

文章编号: 0253-2239(2006)12-1803-4

基于时域小波变换相位提取的三维形貌测量*

陈凡秀^{1,2} 何小元^{1,2}

(¹ 东南大学工程力学系, 南京 210096
² 东南大学 MEMS 教育部重点实验室, 南京 210096)

摘要: 提出基于时域小波变换的连续振动物体相位提取方法, 恢复连续振动物体的瞬时三维形貌。将小波变换用于序列影栅云纹相位分析中, 对连续振动物体的序列影栅图像进行处理, 利用小波变换的多分辨力特点, 对各点的灰度变化进行连续复小波变换, 通过提取小波脊所对应的相位, 得到各点相对于基准光栅的完整相位调制信息, 从而获取运动物体的瞬时三维形貌。利用该方法对连续振动悬臂梁进行了分析, 得到连续振动悬臂梁的瞬时速度及瞬时三维形貌, 再现了悬臂梁的连续振动过程。为研究动态物体瞬时特性提供了一种新的方法。

关键词: 图像处理; 小波变换; 瞬时三维形貌; 相位分析; 影栅云纹

中图分类号: O439 文献标识码: A

Instantaneous Three-Dimensional Profile Measurement Based on Temporal Wavelet Transform

Chen Fanxiu^{1,2} He Xiaoyuan^{1,2}

(¹ Department of Engineering Mechanics, Southeast University, Nanjing 210096
² Key Laboratory of MEMS of Ministry of Education, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract: The method for the phase extraction of a continual deformation object based on the temporal wavelet transform is proposed. By introducing the temporal wavelet transform method to analyze the time-sequence fringe patterns, the modulated phase distribution relative to the fundamental frequency is obtained. The gray value along time is evaluated point by point by using the continuous wavelet transform. Due to the frequency localization property of the continuous wavelet, the instantaneous velocity and high-quality three-dimensional surface-profile at different instants of a continual deformation object is obtained. A cantilever beam with a continual deformation is detected. The experimental result well demonstrates the validity of this method and retrieves the process of the continual vibrating of the beam. The temporal wavelet transform method provides a new method to analyze the kinetic characteristic of a continual deformation object.

key words: imaging processing; wavelet transform; instantaneous three-dimensional profile; phase analysis; shadow moiré

1 引 言

传统信号分析理论中, 有两大类分析方法: 时域分析法、频域分析法。傅里叶变换将信号的时域特征和频域特征联系起来, 能分别对信号的时域和频域进行分析, 但却不能把二者有机地结合起来, 即傅里叶

变换是时域与频域完全分离的, 对于傅里叶谱中的某一频率, 无法知道这个频率是在什么时候产生的。傅里叶变换适合处理长时间内比较稳定的信号^[1], 对于非平稳信号, 傅里叶变换在时域和频域局部化的问题上就比较局限。加窗的傅里叶分析法^[2]能够反映时

* 国家自然科学基金(10472026)和国家重点基础研究专项经费(2006CB300404)资助课题。

作者简介: 陈凡秀(1979~), 女, 山东临沂人, 东南大学工程力学系博士研究生, 主要从事材料与结构的动静态光学测试方法分析与图像处理技术的研究。E-mail: cfxfx@seu.edu.cn

导师简介: 何小元(1956~), 男, 江苏泰兴人, 东南大学教授, 主要从事光测力学方法与实用研究。

收稿日期: 2006-01-04; 收到修改稿日期: 2006-04-03

域局部信号的频率分布。然而,其缺点在于窗的宽度是固定的,从而割断了频率与窗口宽度的内在联系,对于变化缓慢的低频信号则不能包含完整信息,而对于变化剧烈的高频信号则不能反映细节信息,它实质是一种具有单一分辨力的分析方法。

小波变换(Wavelet transform)是法国科学家 Morlet 于 1980 年首创的。其继承和发展了加窗傅里叶变换的局部化思想,克服了傅里叶变换和加窗傅里叶变换固有的缺点,对信号进行多分辨力分析。它不仅可以在指定的频带和时(空)域内对信号成分进行分析,而且还可以在任意的时(空)尺度内,以任意高的分辨力聚焦到分析对象的任意细节。因此,小波分析受到越来越多的科学工作者和工程技术人员的普遍关注和高度重视^[3~5]。

本文提出了基于时域小波变换的连续振动物体相位提取方法,恢复物体瞬时三维形貌。利用该方法分析连续振动悬臂梁,得到了悬臂梁的瞬时速度以及瞬时三维形貌,再现了悬臂梁的连续振动过程。

2 影栅云纹法

影栅云纹法测量光路图如图 1 所示。在曲面前放置一个栅间距为 P 的正弦参考光栅,CCD 光轴垂直于栅线所在平面,光源和 CCD 摄像机到光栅的距离相等。则由面形 $h(x, y, t)$ 调制,变形光栅图像的光强分布可写为

$$I_{xy}(x, y, t) = a(x, y, t) + b(x, y, t)\cos[\varphi(x, y, t)] = a(x, y, t) + b(x, y, t)\cos\{k[h(x, y, t) + h_0(x, y)]\}, \quad (1)$$

式中 $a(x, y, t)$ 为背景光强, $b(x, y, t)$ 为条纹幅值, $\varphi(x, y, t)$ 为各时刻包含被测物体三维信息的相位。 $h_0(x, y)$ 为点 (x, y) 在初始状态下到栅线的距离, k

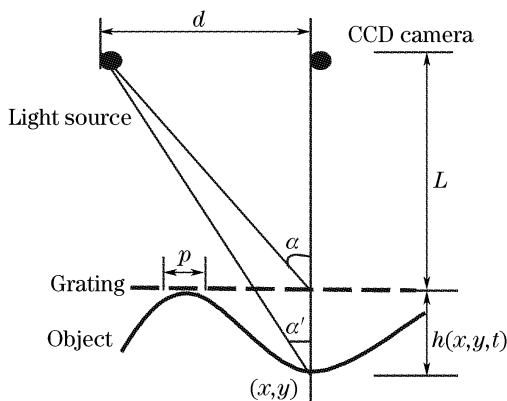


图 1 测量光路图

Fig. 1 Sketch of optical layout for measurement

为瞬时高度与瞬时相位之间的转换系数,是与系统有关的常量。相对于空间频率而言,背景光 $a(x, y, t)$ 、振幅 $b(x, y, t)$ 和相位 $\varphi(x, y, t)$ 变化缓慢,在一个条纹周期内可视为常量。由图 1 的几何关系得

$$h(x, y, t) = \frac{NP}{\tan \alpha}, \quad (2)$$

其中 P 为光栅节距, N 为点 (x, y) 的条纹级数, $h(x, y, t)$ 为 t 时刻物体上点 (x, y) 到光栅的距离。而

$$\tan \alpha' = d/(h + L), \quad (3)$$

$$\Delta\varphi(x, y, t) = 2\pi N, \quad (4)$$

其中 d 为光源和 CCD 摄像机之间的距离; L 为光源(或 CCD 摄像机)与参考栅之间的距离; $\Delta\varphi(x, y, t)$ 是由物体高度所引起的相位调制。

将(3)式、(4)式代入(2)式,得到相位与物体表面高度的变换公式:

$$h(x, y, t) = \frac{PL\Delta\varphi(x, y, t)}{2\pi d - P\Delta\varphi(x, y, t)}, \quad (5)$$

因为 $L \gg h(x, y, t)$ 上式可简化为

$$h(x, y, t) = \frac{PL\Delta\varphi(x, y, t)}{2\pi d} = \frac{\Delta\varphi(x, y, t)}{k}, \quad (6)$$

式中 $k = 2\pi d/(PL)$ 是与测量系统有关的常量,测量系统一旦固定, k 就为定值。

3 时域载波条纹的小波分析

3.1 小波分析原理

如果 $\Psi(t) \in L^2(\mathbb{R})$ 为满足容许性条件 $C_\Psi = \int_{-\infty}^{+\infty} (|\hat{\Psi}(\omega)|^2/|\omega|) d\omega < +\infty$ 的基本小波,对于任一信号函数 $s(t)$,其小波变换为

$$W_s(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \Psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (7)$$

其中“*”表示共轭; a 为尺度因子, b 为平移因子。采用复值 Morlet 小波作为母小波,其数学表达式如下:

$$\Psi(t) = \exp(-t^2/2) \exp(i\omega_0 t), \quad (8)$$

其中 ω_0 为中心频率。当 $\omega_0 \geq 5$ 时,复值 Morlet 小波满足容许性条件。由此得到信号的 Morlet 小波变换为

$$W_{xy}(a, b) = \frac{\sqrt{a}}{2} A_{xy}(b) \{ \hat{g} \{ a[\zeta - \varphi'_{xy}(b)] \} + \varepsilon(b, \zeta) \} \times \exp[i\varphi_{xy}(b)], \quad (9)$$

其中 $\zeta = \omega_0/a$ 为校正项,当 $A_{xy}(b)$ 、 $\varphi'_{xy}(b)$ 随时间具

有较小的相对变差且 $\varphi'_{xy}(b) \geq \Delta\omega$ 时, ϵ 可忽略不计。 $\Delta\omega$ 为 g 的带宽。

小波变换可以理解为将信号和小波函数比较后的结果,幅值和相位综合反映了它们的相似程度。当被测信号的局部频率与相应尺度的小波函数振荡频率相同或相近时,其小波系数较大。其中,在各个位置沿尺度轴方向上,小波变换幅值的最大值位置的连线定义为小波变换的脊^[6]。由(9)式可知: $\omega = 0$ 时, $|g(\omega)|$ 达到最大值,并且 $\epsilon(b, \zeta)$ 可忽略不计,所以当 $|W_{xy}(a, b)|^2$ 达到最大值时须满足

$$\varphi'_{xy}(b) = \zeta_{nb} = \omega_0/a_{nb}, \quad (10)$$

式中 $\varphi'_{xy}(b)$ 为信号的瞬时频率,两个相邻采样点的时间间隔的相位变化。 a_{nb} 为小波脊上 b 时刻尺度因子 a 的值。实验中,相位变化是由悬臂梁的振动位移引起的,因此瞬时速度可以直接由瞬时频率、常量和采样时间间隔 Δt 计算得到:

$$v = k\varphi'_{xy}(b)/\Delta t, \quad (11)$$

小波脊上的小波变换可以简化为

$$W_{xy}(a_{nb}, b) \approx \frac{\sqrt{a_{nb}}}{2} A_{xy}(b) \hat{g}(0) \exp[i\varphi_{xy}(b)], \quad (12)$$

则得到含有物体高度信息的相位

$$\varphi_{xy}(b) = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[W_{xy}(a_{nb}, b)]}{\text{Re}[W_{xy}(a_{nb}, b)]} \right\}, \quad (13)$$

其中 Re 和 Im 分别表示复数的实部和虚部。 $\varphi_{xy}(b)$ 在 $[-\pi, \pi]$ 范围内,相位需要进行相位解包裹得到真实相位,由相位与物体表面高度的关系式可恢复物体三维形貌。

为减小频谱泄漏所引起的相位计算误差,需要对信号边界进行处理。处理边界效应问题^[7]的典型方法主要有补零延拓法、对称延拓法和光滑延拓法等。实验中采用在信号的两端添零即补零延拓法对数据进行处理。

3.2 三维相位解包裹

在动态物体的三维面形测量中,相位与 x, y, t 三者有关,最终计算得到的相位场是一个三维矩阵。三维相位解包裹^[8,9]可以对一帧较易展开的相位图作二维相位展开,然后依照帧上展开后各点的连续相位值沿 t 方向上进行三维展开;也可以选取一点沿 t 方向上对每帧相应像素点进行一维展开,再依据该点的相位值对每帧进行二维展开,最终获得一个连续的三维相位场;基于悬臂梁在振动过程中形貌的特点,实验中采用第二种方法对得到的悬臂梁的三维包裹相位进行解包裹运算,避免了误差的传播,有效地恢复了真实相位场。

4 实验及结果

实验装置如图 2 所示。悬臂梁一端固定于激振台上,振动频率大约为 125 Hz。正弦栅线紧靠悬臂梁垂直放置,栅线频率为 5 line/mm。对悬臂梁施加沿 z 方向的激励使之沿 z 方向作受迫振动。实验中变形光栅图像由 FASTCAM-ultima 512 高速数字图像采集系统采集,并可直接在计算机显示,而不需要配置传统的图像监视器。按照设定的时间间隔,采集物体变形过程中一系列动态物面变形信息,采集的图像暂时保存在缓存中,需要时可直接导出至硬盘指定位置。高速摄像机光轴与 z 轴平行,采样频率为 4000 f/s,并采用准直双光源提高亮度。实验装置中 $L=216$ mm, $d=154$ mm。

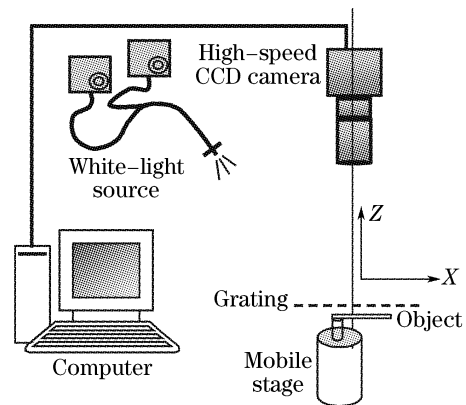


图 2 实验装置图

Fig. 2 Experimental setup

云纹图如图 3 所示。图中矩形区域为处理区域。A 点为其中的点,如图所示。对采集到时间间隔为 2.5×10^{-4} s 的 800 幅序列图像进行处理。即图像中每个点的光强波动信号沿时间轴有 800 个数据点。

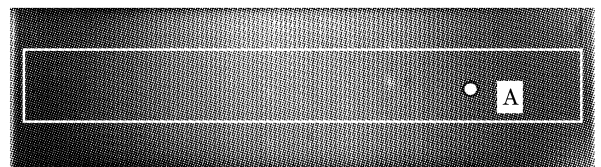


图 3 悬臂梁云纹图

Fig. 3 Typical moiré fringe patterns of the cantilever beam

图 4(a)给出了 A 点的灰度变化曲线, A 点高度变化引起的云纹级数变化一级的时间约为 4.25×10^{-3} s。可以看出灰度信号沿时间轴由多频信号叠加而成。利用小波变换对点的灰度信号进行分析,提取影栅云纹信息,从而得到 A 点的小波系数图如图 4(b)所示,图中曲线表示小波脊线。由(10)式可得到瞬时频率,据(11)式得到 A 点的瞬时速度,如图 4(c)所示。

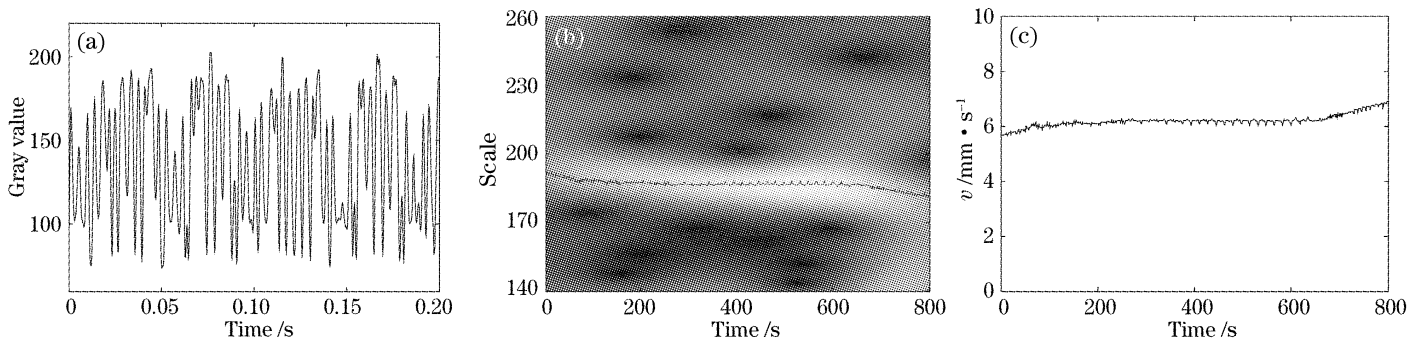


图 4 点 A 的灰度变化曲线(a),小波系数与小波脊级(b),速度变化曲线(c)

Fig. 4 Gray value (a), modulus of the wavelet transform and wavelet ridge (b), velocity (c) of point A

对连续振动悬臂梁而言,可通过获取其各点相对于栅线的瞬时高度来取得瞬时三维形貌信息。为恢复悬臂梁在相对运动状态下的瞬时形貌,由(13)式先求得包裹相位,随即解包裹,并进行 3×3 中值滤波,由(6)式计算得到物体瞬时三维形貌。图5给出了悬臂梁在 $T=2.5 \times 10^{-3}$ s和 $T=4.7 \times 10^{-2}$ s时刻的三维形貌图。可以看出,小波变换有效恢复了悬臂梁的瞬时三维形貌,由小波变换的多分辨力作用,得到了连续振动悬臂梁的瞬时形貌图,为研究连续振动下悬臂梁的瞬时特性提供了一种有效的方法。

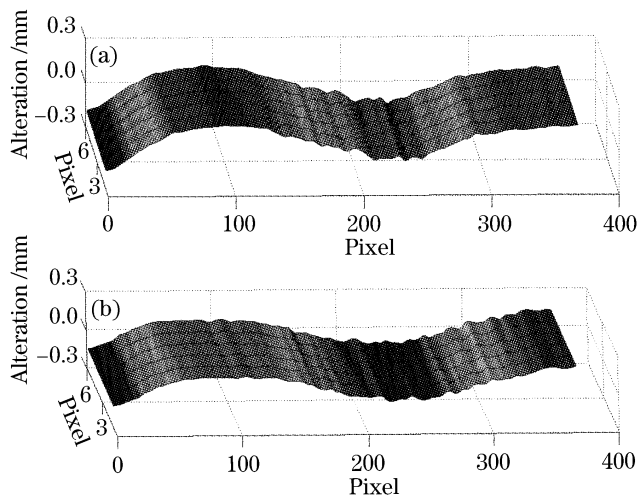


图 5 悬臂梁在 $T=2.5 \times 10^{-3}$ s (a), $T=4.7 \times 10^{-2}$ s (b)时的三维形貌图

Fig. 5 Three-dimensional contour of the cantilever beam at (a) $T=2.5 \times 10^{-3}$ s, (b) $T=4.7 \times 10^{-2}$ s

5 结 论

基于时域小波变换的连续振动物体相位提取方法,很好地解决傅里叶变换的全局性问题以及加窗傅里叶变换的分辨力单一性问题,利用联合的时间-尺度函数分析点的光强信号,有效地从信号中提取

时域相位信息,恢复连续运动物体各个时刻的瞬时三维面形数据。悬臂梁的实验分析结果再现了悬臂梁的连续振动过程,体现了该方法的有效性。本文为研究动态运动物体的瞬时特性提供了一种新的方法。

参 考 文 献

- 1 Su Xianyu, Xue Lian. Phase unwrapping algorithm based on fringe frequency analysis in Fourier-transform profilometry [J]. *Opt. Engng.*, 2001, **40**(4): 637~643
- 2 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Application of Gabor transform to 3-D shape analysis[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(8): 993~996 (in Chinese)
翁嘉文, 钟金钢. 加窗傅里叶变换在三维形貌测量中的应用[J]. *光子学报*, 2003, **32**(8): 993~996
- 3 Y. Fu, C. J. Tay, C. Quan *et al.*. Temporal wavelet analysis for deformation and velocity measurement in speckle interferometry [J]. *Opt. Engng.*, 2004, **43**(11): 2780~2787
- 4 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Apply wavelet transform to phase analysis of spatial carrier-fringe patterns[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(4): 454~459 (in Chinese)
翁嘉文, 钟金钢. 小波变换在载频条纹相位分析法中的应用研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(4): 454~459
- 5 Alejandro Federico, Guillermo H. Kaufmann. Evaluation of the continuous wavelet transform method for the phase measurement of electronic speckle pattern interferometry fringes [J]. *Opt. Engng.*, 2002, **41**(12): 3209~3216
- 6 René A. Carmona, Wen L. Hwang, Brun Torrèsani. Characterization of signals by the ridges of their wavelet transforms[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1997, **45**(10): 2586~2590
- 7 Chen Wenjing, Su Xianyu. A new method for improving measuring accuracy of Fourier transform profilometry [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2002, **29**(1): 19~22 (in Chinese)
陈文静, 苏显渝. 提高 Fourier 变换轮廓术测量精度的新方法[J]. *光电工程*, 2002, **29**(1): 19~22
- 8 Ma Shaopeng, Jin Guanchang, Dai Shuhong. 3-D profilometry system based on temporal phase unwrapping method[J]. *Optical Technique*, 2002, **28**(5): 395~400 (in Chinese)
马少鹏, 金观昌, 代树红. 应用时域相位解包裹方法的三维形貌测量系统[J]. *光学技术*, 2002, **28**(5): 395~400
- 9 C. R. Coggrave, J. M. Huntley. Real-time visualisation of deformation fields using speckle interferometry and temporal phase unwrapping[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2004, **41**(4): 601~620