应。光束截面越大,透射光信号起伏越小,这说明特征函数对光束截面大小及其光强分布敏感。

DL708 记录,其数据采集率为 10⁵ s⁻¹,每个试样的数据采集时间设定为至少 1 s,采集得到的透射光信号经处理即可得到透过率的平均值和起伏谱。

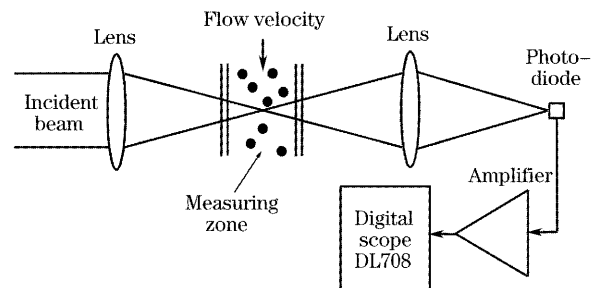


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Experimental setup

图 3 给出了对平均粒径为 133 μm 、265 μm 、375 μm 和 425 μm 的窄分布玻璃珠在低体积分数情况下测量得到的透过率起伏谱,通过称重得到的颗粒体积分数 C_v 分别为 0.719%、0.662%、1.41% 和 1.89%,相应的透过率平均值 \bar{T} 为 0.688、0.817、0.736 和 0.683。从图 3 可直观地读出透过率起伏谱的第一极小位置所对应的 ω 值,分别为 0.054、0.027、0.019 和 0.017。

根据上一节讨论,透过率起伏谱的第一极小位置位于 $\Omega \approx 3.6$ 处,由 $\Omega = \omega x / (2v)$ 和 $v = 1.98$ m/s 可得到颗粒的平均粒径,将此结果代入(9)式并结合测量得到的透过率平均值即可得到玻璃珠的体积分数

C_V 。实验结果与已知数据的比较在表 1 给出,从表中可以看出:除了平均粒径为 $133 \mu\text{m}$ 的玻璃珠的

体积分数误差较大外,其他测量结果与已知数据吻合较好。

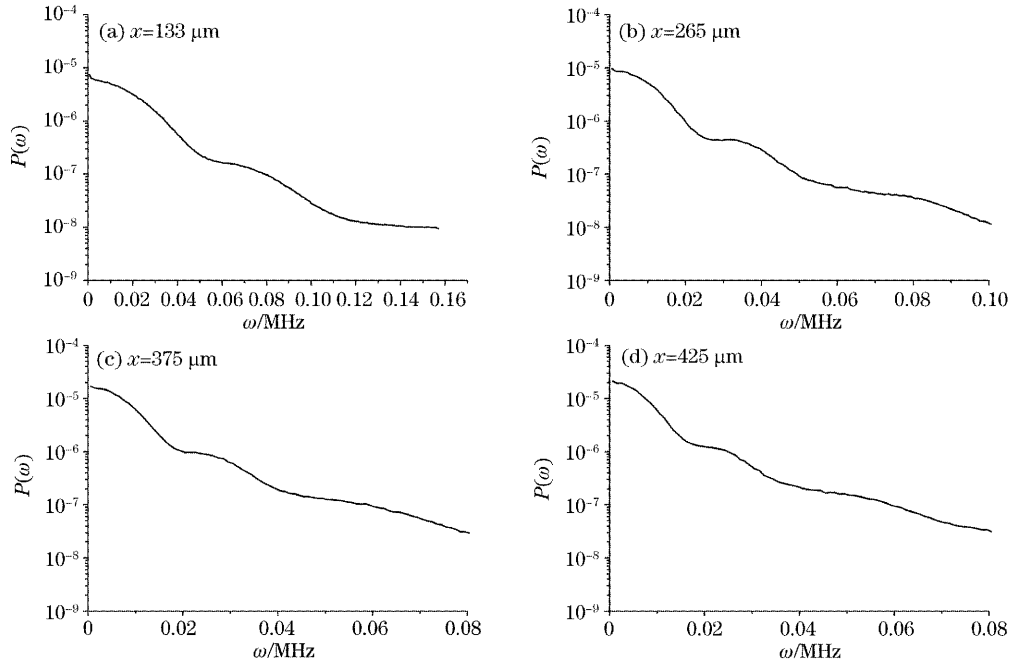


图 3 对玻璃珠测量得到的透过率起伏谱

Fig. 3 Spectra of transmission fluctuations measured on glass beads

表 1 关于颗粒粒径分布和体积分数的实验结果

Table 1 Experimental results on the particle size and volume fraction

Condition	Average diameter / μm	133	265	375	425
	Volume fraction / %	0.719	0.662	1.41	1.89
Measurement result	Average diameter / μm	130	264	375	419
	Volume fraction / %	0.589	0.648	1.39	1.93
Relative error	Average diameter / μm	2.3	0.34	0	1.4
	Volume fraction / %	18	2.1	1.4	-2.1

应该指出:图 3 的实验曲线与图 1 给出的理论曲线存在差别。从实验曲线上仍可发现第一、第二极小位置,但没有理论曲线那么明显。这是因为颗粒粒径存在一定范围的分布,尽管该分布比较窄,但与不同粒径对应的起伏谱极小值之间会有些偏差;其次,颗粒系在偏心泵驱动下循环,颗粒在测量区中速度的波动也可导致极小值变得模糊。此外,实验曲线的形状与图 1 相比变得更加平坦,这与起伏谱对光束分布(大小和强度)敏感有关。实验中采用了汇聚的激光束,光束大小沿传播方向的变化和光束质量的变化都会对起伏谱的形状产生影响。

4 多分散颗粒系的数值模拟和测量

多分散颗粒系可看作单分散颗粒系的叠加,由(9)式、(10)式给出的关于单分散颗粒系透过率的平均值和起伏谱的表达式可推广到多分散颗粒系。

$$\ln \bar{T} \approx -\Delta Z \sum_m \frac{1.5}{x_m} C_{V,x_m}, \quad (11)$$

$$P(\Omega) \approx \Delta Z \sum_m \frac{1.5}{x_m} C_{V,x_m} P_\chi(\Lambda_m, \Omega), \quad (12)$$

式中 x_m 是第 m 个颗粒分档的平均粒径,该粒径分档范围内的颗粒体积分数为 C_{V,x_m} , $P_\chi(\Lambda_m, \Omega)$ 是粒径为 x_m 的颗粒在直径为 D 的光束中的消光起伏谱的特征函数($\Lambda_m = D/x_m$)。

(11) 式、(12) 式表明,多分散颗粒系透过率平均值的对数 $\ln \bar{T}$ 和起伏谱 $P(\Omega)$ 是来自于各个颗粒分档的线性叠加。 $\ln \bar{T}$ 和起伏谱 $P(\Omega)$ 可由实验测量得到,光程 ΔZ 和光束直径 D 由实验装置决定,特征函数 $P_\chi(\Lambda_m, \Omega)$ 可由(7) 式计算得到。由此可以通过逆运算求解颗粒粒径分布和体积分数信息^[14~16]。颗粒粒径分布采用体积累积分布 Q_3 或面积累积分布 Q_2 表示,颗粒的体积分数由 C_V 表示

$$\begin{cases} Q_3(x_m) = \frac{1}{C_V} \sum_{j=1}^m C_{V,x_j}, \\ Q_2(x_m) = \sum_{j=1}^m \frac{C_{V,x_j}}{x_j} / \left(\sum_{j=1}^{n_x} \frac{C_{V,x_j}}{x_j} \right), \\ C_V = \sum_{j=1}^{n_x} C_{V,x_j}, \end{cases} \quad (13)$$

其中 n_x 是颗粒总分档数。

利用改进的 Chahine 方法对图 3 所示的单分散颗粒系的起伏谱实验曲线进行反演计算, 所得颗粒体积分布 Q_3 , 如图 4。相应的体积分数 C_V 为 0.57%、0.60%、1.24% 和 1.80%, 可与表 1 比较。

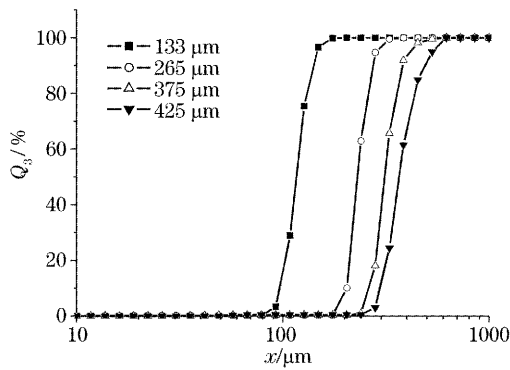


图 4 反演计算得到的单分散颗粒系的体积分布曲线
Fig. 4 Cumulative particle size distributions in volume obtained with inverse algorithm

图 5 给出了模拟计算得到的关于双峰分布颗粒系的透射率起伏谱(有关模拟计算的具体方法参考文献[17,18])。该多分散颗粒系统包含两个不同粒径的颗粒, 其粒径分别为 $x_1=0.2x$ 和 $x_2=x$ (模拟计算中所有物理量的单位都取 SI 标准单位制, x 的值取 1)。三维颗粒系统的模拟计算需要很长的时间, 尤其是多分散颗粒体系。为节省模拟计算时间, 光程仅取 $\Delta z=3x$; 假定入射光束直径 D 与颗粒粒径 x_1 和 x_2 相比为无穷小(光束与颗粒相对运动速

度取 $v=1$)。

图 5 同时给出了两个单分散颗粒系各自对应的透射率起伏谱, 可以看出: 粒径为 $x_1=0.2x$ 的起伏谱第一极小值出现在横坐标值为 18 附近, 粒径为 $x_2=x$ 的第一极小值在 3.6 附近, 与理论结果相符(见图 1)。多分散颗粒系透射率起伏谱是两个单分散颗粒系透射率起伏谱的线性组合, 与(12)式吻合。数值分析还发现: 两个单分散颗粒系透射率的平均值分别为 $\bar{T}_{x_1} \approx 0.999$ 和 $\bar{T}_{x_2} \approx 0.980$, 而多分散颗粒系的透射率平均值为 $\bar{T} \approx 0.979$, 是两个单分散颗粒系透射率平均值之积, 与(11)式一致。

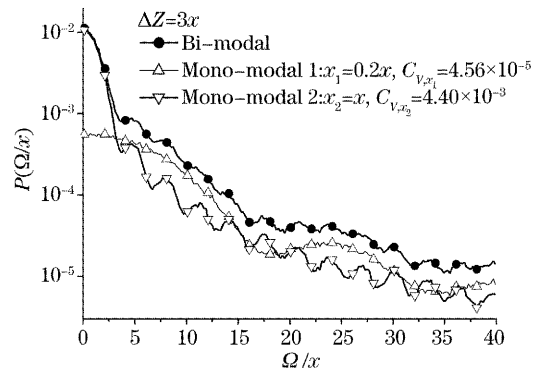


图 5 模拟计算得到的双峰分布颗粒系的透射率起伏谱

Fig. 5 Simulated spectra of the transmission fluctuations for a bimodal particle system

对双峰分布颗粒系的测量结果见图 6。颗粒系中包含了粒径 32~45 μm 和 350~400 μm 的玻璃珠, 重量比取 1:10(相应的投影面积比约为 0.97:1)。图 6(a)是透射率起伏谱, 粒径为 350~400 μm 玻璃珠对应的起伏谱主要分布在低频范围 ($\omega < 0.015$ MHz), 32~45 μm 玻璃珠的起伏谱分布在较宽的频谱范围。图 6(b)给出反演计算结果, 可看出组成该颗粒系的两种颗粒粒径的分布范围, 说明提

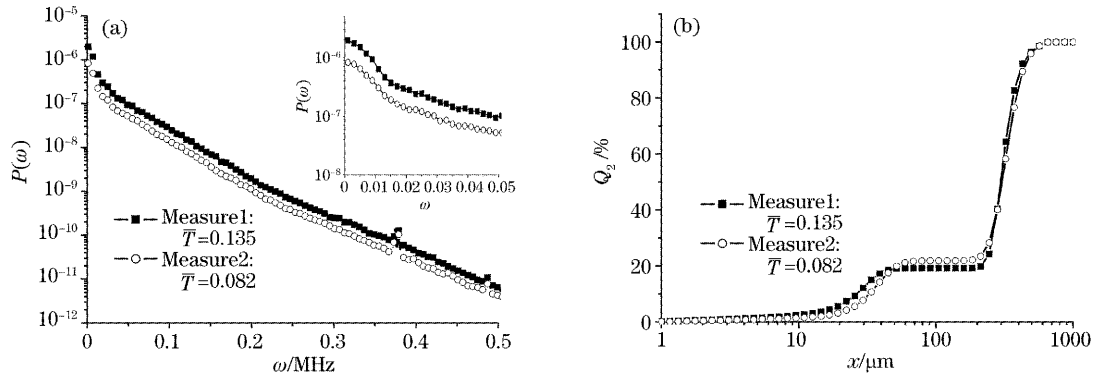


图 6 双峰分布颗粒系的透射率起伏谱和颗粒粒径分布

Fig. 6 Spectra of the transmission fluctuations and particle size distributions for a bimodal particle system

出的方法可测量双峰分布的颗粒系;然而,小颗粒所占的份额与实际值相比小很多,这主要是由光束分布偏离理想情况引起的。

5 讨 论

本文理论、模拟计算和实验测试中,颗粒的形状被设定为球形;理论中假定颗粒是全黑的,即颗粒对入射光只吸收不散射;颗粒的体积分数被限定在很低的范围;光线的传播满足几何光学,忽略了衍射效应。

在消光起伏光谱法中,颗粒的体积分数是根据测量得到的颗粒粒径分布来得到,当对非球形颗粒测量时,如果颗粒形状被设定为球形,则得到的体积分数会比实际值偏高,一般可通过设定一个形状因子进行修正。

全黑颗粒这一假定忽略了颗粒对入射光的散射和衍射效应,当对透射光作近场接收时可导致测量误差。然而,在本文的实验装置中,由于采用了窄激光束、小接收面积光接收器,散射光和衍射光能被接收的几率非常小,故可忽略不计^[17]。基于同样理由可排除杂散光的干扰因素。

颗粒的低体积分数限定忽略了颗粒与颗粒之间交叠等因素对透过率起伏谱频谱响应的影响,这些因素在体积分数升高时会越来越明显,从而可对颗粒粒径分布的测量产生较大的误差进而对体积分数的测量产生影响^[18,19]。

6 结 论

提出了一种新的颗粒分析方法——透过率起伏谱分析法,并给出了低体积分数情况下的理论表达式。理论分析表明:透过率起伏谱的特征与光束分布(包括光束相对颗粒的大小和光强分布)、颗粒粒径、颗粒流速以及颗粒体积分数有关。在颗粒体积分数较小时,其特征只与光束分布、颗粒粒径和颗粒流速有关。因此,根据光束分布和颗粒流速,由透过率起伏谱可得到颗粒的粒径信息。对于单分散颗粒系,当颗粒粒径大于光束直径时,透过率起伏谱的第一、第二极小位置对光束参量(光束大小和光强分布)不敏感,它们出现在固定的无因次频率参量值。据此可直接得到单分散颗粒系的粒径大小,并由此结合透过率平均值得到颗粒体积分数信息。对于多分散颗粒系,其透过率平均值(以对数形式表示)和起伏谱是各个颗粒粒径分档范围内单分散颗粒系相应物理量的线性组合。因此,可通过逆运算获得该颗粒体系的粒径分布和体积分数。该测量方法装置

简单、价格便宜,而且可在很短的时间内完成单次测量并同时得到关于颗粒粒径分布和体积分数结果,因此可望发展成一种在线、实时测量手段。然而,理论和实验发现,光束的品质对测量结果影响很大。

参 考 文 献

- 1 N. Wang, X. Cai, G. Zheng *et al.*. *Optical Particle Sizing and its Applications* [M]. Beijing: Atomic Energy Press, 2000 (in Chinese) 王乃宁,蔡小舒,郑刚等. 颗粒粒径的光学测量及应用[M]. 北京:原子能出版社,2000
- 2 J. Gregory. Turbidity fluctuations in flowing suspensions[J]. *J. Colloid and Interface Science*, 1985, **105**(2): 357~371
- 3 U. Riebel. An estimate on some statistical properties of extinction signals in dilute and concentrated suspensions [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 1991, **8**(1~4): 95~99
- 4 U. Krauter. Grundlagen zur in-situ Partikelgrößenanalyse mit licht und ultraschall in konzentrierten partikelsystemen [D]. Karlsruhe, 1995
- 5 M. A. Breitenstein. Grundlagnuntersuchung zur statistischen Partikelgrößenspektrometrie mittels Auswertung der Transmissionsfluktuation von Licht in Dispersen Systemen [D]. Cottbus 2000
- 6 J. Shen. Particle size analysis by transmission fluctuation spectrometry: Fundamentals and case studies [D]. Cuvillier Verlag Göttingen, 2003
- 7 J. Shen, U. Riebel, X. Guo. Transmission fluctuation spectrometry with spatial correlation [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 2005, **22**(1): 24~37
- 8 J. Shen, U. Riebel, X. Guo. Measurements on particle size distribution and concentration by transmission fluctuation spectrometry with temporal correlation [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(16): 2098~2100
- 9 U. Riebel, U. Kröuter. Extinction of radiations in sterically interacting systems of monodisperse spheres. Part 1: theory [J]. *Particle and Particle System Characterization*, 1994, **11**(3): 212~221
- 10 J. Shen. Particle Sizing by Spectral Analysis on Transmission Fluctuations: Theory and Simulation. (Unpublished work)
- 11 M. S. Ripoll, C. F. Tejero. Approximate analytical expression for the direct correlation function of hard discs within the Percus-Yevick equation [J]. *Molecular Physics*, 1995, **85**(2): 423~428
- 12 J. K. Percus, G. J. Yevick. Analysis of classical statistical mechanics by means of collective coordinates [J]. *Phys. Rev.*, 1958, **110**(1): 1~13
- 13 J. Shen, U. Riebel. Transmission fluctuation spectrometry in concentrated suspensions. Part One: Effects of the monolayer structure [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 2004, **21**(6): 429~439
- 14 M. Kandlikar, G. Ramachandran. Inverse methods for analysing aerosol spectrometry measurements: A critical review [J]. *J. Aerosol Science*, **30**(4): 413~437
- 15 S. Twomey. *Introduction to the Mathematics of Inversion in Remote Sensing and Indirect Measurements* [M]. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1977
- 16 F. Ferri, A. Bassini, E. Paganini. Modified version of chahine algorithm to invert spectral extinction data for particle sizing [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(25): 5829~5839
- 17 J. Shen, U. Riebel. Extinction by a large spherical particle located in a narrow Gaussian beam [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 2001, **18**(5/6): 254~261
- 18 U. Riebel, J. Shen. Transmission fluctuation spectrometry in concentrated suspensions. Part 2: Particle overlapping [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 2004, **21**(6): 440~454
- 19 J. Shen, U. Riebel. Transmission fluctuation spectrometry in concentrated suspensions. Part three: measurements [J]. *Particle & Particle System Characterization*, 2005, **22**(1): 14~23