

文章编号: 0253-2239(2006)02-0212-5

部分相干高斯-谢尔模型光束在介质中 传输的 M^2 因子*

文 侨 张 彬

(四川大学电子信息学院, 成都 610064)

摘要: 在波数 K 为复数的情况下, 对部分相干光强度二阶矩及 M^2 因子的定义进行了修正。以部分相干高斯-谢尔模型(GSM)光束为例, 讨论了光束在介质中传输时 M^2 因子的变化。研究表明, 部分相干光束在增益或损耗介质中传输时的 M^2 因子与光束在无增益无损耗介质传输时的 M^2 因子具有不同变化特性, 此时, M^2 因子不仅只与部分相干光的相干参量 β 有关, 且随着传输距离 B 和表征介质增益(或损耗)特征 $|K_i|$ 的增大而增大(或减小); 随着相干长度 σ_0 的具体尺寸、波数实部 K_r 的减小而增大(或减小)。为控制光束质量提供几种有效的途径。

关键词: 激光技术; 光束质量; 复数波数; 高斯-谢尔模型光束; M^2 因子; 增益或损耗系数

中图分类号: O436 文献标识码: A

M^2 -Factor of Partially Coherent Gaussian Schell-Model Beams Propagating in Media

Wen Qiao Zhang Bin

(College of Electronics Information, Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract: Considering of the complex wave number, the second-order intensity moments and the M^2 -factor of partially coherent beams have been modified. A partially coherent Gaussian Schell-model beam propagating in media is taken as typical example to study the change of M^2 -factor. It can be shown that unlike in free-space, the M^2 -factor of partially coherent beams in the gain or absorbing media does not only depend on the coherent parameter β . In gain media, the M^2 -factor increases with the increase of the propagation distance B and the parameter characterizing the media $|K_i|$, and with the decrease of the coherent length σ_0 and the wave number K_r , whereas in absorbing media, the M^2 -factor decreases with the increase of the propagation distance B and the parameter characterizing the media $|K_i|$, and with the decrease of the coherent length σ_0 and the wave number K_r . The result can offer some effective methods of beam quality control.

Key words: laser techniques; beam quality; complex wave number; Gaussian Schell-model beams; M^2 -factor; gain or absorbing coefficient

1 引 言

光束在增益或损耗介质中传输时的很多特性不同于它在自由空间中传输, 引起了人们的广泛关注^[1~5]。Palma等^[1,2]的研究表明, 虽然完全相干光束在增益或损耗介质中传输时相干性变化微弱, 但部分相干光束变化却较为明显。光束传输 M^2 因子是描述激光束的重要参量, 在某些实际应用中可以作为判断光束质量优劣的参量。由于 M^2 因子与光

束相干性有一定的联系, 因此, 研究光束在介质中传输的 M^2 因子具有重要的意义。目前, 研究光束在增益或损耗介质中传输的方法大致有两种, 其中一种方法是 Gori^[3] 和 Bagini 等^[4] 提出的将所研究的光束展开为厄米-高斯光束的叠加, 再利用众所周知的 ABCD 定律来处理。另外一种方法是利用复数波数的定义和广义惠更斯-菲涅耳积分进行研究^[5], 这种方法简单明了, 计算方便。此外, Siegman^[6] 和

* 国家自然科学基金(60108004)和四川省青年科技基金(05ZQ026-013)资助课题。

作者简介: 文 侨(1980~), 男, 海南人, 四川大学硕士研究生, 主要从事光传输研究。E-mail: wenqiao168@21cn.com

收稿日期: 2004-08-10; 收到修改稿日期: 2005-08-18

Herrero^[7,8]等给出并推广了光束在自由空间中传输时 M^2 因子的定义。本文在前人工作基础上,对强度二阶矩的定义进行修正,使之适用于在增益或损耗介质中传输的情况,并推导出波数为复数时 M^2 因子计算公式。以高斯-谢尔模型(GSM)光束为例,研究部分相干光束在介质中传输时 M^2 因子的变化。

2 部分相干光在介质中传输的 M^2 因子

由经典的光场相干性理论可知,在准单色场近似下,部分相干光可用空间-频率域中的交叉频谱密度函数描述。部分相干光在介质中通过傍轴 ABCD 光学系统后的交叉频谱密度函数可表示为^[9]

$$w(x_1, x_2, z) = \frac{|K|}{2\pi B} \exp(K_i z) \int_{-\infty}^{\infty} w(x'_1, x'_2, 0) \times \exp\left\{-\frac{i}{2B}[A(Kx'_1 - K^* x'_2) - 2(Kx_1 x'_1 - K^* x_2 x'_2) + D(Kx_1^2 - K^* x_2^2)]\right\} dx'_1 dx'_2, \quad (1)$$

式中复数波数 $K = K_r + iK_i$, K_r 与介质的折射率有关, K_i 表征光束在介质增益(或损耗)特性,当 $K_i > 0$ 对应增益介质, $K_i < 0$ 对应损耗介质。

如图 1 所示,假设光束在距离为 B 的增益或损耗介质中传输。在增益或损耗介质中波数为复数,但在增益或损耗介质以外,波数为实数。因此,在利用柯林斯(Collins)公式计算光束在增益或损耗介质中传输时,可以认为波数是复数,而在计算光束强度二阶矩及 M^2 因子时则认为波数是实数,其值为在增益或损耗介质中的复数波数的实部。这样就解决了光束在介质中传输时,波数为复数而强度二阶矩及 M^2 因子为实数这一矛盾。

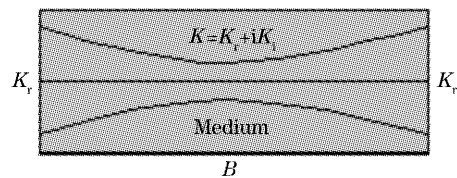


图 1 激光光束在介质中传输

Fig. 1 Propagation of laser beams in medium

为了简单,选择二维直角坐标系,并令空间域和空间-频率域的强度一阶矩 $\langle x \rangle$ 和 $\langle u \rangle$ 均为零(可通过坐标轴的移动来实现)。在文献[6~8,10~11]的基础上,考虑到波数 K 为复数,于是,强度二阶矩可以表示为

$$\langle x^2 \rangle = \frac{1}{I} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 w(x_1, x_2) \Big|_{x_1=x_2=x} dx, \quad (2)$$

$$\langle u^2 \rangle = \frac{1}{K_r^2 I} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial^2 w(x_1, x_2)}{\partial x_1 \partial x_2} \Big|_{x_1=x_2=x} dx, \quad (3)$$

$$\langle xu \rangle = \frac{1}{2iK_r I} \int_{-\infty}^{\infty} \left[x_1 \frac{\partial w(x_1, x_2)}{\partial x_2} - x_2 \frac{\partial w(x_1, x_2)}{\partial x_1} \right] \Big|_{x_1=x_2=x} dx, \quad (4)$$

式中 K 为复数波数, I 是光束总的能量,即

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} w(x_1, x_2) \Big|_{x_1=x_2=x} dx, \quad (5)$$

因此,光束在增益或损耗介质中传输的 M^2 因子为

$$M^2 = 2K_r (\langle x^2 \rangle \langle u^2 \rangle - \langle xu \rangle^2)^{1/2}. \quad (6)$$

当光束在无增益(损耗)介质中传输时,由于波数的虚部为零,只存在实部,此时,修正的强度二阶矩及 M^2 因子的公式简化为文献[6~8]给出的强度二阶矩公式。

3 高斯-谢尔光束在介质中传输的 M^2 因子

在二维直角坐标下,高斯-谢尔模型光束可用交叉谱密度函数表示为^[10]

$$w(x'_1, x'_2, 0) = A_0 \exp\left(-\frac{x'^2_1 + x'^2_2}{w_0^2}\right) \times \exp\left[-\frac{(x'_1 - x'_2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (7)$$

式中 A_0 为一常数, σ_0 是光束的相干长度, w_0 为光束

的束腰宽度。

将(7)式代入(1)式,经计算可得到高斯-谢尔

模型光束在线性增益(或损耗)介质中传输后的交叉频谱密度函数为

$$w(x_1, x_2, z) = \frac{A_0 |K| \sigma_0^2}{B(4gg^* - 1)^{1/2}} \exp(K_i z) \exp\left[-\frac{iD}{2B}(Kx_1^2 - K^* x_2^2)\right] \times \exp\left[-\frac{\sigma_0^2(K^2 g^* x_1^2 - |K|^2 x_1 x_2 + K^{*2} g x_2^2)}{B^2(4gg^* - 1)}\right], \quad (8)$$

式中

$$g = \frac{1 + \beta^2}{2(1 - \beta^2)} + \frac{i\sigma_0^2 KA}{2B}, \quad (9)$$

$$\beta = (1 + w_0^2/\sigma_0^2)^{-1/2}, \quad (10)$$

为光束相干性参量,通常, $0 < \beta \leq 1$, 当 $\beta = 1$ 表示完全相干光束, 当 $\beta \rightarrow 0$ 表示完全非相干光束。

计算中利用了积分公式

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Ax^2) dx = \sqrt{\frac{\pi}{A}}, \quad (11)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-Ax^2 \pm Bx) dx = \sqrt{\frac{\pi}{A}} \exp\left(\frac{1}{4} \frac{B^2}{A}\right), \quad (12)$$

[注:(11)式、(12)式成立的条件为 $\text{Re}(A) > 0$, 或者 $\text{Re}(A) = 0$ 且 $\text{Im}(A) > 0$, Re 、 Im 分别表示求实部和虚部。]

利用(8)式可方便地定量研究高斯-谢尔模型光束在具有线性增益(或损耗)的各种光学元件(如具有线性增益特性的透镜)中的传输特性。对应的, 本文研究光束在线性增益或线性损耗介质中传输, $A = D = 1$, B 为传输距离。

将(8)式代入(2)式~(5)式, 并利用(11)式、(12)式, 经计算得到

$$\langle x^2 \rangle = \frac{B^2(4gg^* - 1)}{2[\sigma_0^2(K^2 g^* - |K|^2 + K^{*2} g) - K_i BD(4gg^* - 1)]}, \quad (13)$$

$$\langle u^2 \rangle = [2K_r^2 B^2(4gg^* - 1)]^{-1} \left\{ 2|K|^2 \sigma_0^2 + \frac{|\sigma_0^2(2K^2 g^* - |K|^2) + iDBK(4gg^* - 1)|^2}{\sigma_0^2(K^2 g^* - |K|^2 + K^{*2} g) - K_i BD(4gg^* - 1)} \right\}, \quad (14)$$

$$\langle xu \rangle = \frac{iDBK_r(4gg^* - 1) + \sigma_0^2(K^2 g^* - K^{*2} g)}{2iK_r[\sigma_0^2(K^2 g^* - |K|^2 + K^{*2} g) - K_i BD(4gg^* - 1)]}. \quad (15)$$

进一步将(13)式~(15)式代入(6)式, 可得到高斯-谢尔模型光束在介质中传输的 M^2 因子公式。分析(13)式~(15)式以及(6)式可知, 高斯-谢尔模型光束在增益或损耗介质中传输时 M^2 因子不仅与入射光束的相干性参量 β 、光束传输距离 B 有关, 而且还与光束相干长度 σ_0 、表征介质特性 K_i 以及波数实部 K_r 有关。

当介质不存在增益或损耗, 即 $K_i = 0$ 时, 由(13)式~(15)式和(6)式得到高斯-谢尔模型在无增益和损耗介质中传输时 M^2 因子为

$$M^2 = 1/\beta. \quad (16)$$

分析(16)式可知, 高斯-谢尔模型光束在无损耗和增益介质中传输时 M^2 因子保持不变, 这与 Sieigma^[6] 和 Martinez-Herrero 等^[7,8] 研究的结论一致。此时, M^2 因子与光束的相干性参量 β 成反比, 而与其它参量无关, 这与 Santarsiero 等^[12] 的研究结果完全一致。

4 数值计算及结果分析

利用(13)式~(15)式以及(6)式可计算高斯-谢尔模型光束在介质中传输的 M^2 因子, 典型计算结果如图 2~图 6 所示。图 2 给出高斯-谢尔模型光束在增益或损耗介质及无增益无损耗介质中传输时, M^2 因子随着传输距离 B 的变化, 图中 $\beta = 0.04$, $K_i = \pm 0.1 \text{ mm}^{-1}$, $K_r = 7000 \text{ mm}^{-1}$, $\sigma_0 = 0.04 \text{ mm}$ 。图 3 给出高斯-谢尔模型光束在不同传输距离时, M^2 因子随着表征介质的特性参量 K_i 的变化, 其参量与图 2 相同。

从图 2 可以看出, 在增益介质中, M^2 因子随着传输距离的增大而线性地增大; 在损耗介质中, M^2 因子随着传输距离的增大而线性减小; 在无增益无损耗介质, M^2 因子保持不变。容易理解图中三条曲线相交于当 $B = 0$ 处, 即当传输距离为零时, 光束在介质中的 M^2 因子等于它在无增益无损耗介质中的 M^2 因子。文献[1,2]研究光束在介质中传输时

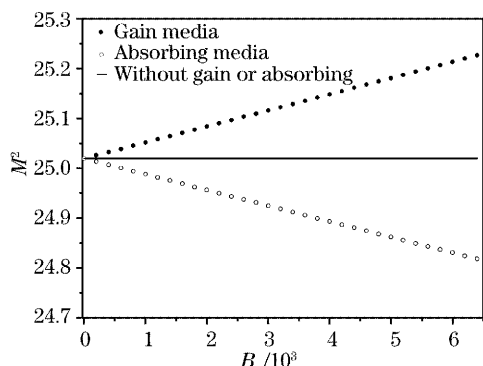


图 2 高斯-谢尔模型光束 M^2 因子随传输距离 B 的变化
Fig. 2 M^2 -factor of GSM beams in media as a function of the propagation distance B

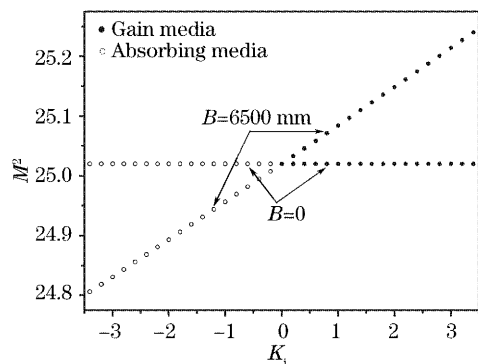


图 3 高斯-谢尔模型光束 M^2 因子随表征介质的特征参量 K_i 的变化
Fig. 3 M^2 -factor of GSM in media as a function of the parameter characterizing the media K_i

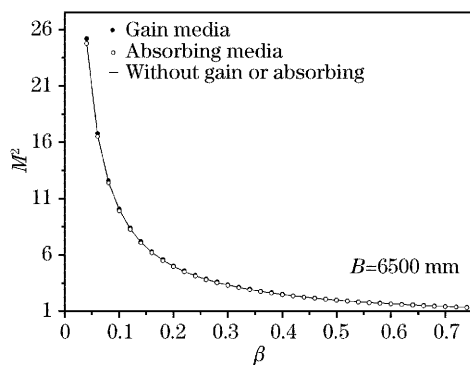


图 4 高斯-谢尔模型光束 M^2 因子随光束相干参量 β 的变化
Fig. 4 M^2 -factor of GSM beams in media as a function of the beam coherent parameter β

指出：在增益(损耗)介质中，光束的相干性随着传输距离的增加而减小(增大)，在无增益无损耗介质传输过程中，光束相干性保持不变。由于光束的相干性与光束的 M^2 因子有着紧密的联系，光束的相干性越差光束 M^2 因子越大，光束的相干性越好光束 M^2 因子越小，因此，本文的结论和文献[1,2]中的

结论是完全一致的，只是本文研究的是 M^2 因子的变化规律，从而更加简单明了。进一步分析图 2 可知，在增益介质和损耗介质中，当表征介质特性的 $|K_i|$ 相等时，光束在增益介质中传输时 M^2 因子增大幅度几乎与在损耗介质中传输时 M^2 因子减小幅度相同。从图 3 可知，当传输距离 B 不为零时，高斯-谢尔模型光束在增益介质中传输时， M^2 因子增大；在损耗介质中传输时， M^2 因子减小。 M^2 因子增大或减小的幅度随着 $|K_i|$ 的增大而线性增大。

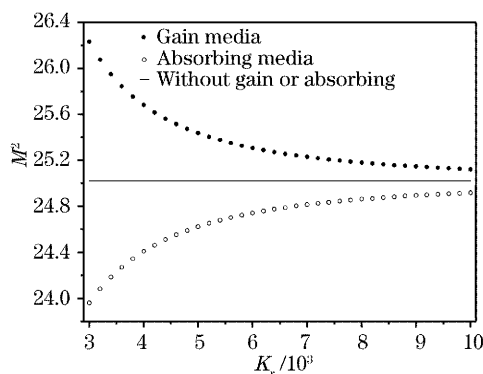


图 5 高斯-谢尔模型光束 M^2 因子随波数实部 K_r 的变化
Fig. 5 M^2 -factor of GSM in media as a function of the real part of wave number K_r

图 4 给出了高斯-谢尔模型光束传输一段距离后， M^2 因子随着光束相干参量 β 的变化，其参量与图 2 相同。图 5 和图 6 分别给出当高斯-谢尔模型光束传输一段距离后， M^2 因子随着波数实部 K_r 和人射光束相干长度 σ_0 的变化，其参量与图 2 相同。

图 4 表明，无论在增益还是在损耗介质中，光束 M^2 因子都随着光束相干性参量 β 的改变显著变化。随着光束性 β 增大， M^2 因子急剧减小；当 $\beta=1$ 时，高斯-谢尔模型光束约化为完全相干基模高斯光束，此时， M^2 因子等于 1。由于图中纵坐标值变化较大，三条曲线几乎重合，即光束在增益或损耗介质中传输的 M^2 因子和无增益无损耗介质中传输 M^2 因子几乎相等，这表明部分相干光束的 M^2 因子主要由光束的相干性参量决定。光束在介质中传输时，介质的增益或损耗特性对出射光束 M^2 因子的影响比入射部分相干光束的相干参量 β 对出射光束 M^2 因子的影响明显小很多。从图 5 和图 6 可以看出，在无增益无损耗介质中， M^2 因子与 K_r 和 σ_0 无关，该结论与 Siegma^[6]、Martinez-Herrero 等^[7,8] 和 Santarsiero 等^[13] 的研究结果一致。然而，在有增益或损耗介质中， M^2 因子则与 K_r 和 σ_0 有关。具体来说，在增益介质中， M^2 因子随着 K_r 的增大而逐渐

减小,在损耗介质中, M^2 因子随着 K_r 的增大而逐渐增大,且在增益或损耗介质中 K_r 对 M^2 因子的影响随着 K_r 的增大而逐渐减弱。此外,即使入射部分相干光束的相干性参量 β 一样,如果光束相干长度 σ_0 不同,部分相干光束在增益或损耗介质中传输

一段距离后, M^2 因子也将不同,而且光束在介质中传输一段距离后的 M^2 因子和入射光束的 M^2 因子之差 $|\Delta M^2|$ 随着光束相干长度 σ_0 的减小而增大。对于相干性好的光束,光束相干长度 σ_0 远远大于 1,此时,光束在介质中传输时 M^2 因子基本保持不变。

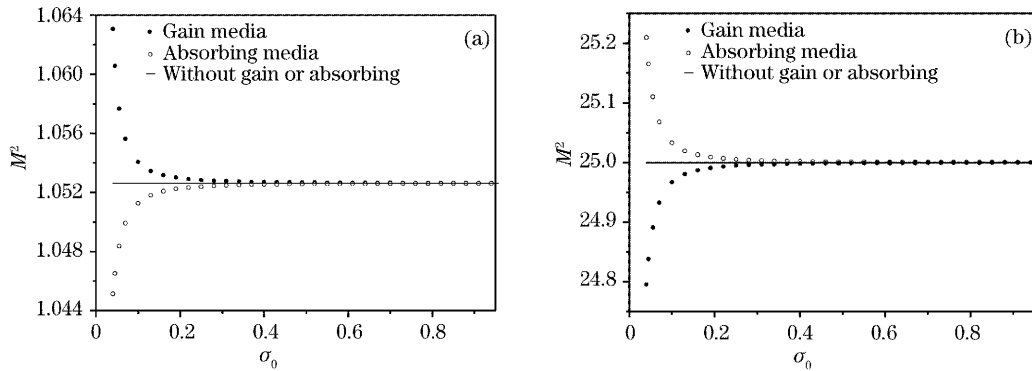


图 6 高斯-谢尔模型光束 M^2 因子随入射光束相干长度 σ_0 的变化。(a) $\beta=0.95$, (b) $\beta=0.04$

Fig. 6 M^2 -factor of GSM beams in media as a function of the beam coherent length σ_0 . (a) $\beta=0.95$, (b) $\beta=0.04$

5 结 论

本文给出了光束在介质中传输时强度二阶矩的计算公式,由此可以得到部分相干光在具有增益或损耗介质中传输时的 M^2 因子。以部分相干高斯-谢尔模型光束为例,推导出相应的 M^2 因子计算公式,并对计算结果进行详细的分析。研究表明,光束在增益或损耗介质中传输时的 M^2 因子与光束在无增益无损耗介质传输时 M^2 因子具有不同的变化特性,此时, M^2 因子不再只与部分相干光的相干参量 β 有关,且 M^2 因子随着传输距离 B 和表征介质增益(或损耗)特征 $|K_i|$ 的增大而增大(或减小);随着相干长度 σ_0 的具体尺寸、波数实部 K_r 的减小而增大(或减小)。对于完全相干光束,光束相干长度 σ_0 远大于 1,光束在介质中传输时 M^2 因子保持不变。

由于 M^2 因子在某些应用中可以作为判断光束质量优劣的重要参量之一,本文的研究结果可以为控制光束质量提供几种有效的途径。例如,对于相干参量 β 一定的入射光束,可以通过选择相干长度尽可能小的光束在损耗性大、折射率小的介质中传输来提高光束质量。此外,在对激光束进行放大时,可以选择相干长度较大的光束以及选择折射率较大的介质来减小由于放大过程而引起光束质量变差。

参 考 文 献

1 C. Palma, P. de Santis, G. Cincotti *et al.*. Propagation of

partially coherent beams in absorbing media[J]. *J. Mod. Opt.*, 1995, **42**(5): 1123~1135

2 C. Palma, P. de Santis, G. Cincotti *et al.*. Propagation and coherence evolution of optical beams in gain media[J]. *J. Mod. Opt.*, 1995, **43**(1): 139~153

3 F. Gori. Flattened Gaussian beams[J]. *Opt. Commun.*, 1994, **107**: 335~341

4 V. Bagini, R. Borghi, F. Gori *et al.*. Propagation of axially symmetric flattened Gaussian beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1996, **13**(7): 1385~1394

5 Baida Lü, Shirong Luo. General propagation equation of flattened Gaussian beams[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2000, **17**(11): 2001~2004

6 A. E. Siegman. New developments in laser resonators[C]. *Proc. SPIE*, 1990, **1224**: 2~14

7 R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias. Second-order spatial characterization of hard-edge diffracted beams[J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(19): 1669~1671

8 R. Martinez-Herrero, P. M. Mejias, M. Arias. Parametric characterization of coherent, lowest-order Gaussian beams propagation through hard-edged apertures[J]. *Opt. Lett.*, 1995, **20**(2): 124~126

9 Stuart A. Collins. Lens-system diffraction integral written terms of matrix optics[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1970, **60**(9): 1168~1177

10 Chu Xiaoliang Zhang Bin. Generalized M^2 -factor of partially coherent beams propagating through hard-edged apertures[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(9): 1051~1054 (in Chinese)

楚晓亮,张彬. 部分相干光束通过硬边光阑的推广光束传输 M^2 因子[J]. *光学学报*, 2002, **22**(9): 1051~1054

11 Wen Qiao, Chu Xiaoliang, Zhang Bin. Generalized M^2 factor of laser beams with amplitude modulations and phase distortion passing through hard-edge apertures[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(2): 274~278 (in Chinese)

文乔,楚晓亮,张彬. 有振幅调制和相位畸变光束通过硬边光阑的 M^2 因子[J]. *光学学报*, 2004, **24**(2): 274~278

12 M. Santarsiero, F. Gori. Spreading properties of beams radiated by partially coherent Schell-model sources[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1999, **16**(1): 106~112