

文章编号: 0253-2239(2006)02-0176-5

深空光通信中图像信标的捕获和跟踪

徐科华 马 晶 谭立英

(哈尔滨工业大学可调谐激光技术国家级重点实验室, 哈尔滨 150001)

摘要: 用激光进行深空探测科学数据回传, 上行信标光衰减严重, 不能提供足够高的跟踪速率, 因此常采用自然天体图像作为信标。对该信标的捕获和跟踪是深空光通信链路成功建立和保持的关键。在航天器上存储一幅目标天体图像做参考, 利用该图像和探测图像的相关性对该信标进行捕获, 理论分析和仿真结果都表明, 可以精确地确定光通信天线的初始对准方向, 使跟瞄系统进入跟踪模式。基于离散傅里叶变换和极大似然方法对信标的平移进行计算, 需要解一个非线性方程组, 线性近似计算结果表明平移量总误差在 0.5 个像素以内, X 方向的平移误差为 3.3%, Y 方向的平移误差为 2.7%, 可以满足深空通信的要求, 因而是一种可行的方案。

关键词: 光通信; 深空光通信; 相关性; 离散傅里叶变换; 极大似然方法; 仿真

中图分类号: TN929.13 文献标识码: A

Acquisition and Tracking of Image Beacon for Deep Space Optical Communication

Xu Kehua Ma Jing Tan Liying

(State Key Laboratory of Tunable Laser Technology, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

Abstract: With laser to return the scientific data of deep space exploration to earth, the up beacon cannot provide enough tracking rate for its serious optical attenuation, so the image of a natural object is usually used as the beacon. Successful acquisition and beacon tracking is the key of setting and keeping the deep space optical communication link. Storing an image in the aircraft as the reference, using the correlation of the reference image and the detected image to acquire the beacon, the theoretical analysis and computer simulation show that it can accurately confirm the initialized pointing direction of the optical antenna and make PAT subsystem enter the tracking model. Calculating the translation of beacon based on discrete Fourier transform (DFT) and maximum likelihood criterion, need solve two nonlinear equations, and the linearly approximated result shows that the total translation error is below 0.5 pixel, the translation error in X direction is 3.3%, and the translation error in Y the direction is 2.7%, can meet the need of deep space optical communication, so it is a feasible scheme.

Key words: optical communication; deep space optical communication; correlation; discrete Fourier transform; maximum likelihood criterion; simulation

1 引 言

随着深空探测任务多样性带来数据量的增加, 深空探测器向小型化、轻量化方向发展, 美国航空和宇航局(NASA)在上世纪 80 年代初期提出用激光来进行深空探测下行数据传输的发展计划^[1]。在深空距离下进行激光通信, 上行光束因受到各种因素制约而不宜作为信标, 因此美国航空航天局属下的喷气推进实验(JPL)提出采用自然天体图像作为信

标, 其中以地球或其附近的天体的图像作为信标是其中一种可行的方案, 其不仅可以提供足够高的跟踪速率, 还可以保持航天器星上光通信终端相对于上行链路的独立性, 因此是一种较理想的方案^[2]。

采用地球或其附近天体图像作为信标, 在信标的捕获阶段需要精确确定图像的中心, 根据地面站和图像中心的相对位置来确定星上光通信终端天线的精确指向。在跟踪阶段需要根据图像在信标探测

作者简介: 徐科华(1979~), 男, 湖南邵东人, 哈尔滨工业大学物理电子学博士研究生, 主要从事空间光通信和光学信息处理的研究。E-mail: xukehua2001@163.com

收稿日期: 2005-03-30; 收到修改稿日期: 2005-07-08

器视场内的微小移动来更新天线的指向,从而保持光通信链路不中断。本文将对其进行具体分析。

2 信标的捕获

任何一幅灰度图像都可用二维矩阵来表示,用 $s(m, n)$ 来表示深空探测器上存储的参考图像,其大小为 $M \times N$, 该图像的中心可表示为

$$\begin{aligned} x &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} m \cdot s(m, n) / \left[\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} s(m, n) \right], \\ y &= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} n \cdot s(m, n) / \left[\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} s(m, n) \right], \end{aligned} \quad (1)$$

系统探测到的信标图像 $r(m, n)$ 可近似为参考图像 $s(m, n)$ 与附加高斯白噪声 $g(m, n)$ 的和,各像素上的噪声相互独立^[3,4],如下式所示:

$$r(m, n) = s(m, n) + g(m, n). \quad (2)$$

设整个信标探测器的视场内的图像可表示为 $f(p, q)$, 其大小为 $P \times Q$, 且 $P > M, Q > N$, 则 $r(m, n) \subset f(p, q)$, 求 $f(p, q)$ 和 $s(m, n)$ 的相关系数 $C(p, q)$, 如下式所示:

$$\begin{aligned} C(p, q) &= \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(i, j) s(i - p, j - q), \\ p &= 0, 1, \dots, P - 1; \quad q = 0, 1, \dots, Q - 1 \end{aligned} \quad (3)$$

求出 $C(p, q)$ 的极大值点, 设其为 (x_1, y_1) , 则表示在 (x_1, y_1) 点两图像具有最大相似性, 表明在该点成功地捕获到信标。求 $C(p, q)$ 极大值除直接求解以外, 还可采用遗传算法^[5], 但是遗传算法效率太低, 不利于系统的实时工作。

求 (x_1, y_1) 的值, 则信标图像的中心可表示为

$$\begin{cases} X = x + (x_1 - M + 1), \\ Y = y + (y_1 - N + 1). \end{cases} \quad (4)$$

根据地面站与参考图像中心位置的关系可以确定该时刻地面站在信标探测器上的位置, 从而精确地控制天线的对准方向, 使对准误差控制在 $1/2$ 个像素内。

3 信标的跟踪

在完成信标的捕获后, 即可精确确定光通信终端天线的初始指向, 此时可缩小信标探测器的视场, 使跟瞄子系统进入跟踪模式, 跟踪模式下系统的主要任务是计算信标图像在信标探测器视场内的平移量 (x_t, y_t) , 控制天线实时对准地面接收站方向。

根据前面的假设, 由于地球受云层覆盖的影响, 其反射率不同, 给信标图像中心位置的计算带来误

差, 可以合理地把实际探测到的 $r(m, n)$ 近似为 $s(m, n)$ 与 $g(m, n)$ 之和, 可以通过二维离散傅里叶变换和极大似然方法对信标图像的平移量进行计算^[3,6,7]。对实际信标图像进行离散傅里叶变换, 可表示为

$$R_F(m, n) = S_F(m, n) + G_F(m, n), \quad (5)$$

上式中 $S_F(m, n), G_F(m, n)$ 是参考图像和附加高斯白噪声的离散傅里叶变换, 可表示为

$$\begin{cases} S_F(m, n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} s(i, j) \times \\ \quad \exp\left[-i2\pi\left(\frac{m}{M}i + \frac{n}{N}j\right)\right], \\ G_F(m, n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} g(i, j) \times \\ \quad \exp\left[-i2\pi\left(\frac{m}{M}i + \frac{n}{N}j\right)\right], \end{cases} \quad (6)$$

设地球图像从 t_1 到 t_2 时刻在信标探测器视场内的平移量为 x_t, y_t , 该图像可表示为

$$s_2(m, n) = s(m - x_t, n - y_t), \quad (7)$$

对平移后的图像进行离散傅里叶变换, 可表示为

$$S_2(m, n) = S(m, n) \exp[i\theta(x_t, y_t)], \quad (8)$$

式中 $\theta(x_t, y_t)$ 表示平移后的图像和原始图像在傅里叶变换域内相位角之差, 可表示为

$$\theta(x_t, y_t) = -2\pi\left(\frac{m}{M}x_t + \frac{n}{N}y_t\right), \quad (9)$$

平移后实际探测到的信标图像的离散傅里叶变换可表示为

$$\begin{aligned} R_2(m, n) &= S(m, n) \exp[i\theta(x_t, y_t)] + \\ &G_2(m, n), \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $G_2(m, n)$ 是各像素上附加高斯白噪声的离散傅里叶变换。

由于 $g_2 = r_2 - s_2$ 是各像素上的高斯白噪声, $g_2(m, n)$ 中的各项独立同分布, 且都服从高斯分布, 其概率密度函数为

$$g(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad (11)$$

式中 σ 为高斯函数的均方差, $g_2(m, n)$ 中各元素的积可表示为

$$\begin{aligned} f(r_2 | x_t, y_t) &= \prod_{i=0}^{(M-1)(N-1)} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{n_i^2}{2\sigma^2}\right) = \\ &\frac{1}{(\sigma \sqrt{2\pi})^{MN}} \exp\left(-\frac{\|r_2 - s_2\|^2}{2\sigma^2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

显然, 上式是平移量为 $(x_t, y_t), r_2$ 的条件概率密度函数, 对其取极大值, 即对 (x_t, y_t) 进行极大似然估计, 设 (\hat{x}_t, \hat{y}_t) 是 (x_t, y_t) 的极大似然估计, 则极大似

然函数可表示为

$$f(r_2 | \hat{x}_t, \hat{y}_t) = \max_{\{(x_t, y_t)\}} f(r_2 | x_t, y_t), \quad (13)$$

将(12)式代入(13)式,要使极大似然函数取得极大值,只需其指数部分取得极大值,即

$$\max_{\{(x_t, y_t)\}} f(\bar{r}_2 | x_t, y_t) = \min_{\{(x_t, y_t)\}} \|r_2 - s_2\|^2 = \min_{\{(x_t, y_t)\}} \|r_2 - L_{x_t, y_t}(s_1)\|^2, \quad (14)$$

式中 L 表示平移操作。

根据离散傅里叶变换的性质,有

$$\|r_2 - s_2\|^2 = \frac{1}{MN} \|F(r_2) - F(s_2)\|^2 = \frac{1}{MN} \|R_2 - S_1 \exp[i\theta(x_t, y_t)]\|^2, \quad (15)$$

把上式展开,可以得到

$$\|R_2 - S_1 \exp[i\theta(x_t, y_t)]\|^2 = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \{ |R_2(m, n)|^2 + |S_1(m, n)|^2 - 2|\omega(m, n)| \cos(\xi - \theta) \}, \quad (16)$$

式中

$$\omega(m, n) = R_2(m, n)S_1^*(m, n) = |\omega(m, n)| \exp(i\xi). \quad (17)$$

联立(15)式 ~ (17)式,去掉不影响分析结果的常数项,要使似然函数取得极大值,只需 $|\omega(m, n)| \times \cos(\xi - \theta)$ 取得极大值,则极大似然函数可写成

$$f_{x_t, y_t} = \max_{\{(x_t, y_t)\}} \{h(x_t, y_t)\} = \max_{\{(x_t, y_t)\}} \left\{ \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} |\omega(m, n)| \cos(\xi - \theta) \right\}, \quad (18)$$

$h(x_t, y_t)$ 分别对 x_t, y_t 求偏导数,式中 θ 值如(9)式所示,则

$$\begin{cases} h_x = \frac{\partial h(x_t, y_t)}{\partial x_t} = -\frac{2\pi}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{m}{M} |\omega(m, n)| \sin(\xi - \theta), \\ h_y = \frac{\partial h(x_t, y_t)}{\partial y_t} = -\frac{2\pi}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{n}{N} |\omega(m, n)| \sin(\xi - \theta). \end{cases} \quad (19)$$

使似然函数取得极大值的点必是 $h(x_t, y_t)$ 的驻点,即 h_x, h_y 等于 0,则上式可改写为

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} m |\omega(m, n)| \sin(\xi - \theta) = 0, \quad \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} n |\omega(m, n)| \sin(\xi - \theta) = 0. \quad (20)$$

在跟踪模式下,平移量通常非常小, $\xi - \theta$ 非常小, $\sin(\xi - \theta) \approx (\xi - \theta)$,因此上式可写成

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} m |\omega(m, n)| (\xi - \theta) = 0, \quad \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} n |\omega(m, n)| (\xi - \theta) = 0, \quad (21)$$

把(9)式代入上式,则

$$\begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N m |\omega(m, n)| \xi = \hat{x}_t \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N m \frac{m}{M} |\omega(m, n)| + \hat{y}_t \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N m \frac{n}{N} |\omega(m, n)|, \\ -\frac{1}{2\pi} \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N n |\omega(m, n)| \xi = \hat{x}_t \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N n \frac{m}{M} |\omega(m, n)| + \hat{y}_t \sum_{m=0}^M \sum_{n=0}^N n \frac{n}{N} |\omega(m, n)|, \end{cases} \quad (22)$$

(22)式是关于 (\hat{x}_t, \hat{y}_t) 的线性方程组,解方程组可得到 \hat{x}_t, \hat{y}_t 的值。把 \hat{x}_t, \hat{y}_t 的值代入(9)式,可得到 $\hat{\theta}(m, n)$, 令

$$\hat{R}_2(m, n) = S(m, n) \exp[i\hat{\theta}(m, n)], \quad (23)$$

显然 $\hat{R}_2(m, n)$ 是估计的平移图像, $R_2(m, n)$ 与 $\hat{R}_2^*(m, n)$ 各像素点的乘积 $D(m, n)$ 可表示为

$$D(m, n) = R_2(m, n)S^*(m, n) \exp[-i\hat{\theta}(m, n)] = |S(m, n)|^2 \exp[i\varphi(m, n)] + N_2(m, n)S^*(m, n) \exp[-i\hat{\theta}(m, n)], \quad (24)$$

式中 $\varphi(m, n)$ 是 $\theta(m, n)$ 与 $\hat{\theta}(m, n)$ 之差,可表示为

$$\varphi(m, n) = -2\pi \left[\frac{m}{M}(x_t - \hat{x}_t) + \frac{n}{N}(y_t - \hat{y}_t) \right] = -2\pi \left(\frac{m}{M} \Delta x + \frac{n}{N} \Delta y \right), \quad (25)$$

$D(m, n)$ 各元素之和即是 $R_2(m, n)$ 与 $\hat{R}_2(m, n)$ 的相关系数,其实部为

$$\sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} \text{Re}[D(m, n)]. \quad (26)$$

根据前面推导的极大似然方法,只需上式取得极大值即可求得 $\Delta x, \Delta y$ 。按照前面的求解过程,上式对 $\Delta x, \Delta y$ 求偏导数,令其等于 0,对 $\varphi(m, n)$ 进行小角度近似,可得到

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\partial}{\partial \Delta x} \text{Re}[D(m, n)] = \frac{4\pi^2}{M^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} m^2 |R(m, n)|^2 \Delta x + \\ &\quad \frac{4\pi^2}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} mn |R(m, n)|^2 \Delta y + \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H_x(m, n) = 0, \\ \epsilon_y &= \frac{\partial}{\partial \Delta y} R_1(m, n) \hat{R}_1^*(m, n) = \frac{4\pi^2}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} mn |R(m, n)|^2 \Delta x + \\ &\quad \frac{4\pi^2}{N^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 |R(m, n)|^2 \Delta y + \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H_y(m, n) = 0,\end{aligned}\quad (27)$$

式中

$$\begin{cases} H_x(m, n) = \frac{\partial}{\partial \Delta x} \{N_2(m, n) S^*(m, n) \exp[-i\hat{\theta}(m, n)]\}, \\ H_y(m, n) = \frac{\partial}{\partial \Delta y} \{N_2(m, n) S^*(m, n) \exp[-i\hat{\theta}(m, n)]\}, \end{cases}\quad (28)$$

求 ϵ_x, ϵ_y 均值,则可得到一线性方程组,如下式所示

$$\begin{cases} \frac{4\pi^2}{M^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} m^2 |R(m, n)|^2 \Delta x + \frac{4\pi^2}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} mn |R(m, n)|^2 \Delta y = 0, \\ \frac{4\pi^2}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} mn |R(m, n)|^2 \Delta x + \frac{4\pi^2}{N^2} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} n^2 |R(m, n)|^2 \Delta y = 0, \end{cases}\quad (29)$$

解该方程组即可求得 $\Delta x, \Delta y$ 。则平移量为

$$\hat{x} = \hat{x}_t + \Delta x, \quad \hat{y} = \hat{y}_t + \Delta y, \quad (30)$$

把(30)式的结果作为平移量的计算值,则信标图像中心为

$$X_2 = X + \hat{x}, \quad Y_2 = Y + \hat{y}. \quad (31)$$

根据地面站与信标图像中心位置关系,可以控制深空探测器上光通信终端天线精确的对准接收站位置。

4 捕获、跟踪仿真分析

根据理论分析的结果,假定探测到信标图像是真实图像与附加高斯白噪声之和。各像素上的噪声独立同分布,信噪比定义如下:

$$R_{\text{SN}} = \frac{S}{G} = \frac{1}{\sqrt{MN}} \frac{\|s(m, n)\|}{\sigma}. \quad (32)$$

设深空探测器上存储的参考图像如图 1(a)所示,这是一幅 $257 \text{ pixel} \times 250 \text{ pixel}$ 的地球灰度图像,通过对该图进行边缘提取来模拟太空中观察到的地球图像,在此基础上附加一个高斯白噪声来模拟信标探测器探测到的图像,假设采用的信标探测器为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的 CCD 探测器,则信标探测器探测到的地球图像如图 1(b)所示。

根据信标捕获理论,当捕获的图像信标在信噪

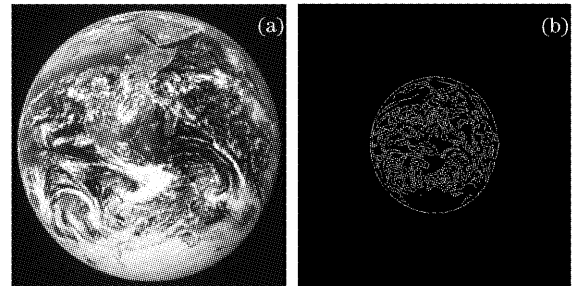


图 1 (a)参考图像,(b)探测到的图像

Fig. 1 (a) The reference image, (b) the detected image
比为 1 时,地球图像的实际中心位置、根据(4)式计算得到的地球图像中心位置以及仅根据信标探测器探测到的地球图像得到的中心位置如表 1 所示。

从表 1 可知,根据图像相关性计算得到的地球图像中心位置和地球图像实际中心位置误差非常小,几乎完全一致,完全满足把对准误差控制在 $1/2$ 个像素内的跟踪条件,使系统进入跟踪模式,仅根据探测到的地球图像来计算其中心位置,误差非常显著,在深空距离下,地面站将不能接收到下行信号光,光通信链路将不可能成功建立。

当图 1(b)中的地球图像在信标探测器视场内进行微小平移时,对跟踪理论进行仿真,得到的结果如图 2 所示。

表 1 根据不同方法计算的地球图像中心

Table 1 The calculated centre of the earth's image based on different methods

The real centre of earth /pixel		The calculated centre of earth's based on Eq. (4) /pixel		The calculated centre of earth's based on detected earth image /pixel	
x	y	x_1	y_1	x_2	y_2
263.1	246.9	263.1	246.9	251.2	254.3

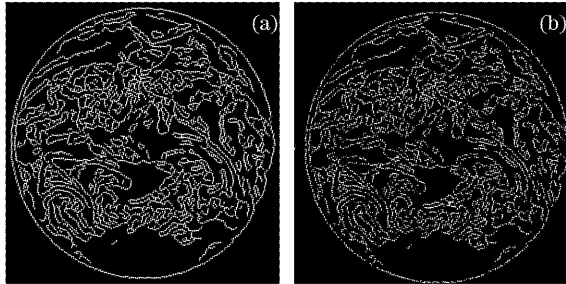


图 2 (a)平移前的图像, (b)平移后的图像

Fig. 2 (a) The image before translation, (b) The image after translation

根据图像信标跟踪理论,捕获到的地球图像在信噪比为 1 时,实际平移量和仿真结果比较如表 2 所示。

表 2 实际平移量和仿真结果比较

Table 2 Comparison for the actual image translation and the simulated translation

The real translation /pixel		The calculated value for translation /pixel	
x	y	x_1	y_1
4.00	3.00	3.87	2.92

从表 2 可知,实际平移量和仿真结果误差非常小,在 1/2 个像素以内,X 方向的平移量误差百分比为 3.3%,Y 方向的平移量误差百分比为 2.7%,满足深空光通信的要求,表明该算法是有效可行的。

4 结 论

理论分析和计算机仿真结果都表明,在深空激光通信链路建立过程中,利用参考图像和探测图像的相关性对初始对准方向进行捕获,可以把对准误差控制得非常小,几乎完全一致,满足系统进入跟踪模式的条件;该方法简单可行,计算量小,满足星上系统实时控制的要求。基于二维离散傅里叶变换和极大似然方法对图像的平移进行计算,需要解一个非线性方程组,在平移量和链路距离都比较小

的情况下,可采用小角度近似把该方程组变为线性方程组。通过解线性方程组来求出平移量的极大似然估计 \hat{x}_t, \hat{y}_t ,根据 \hat{x}_t, \hat{y}_t 构造平移后的估计图像,使实际探测到图像和估计图像的相关性取得极大值,即可求出实际平移量和估计值的误差 $\Delta x, \Delta y$,把 $\hat{x}_t + \Delta x, \hat{y}_t + \Delta y$ 作为平移结果,仿真结果表明在 X 方向上平移误差仅为 3.3%,Y 方向的平移误差仅为 2.7%,这表明该算法是有效可行的,由于采用线性近似,减少了计算时间,提高了跟踪速率。可以满足深空光通信链路实时运行的要求。

同时,由于本文中对信标运动的考虑仅限于平移运动,而其实际运动应包括平动和转动,对信标转动的处理可采用傅里叶-梅林变换方法^[6],这将是我们的下一步的主要工作。

参 考 文 献

- 1 H. Hemmati, K. Wilson, M. K. Sue *et al.*. Comparative study of optical and radio-frequency communication systems for a deep-space mission [R]. TDA Progress Reporter, 1997, **42-128**: 1~33
- 2 J. W. Alexander, S. Lee, C. Chen. Pointing and tracking concepts for deep space missions[C]. *Proc. SPIE*, 1999, **3615**: 230~249
- 3 Haiping Tsou, Tsun-Yee Yan. Maximum likelihood based extended-source spatial acquisition and tracking for planetary optical communications[C]. *Proc. SPIE*, 1999, **3615**: 214~221
- 4 Li Ziqin, Li Qi, Wang Qi. Noise characteristic in active laser imaging system by statistic analysis[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(9): 1081~1085 (in Chinese)
李自勤,李琦,王骥. 由统计特性分析激光主动成像系统图像的噪声性质[J]. *中国激光*, 2004, **31**(9): 1081~1085
- 5 Chen Tang, Ming Liu, Haiqing Yan *et al.*. The improved genetic algorithm for digital image correlation method[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(10): 574~577
- 6 Chen Tieqi, Zhang Chun, Xu Keshu. Locating a moving object using Fourier phase method [J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(2): 219~222 (in Chinese)
陈铁歧,张春,徐克寿. 用傅里叶谱位相方法对运动目标定位[J]. *光学学报*, 1996, **16**(2): 219~222
- 7 Ren Haiping, Ping Ziliang, Bo Wurigen *et al.*. Image description with Jacobi-Fourier moments [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(1): 5~10 (in Chinese)
任海平,平子良,博午日巨等. 用雅可比-傅里叶矩进行图像描述[J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 5~10