

文章编号: 0253-2239(2006)03-0321-5

# 光轴方向任意时光折变晶体中体全息光栅的衍射性质\*

闫爱民 刘立人 刘德安 周煜 栾竹

(中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800)

**摘要:** 利用坐标旋转方法和 Kogelnik 耦合波理论, 建立了光轴方向任意时单轴晶体中体光栅布拉格衍射的耦合波方程, 分析了 LiNbO<sub>3</sub> 晶体的光轴方向对光折变体全息光栅的各向同性和各向异性布拉格衍射性质的影响。模拟计算表明, 在给定光栅的结构参量时, 通过适当选择光轴方向角可以使得光折变体光栅的各向同性和各向异性布拉格衍射的衍射效率达到最大, 给出了相应类型的衍射效率取得最大值时晶体光轴的大致方向。这些理论分析为光折变体全息光学器件的优化设计和进一步广泛应用提供了很好的理论参考依据。

**关键词:** 衍射光学; 体全息光栅; 光折变晶体; 布拉格衍射

中图分类号: O438 文献标识码: A

## The Diffraction Properties of Volume Holographic Gratings in Photorefractive Crystal in the Discretional Direction of Optical Axis

Yan Aimin Liu Liren Liu Dean Zhou Yu Luan Zhu

(Information Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** The coupled wave equations of volume holographic grating in photorefractive single-axis crystal in the discretional direction of the optical axis are derived in terms of proper coordinate transformation and Kogelnik's one-dimensional coupled wave theory. The influences of the optic axis on the isotropic and anisotropic diffraction properties of volume grating in LiNbO<sub>3</sub> crystal are investigated. It is found that when the geometric parameters of the gratings are given, the diffraction efficiency of the isotropic and anisotropic Bragg diffractions can be maximized by properly choosing the direction of optical axis of LiNbO<sub>3</sub> crystal. And the approximately proper direction of the crystal axis is given when the corresponding diffraction efficiency is maximum. All the theoretical results are very useful for the optimum design and wide applications of many volume holographic elements based on volume grating structures.

**Key words:** diffraction optics; volume holographic grating; photorefractive crystals; Bragg diffraction

## 1 引 言

光折变晶体是一种综合性质优良的体全息存储和光学信息处理材料, 在当前高科技领域, 尤其是国防、航天、通信等领域中都有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。它可以通过光折变效应在晶体内写入体相位光栅。对光折变晶体中记录产生的体全息光栅的衍射性质的研究是目前光折变晶体在实际应用中面临的重要课题, 许多研究者也做过这方面的工作<sup>[2~5]</sup>。众所周知, 单轴各向异性材料(如 LiNbO<sub>3</sub> 晶体)中传播光波的重要性质就是双折射<sup>[6]</sup>, 由于单轴晶体的各向异性, o 光和 e 光也能够互相耦合, 因此在不同体光

栅条件下, 有两种布拉格衍射类型: 各向同性布拉格衍射和各向异性布拉格衍射。当电光张量的非对角元素参与了体光栅的建立时有可能发生各向异性的衍射, 此时若满足光栅的相位匹配条件, 寻常偏振的读出光可以衍射成为非常偏振的衍射光束, 反之亦然。各向异性衍射的体全息光栅及其光学元件在光存储、光信息处理、光开关、光互连等信息光学领域中都有着重要且广泛的应用。

LiNbO<sub>3</sub> 晶体属于各向异性介质, 它的介电常量是二阶张量, 因此光在这种介质中的传播规律受介电常量的分布, 因而折射率的分布所制约。而且介电常量是一个易受外部和内部因素变化的物理

\* 国家自然科学基金(60177106)和国家科学技术部(2002CCA03500)资助课题。

作者简介: 闫爱民(1976~), 女, 中国科学院上海光学精密机械研究所博士, 主要从事光学信息处理及衍射光学方面的研究。E-mail: yanaimin@mail.siom.ac.cn

收稿日期: 2005-04-04; 收到修改稿日期: 2005-07-06

量,它又与决定晶体光学性质的光率体、折射率面等密切相关。其中晶体的光轴方向是影响光在各向异性介质中传播性质、光折变体全息光栅的性质以及折射率变化的一个不可忽视的重要因素。所以,进一步深入研究晶体的光轴方向对光折变全息光栅衍射性质的影响,对体全息理论和应用的发展也是很重要的。本文以  $\text{LiNbO}_3$  晶体为光折变体全息的记录材料,利用 Kogelnik 耦合波理论,讨论了平板边界的光折变体全息光栅在晶体光轴为任意方向时的各向同性和各向异性布拉格衍射性质。

## 2 理论模型

考虑如图 1 所示的光折变体全息光栅的衍射结

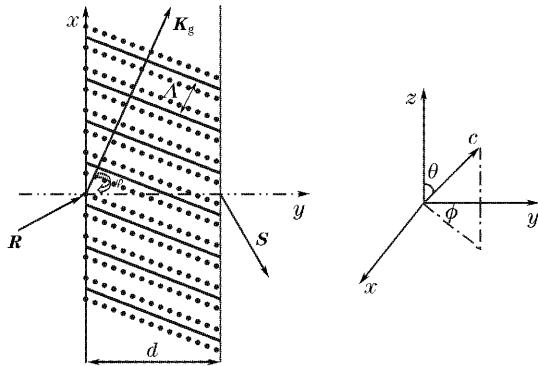


图 1 光折变光栅的结构示意图。其中  $\Delta$  为光栅间距,  $R$  和  $S$  分别代表读出光和衍射光,  $d$  为光栅厚度,  $c$  表示光轴方向

Fig. 1 Schematic diagram of photorefractive volume grating.  $\Delta$ : grating pitch,  $R$  and  $S$  are the transmitted and diffracted beams,  $d$ : grating thickness,  $c$ : optical axis direction

构。其中,光栅的边界法线与  $y$  轴同向,光栅矢量  $\mathbf{K}_g$  假设在  $xy$  面内,

$$\mathbf{K}_g = K_g (\sin \varphi \mathbf{e}_x + \cos \varphi \mathbf{e}_y).$$

在光折变晶体内由光折变效应产生的空间电荷场的方向设与形成的光栅波矢  $\mathbf{K}_g$  同向,即

$$\mathbf{E}^{\text{sc}} = E_0 [\exp(-j\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r}) + \exp(j\mathbf{K}_g \cdot \mathbf{r})] \mathbf{K}_g,$$

其中  $E_0$  是空间电荷场的大小。晶体的光轴  $c$  假设沿着任意方向,其单位矢量写为

$$\mathbf{e}_c = c_x \mathbf{e}_x + c_y \mathbf{e}_y + c_z \mathbf{e}_z = \sin \theta \sin \phi \mathbf{e}_x + \sin \theta \cos \phi \mathbf{e}_y + \cos \theta \mathbf{e}_z,$$

为了讨论问题方便,我们引入另外一套坐标系即主轴坐标系,其中光轴方向  $c$  与  $z'$  轴重合。在主轴坐标系中晶体的介电张量可以表示为

$$\boldsymbol{\epsilon}_p = \begin{bmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中  $\epsilon_o = n_o^2$  和  $\epsilon_e = n_e^2$  为晶体中寻常光和非常光的主折射率。同时也将晶体通过光折变效应产生的空间电荷场变换到主轴坐标系中,记为  $E_i^{\text{sc}}(l' = x', y', z')$ , 其中各个分量与原坐标系中各分量的关系为

$$E_x^{\text{sc}} = E_x^{\text{sc}} \cos \phi - E_y^{\text{sc}} \sin \phi,$$

$$E_y^{\text{sc}} = E_x^{\text{sc}} \cos \theta \sin \phi + E_y^{\text{sc}} \cos \theta \cos \phi,$$

$$E_z^{\text{sc}} = E_x^{\text{sc}} \sin \theta \sin \phi + E_y^{\text{sc}} \sin \theta \cos \phi,$$

$E_i^{\text{sc}}(l = x, y, z)$  为原坐标系中空间电荷场的三个分量。 $\text{LiNbO}_3$  晶体在外电场作用下,通过线性电光效应将引起折射率的变化:

$$\Delta \left( \frac{1}{\boldsymbol{\epsilon}_p} \right)_{jk} = \tilde{\mathcal{F}}_{ijk} E_l^{\text{sc}}, \quad (2)$$

其中  $\tilde{\mathcal{F}}$  为电光系数<sup>[7]</sup>。将  $\Delta \boldsymbol{\epsilon}_p$  再进行反坐标变换

$$\Delta \boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{M} \Delta \boldsymbol{\epsilon}_p \mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} -n_o^4 (r_{22} E_y^{\text{sc}} - r_{13} E_{scz'}) & -n_o^4 r_{22} E_x^{\text{sc}} & n_o^2 n_e^2 r_{51} E_x^{\text{sc}} \\ -n_o^4 r_{22} E_x^{\text{sc}} & -n_o^4 (r_{22} E_y^{\text{sc}} + r_{13} E_z^{\text{sc}}) & n_o^2 n_e^2 r_{51} E_y^{\text{sc}} \\ n_o^2 n_e^2 r_{51} E_x^{\text{sc}} & n_o^2 n_e^2 r_{51} E_y^{\text{sc}} & n_e^4 r_{33} E_z^{\text{sc}} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

其中  $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & \sin \theta \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \theta \cos \phi & \sin \theta \cos \phi \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$  为坐标旋转矩阵。

当一束入射光以波矢量  $\mathbf{k}_i$  入射到晶体界面上时,由于晶体的双折射效应将分为两束光,即  $o$  光和  $e$  光。由于晶体的各向异性和体全息光栅的存在,在光折变晶体内当满足一定的布拉格匹配条件时可以

发生双光束耦合。于是,晶体内的合光场可表示为

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_{R_o} A_o \exp(-j\mathbf{k}_{R_o} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{e}_{R_e} A_e \exp(-j\mathbf{k}_{R_e} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{e}_{S_o} B_o \exp(-j\mathbf{k}_{S_o} \cdot \mathbf{r}) + \mathbf{e}_{S_e} B_e \exp(-j\mathbf{k}_{S_e} \cdot \mathbf{r}), \quad (4)$$

其中  $\mathbf{k}_{R_o}$ 、 $\mathbf{k}_{R_e}$  和  $\mathbf{k}_{S_o}$ 、 $\mathbf{k}_{S_e}$  分别为入射光的  $o$  光、 $e$  光和衍射光的  $o$  光、 $e$  光的波矢;  $\mathbf{e}_{R_o}$ 、 $\mathbf{e}_{R_e}$  和  $\mathbf{e}_{S_o}$ 、 $\mathbf{e}_{S_e}$  为相应

的偏振矢量;  $A_o, A_e, B_o, B_e$  为光波偏振分量的振幅。将(3)式和(4)式代入到波动方程,取与Kogelnik理论同样的近似,可得耦合波方程:

$$\begin{cases} \partial A_o / \partial y = j(\kappa_{RoSo} B_o + \kappa_{RoSe} B_e), \\ \partial A_e / \partial y = j(\kappa_{ReSo} B_o + \kappa_{ReSe} B_e), \\ \partial B_o / \partial y = j(\kappa_{ij} \kappa_{RoSo} A_o + \kappa_{SoRe} A_e), \\ \partial B_e / \partial y = j(\kappa_{ij} \kappa_{SeRo} A_o + \kappa_{SeRe} A_e), \end{cases} \quad (5)$$

其中耦合系数  $k_{ij} = \frac{\pi}{\lambda n_i \cos \delta_i} \cdot r_{\text{eff}}, i, j = \text{Ro, Re, So,}$

$\text{Se}, r_{\text{eff}} = e_i^* \cdot \Delta \epsilon \cdot e_j; \kappa_{RoSo}, \kappa_{ReSe}$  是各向同性衍射的耦合系数;  $\kappa_{RoSe}, \kappa_{ReSo}$  是各向异性衍射的耦合系数。在给定边界条件的情况下,耦合波方程很容易求解,从而可得到光折变光栅的衍射效率<sup>[8]</sup>。

### 3 光轴方向对四种布拉格衍射的影响

讨论中选用的各参量为:  $\text{LiNbO}_3$  晶体的  $n_o = 2.286, n_e = 2.200, \lambda = 633 \text{ nm}, d = 2 \text{ mm}, \varphi = 45^\circ$ , 光栅间距  $\Lambda = 0.23 \mu\text{m}, r_{13} = 8.6 \times 10^{-12} \text{ m/V}, r_{22} = 3.4 \times 10^{-12} \text{ m/V}, r_{51} = 28.0 \times 10^{-12} \text{ m/V}, r_{33} = 30.8 \times 10^{-12} \text{ m/V}$ <sup>[9]</sup>。

在入射角、光栅矢量方向等参量给定的情况下,可以给出四种不同类型的布拉格衍射的衍射效率关

于光轴的方向角  $\theta$  和  $\phi$  的变化关系,其中方位角  $\theta \in [0, 180^\circ], \phi \in [0, 180^\circ]$ 。图2和图3分别给出了各向同性衍射和各向异性衍射的衍射效率对于不同光轴方向角的关系曲线。从图2(a)和图2(b)可以看出,对于 oo 型衍射,衍射效率的最大值发生在  $\phi \approx 90^\circ$ 。而图2(c)和图2(d)显示 ee 型衍射在  $\theta$  分别约为  $30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$  时有三个衍射效率的极大值。从图3可以看出,对于各向异性衍射,衍射效率的最大值都在  $\theta \approx 45^\circ$ 。为了确定方位角  $\phi$  对衍射效率极值的影响,图4和图5分别给出了四种布拉格衍射,在  $\theta$  分别取  $30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 150^\circ$  时,衍射效率随  $\phi$  的变化曲线。从这些曲线可知, oo 型和 eo 型衍射在  $\phi \approx 110^\circ$ , ee 型衍射在  $\phi \approx 45^\circ$ , oe 型衍射在  $\phi \approx 0^\circ$  或  $180^\circ$  时,各自的衍射效率取到最大值。因此,可以得到:在入射角和光栅矢量方向一定的情况下,对于 oo 型衍射,在光轴在  $xy$  面内且与  $y$  轴的交角为  $110^\circ$  时,衍射效率最大;对于 oe 型衍射,在光轴与  $xy$  面交角为  $45^\circ$  且与  $y$  轴平行或者反平行时,衍射效率最大;对于 eo 型衍射,在光轴与  $xy$  面交角为  $45^\circ$  且与  $y$  轴交角约为  $110^\circ$  时,衍射效率最大;对于 ee 型衍射,在光轴在  $xy$  面内且与  $y$  轴的交角为  $45^\circ$  时,衍射效率最大。

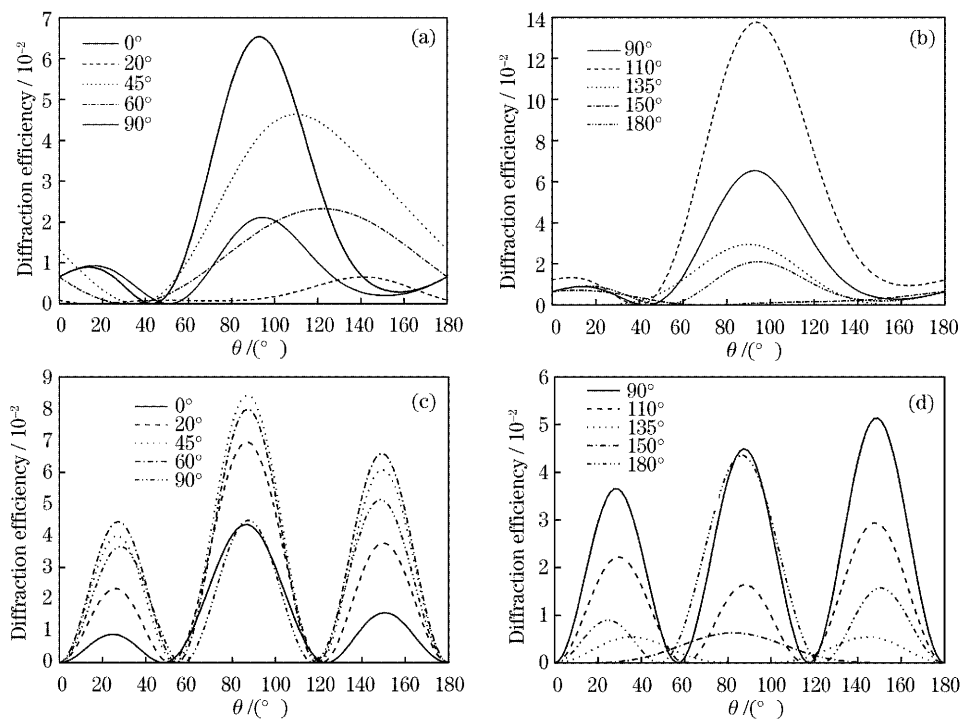


图2 各向同性衍射的衍射效率在  $\phi$  取不同值时,随着光轴方向角  $\theta$  的变化曲线。(a),(b)为 oo 型衍射,(c),(d)为 ee 型  
 Fig.2 The diffraction efficiency curves of isotropic diffraction as a function of  $\theta$  for several values of  $\phi$ . (a), (b) oo, (c), (d) ee

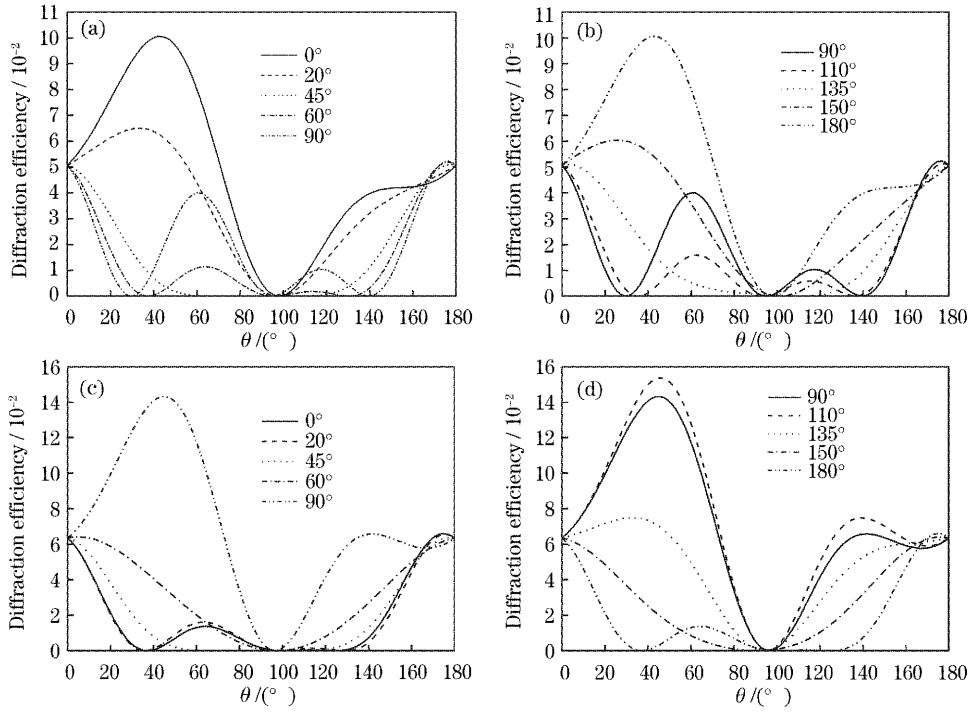


图 3 各向异性衍射的衍射效率在  $\phi$  取不同值时, 随着光轴方向角  $\theta$  的变化曲线。(a), (b) oe 型衍射, (c), (d) eo 型衍射  
 Fig. 3 The diffraction efficiency curves of anisotropic diffraction as a function of  $\theta$  for several values of  $\phi$ . (a), (b) oe, (c), (d) eo

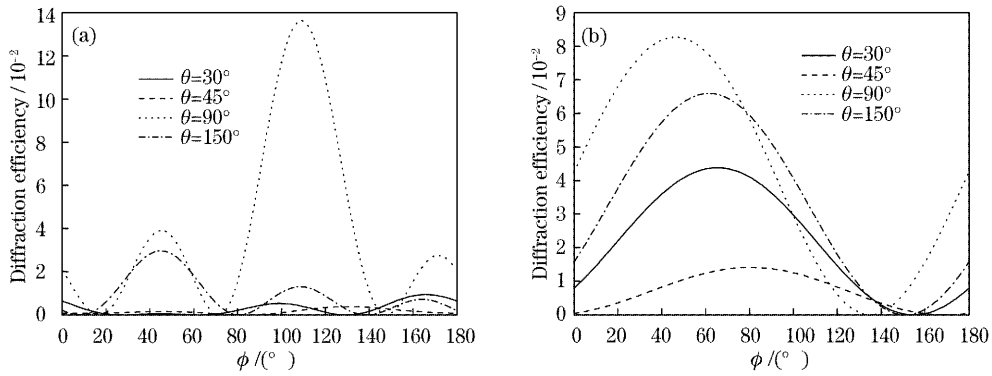


图 4 各向同性衍射的衍射效率在  $\theta$  取不同值时, 随着光轴方向角  $\phi$  的变化曲线。(a) oo 型衍射, (b) ee 型衍射  
 Fig. 4 The diffraction efficiency curves of anisotropic diffraction as a function of  $\phi$  for several values of  $\theta$ . (a) oo, (b) ee

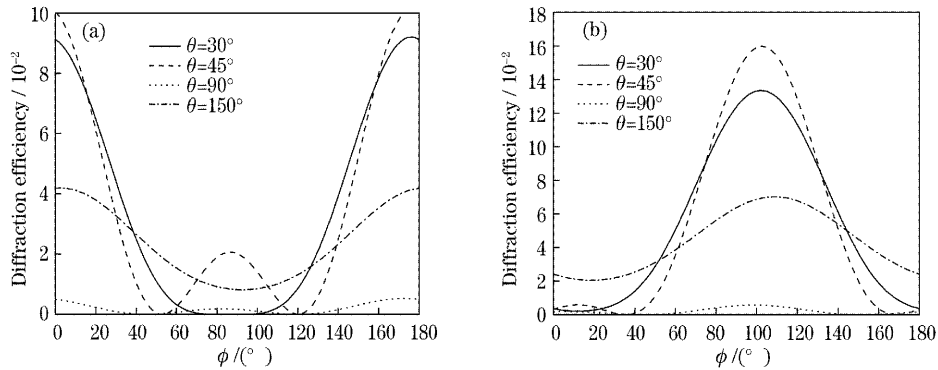


图 5 各向异性衍射的衍射效率在  $\theta$  取不同值时, 随着光轴方向角  $\phi$  的变化曲线。(a) oe 型衍射, (b) eo 型衍射  
 Fig. 5 The diffraction efficiency curves of anisotropic diffraction as a function of  $\phi$  for several values of  $\theta$ . (a) oe, (b) eo

## 4 结 论

研究了  $\text{LiNbO}_3$  晶体中的光折变体全息光栅的布拉格衍射性质。对于光轴方向任意的平板边界的体全息光栅,讨论了晶体的光轴方向对四种不同类型布拉格衍射的衍射效率的影响,给出了衍射效率取得最大值时晶体光轴的取向。在光折变材料中,调制的空间电荷场导致晶体产生折射率光栅,而空间电荷场是由载流子的迁移形成的,载流子的迁移主要受漂移、扩散和光伏效应作用的影响,这三种作用与晶体的光轴方向密切相关。光折变晶体中产生的折射率光栅调制的大小决定了光学器件的衍射性能,如衍射光振幅和偏振状态、衍射效率等,可以根据具体光学器件设计的需要来选择合适的光轴方向。本文的研究结果对于那些基于光折变体光栅的全息光学器件的最优化设计、体全息的多重存储性能的优化、偏振转换器件以及波分复用器件的设计等方面具有重要的理论指导意义。

## 参 考 文 献

- 1 T. K. Gaylord, M. G. Moharam. Analysis and applications of optical diffraction by gratings [J]. *Proc. IEEE*, 1985, **73**(5): 894~937
- 2 Xu Xinguang, Xu Guibao, Hu Dawei *et al.*. Photorefractive holographic storage properties in Ce:Fe-doped  $\text{LiNbO}_3$  crystals[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(7): 947~952 (in Chinese)  
许心光,许贵宝,胡大伟等. 掺 Ce,Fe 系列  $\text{LiNbO}_3$  晶体光折变效应光存储特性[J]. *光学学报*, 2004, **24**(7): 947~952
- 3 Wan Yuhong, Yuan Wei, Liu Guoqing *et al.*. Study on the characteristics of scattering noise in photorefractive holographic storage [J]. *Chin. J. Lasers*, 2003, **30**(6): 529~532 (in Chinese)  
万玉红,袁 桦,刘国庆等. 光折变晶体体全息存储中散射噪声特性的研究[J]. *中国激光*, 2003, **30**(6): 529~532
- 4 Baozhen Ge, Qieni Lu, Yimo Zhang. Particle digital in-line holography with spherical wave recording[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(9): 517~519
- 5 Claire Gu, Pochi Yeh. Diffraction properties of fixed gratings in photorefractive media[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1990, **7**(12): 2339~2346
- 6 A. Yariv, P. Yeh. *Optical Waves in Crystals* [M]. New York: Wiley, 1984. 156~189
- 7 Liu Simin, Guo Ru, Xu Jingjun. *Photorefractive Nonlinear Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1992. 91~102 (in Chinese)  
刘思敏,郭 儒,许京军. 光折变非线性光学[M]. 北京: 科学出版社, 1992. 91~102
- 8 H. Kogelnik. Coupled wave theory for thick hologram gratings [J]. *Bell Syst. Tech. J.*, 1969, **48**(9): 2909~2947
- 9 E. N. Glytsis, T. K. Gaylord. Three-dimensional (vector) rigorous coupled-wave analysis of anisotropic grating diffraction [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1990, **7**(8): 1399~1420

1 T. K. Gaylord, M. G. Moharam. Analysis and applications of optical