

文章编号: 0253-2239(2006)12-1781-6

# 基于弱耦合模理论的空间多波导耦合特性研究\*

孙一翎<sup>1</sup> 江晓清<sup>2\*</sup> 杨建义<sup>2</sup> 王明华<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 深圳大学工程技术学院, 深圳 518060  
<sup>2</sup> 浙江大学信息与电子工程学系, 杭州 310027)

**摘要:** 不在同一平面的空间多波导中光耦合发生在横截面两个方向,利用空间多波导可以方便、有效地实现不同层间器件的互连。将平面波导耦合模理论推广到空间多波导之间的耦合,在弱导引条件下给出了空间多波导的耦合方程。利用该耦合方程对三维集成光学器件中常见的空间三波导和空间四波导的耦合特性进行分析,得出光强分布及耦合长度的解析表达式,并用三维全矢量光束传输法验证了分析结果。分析结果表明利用空间多波导可以实现水平和垂直两个方向上的均匀或非均匀分束,为利用空间多波导之间相互耦合的三维定向耦合器件的设计和提供理论基础。

**关键词:** 三维集成光学; 空间多波导; 弱耦合模理论; 耦合特性

中图分类号: TN256 文献标识码: A

## Characteristic Analysis of Spatial Multiwaveguide System Based on Weakly Coupled-Mode Theory

Sun Yiling<sup>1</sup> Jiang Xiaoqing<sup>2</sup> Yang Jianyi<sup>2</sup> Wang Minghua<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> College of Engineering and Technology, Shenzhen University, Shenzhen 518060  
<sup>2</sup> Department of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

**Abstract:** The coupling among waveguides on different planes occurs in both transverse and vertical directions. Using the spatial multiwaveguide system, we can interconnect devices in different layers effectively. Based on the weakly coupled-mode theory, the planar waveguide coupling theory is generalized to spatial multiwaveguide system, and the coupled-mode equations of the spatial multiwaveguide system are presented. As an application example, the coupled-mode equation is applied to analyze the coupling properties in spatial three- and four-waveguide systems. The analytical expressions of light intensity distributions and coupling length in the two specific cases are given, and the three-dimensional full-vector beam propagation method is used to verify the analytical results. The analysis result shows that the spatial multiwaveguide system permits uniform and nonuniform power splitting in two orthogonal directions. These analytical formulas are useful in designing three-dimensional directional couplers, which is based on spatial multiwaveguide coupling.

**Key words:** three-dimensional integrated optics; spatial multiwaveguide system; weakly coupled-mode theory; coupling property

## 1 引言

集成光学经过三十多年的发展已取得令人瞩目的成就<sup>[1~4]</sup>,然而传统集成光学器件,其结构绝大多数是基于二维平面制作的,也就是说,它一般只能处理零维(点)或一维(线)空间的光信号,而在实际应用中存在大容量数据流、图像处理、神经网络、光学

并行逻辑运算和集成电路芯片的光互连等需要的是二维空间(平面)的光信息处理。集成光学要适应这些应用领域,必须发展三维集成光学器件<sup>[5,6]</sup>。三维集成光学在保持二维集成光学的可靠性和结构稳定性基础上,可有效扩大单个芯片上的通信信道数,增加集成密度,缓和二维平面结构的路由困难及大

\* 国家自然科学基金(60477018)和深圳大学科研启动基金(200506)资助课题。

作者简介: 孙一翎(1972~),女,浙江人,深圳大学工程技术学院副教授,博士,主要从事集成光波导器件的研究。

\*\* 通信联系人。E-mail: iseejq@zju.edu.cn

收稿日期: 2005-12-14; 收到修改稿日期: 2006-04-15

量输入输出光纤连接或电子连接困难等问题,有着广泛的应用前景。

在三维集成光学器件中,常常会出现不在同一平面的波导<sup>[7,8]</sup>,本文中将在不在同一平面的波导称为空间多波导。利用空间多波导可以方便、有效地实现不同层间器件的互连。耦合模理论为解决同一平面两波导<sup>[9]</sup>或多波导<sup>[10,11]</sup>的耦合问题提供了有效方法,但对空间多波导之间的耦合理论还未见报导。

本文将平面波导耦合模理论推广到空间多波导之间的耦合,给出了空间多波导的耦合方程。利用该耦合方程对空间三波导和四波导进行求解,得出场分布的解析表达式,并用三维全矢量光束传输法<sup>[12]</sup>验证了分析结果。

## 2 空间多波导的耦合方程

空间多波导系统由不在同一平面的  $N$  根相互平行、彼此十分靠近的光波导组成,如图 1 所示。其折射率分布如下:波导  $j(j = 1, 2, 3, \dots, N)$  处折射率为  $n_j(x, y)$ ,任意两波导之间及外侧折射率均为  $n_0$ ,设  $n_j(x, y)$  在波导  $j$  的外部取值  $n_0$ ,即

$$n_j(x, y) = \begin{cases} n_j(x, y), & \text{波导 } j \text{ 内部} \\ n_0, & \text{波导 } j \text{ 外部} \end{cases} \quad (1)$$

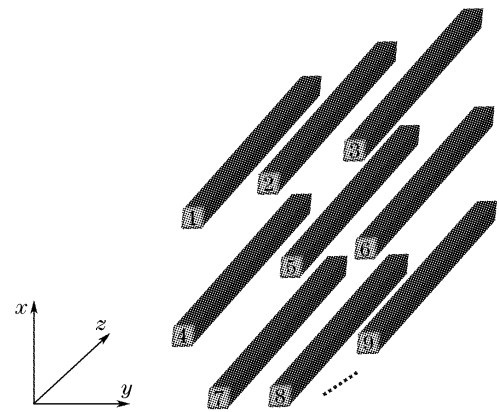


图 1 空间多波导系统

Fig. 1 Spatial multiwaveguide system

则耦合波导的折射率平方分布  $n^2(x, y)$  可以用下列关系式表示:

$$n^2(x, y) = [n_1^2(x, y) - n_0^2] + [n_2^2(x, y) - n_0^2] + \dots + [n_N^2(x, y) - n_0^2] + n_0^2, \quad (2)$$

设这  $N$  根波导各自单独存在时的场分布为

$$\begin{cases} \mathbf{E}_j = \mathbf{E}_{j0} \exp(i\beta_j z - i\omega t), \\ \mathbf{H}_j = \mathbf{H}_{j0} \exp(i\beta_j z - i\omega t), \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{E}_j$  和  $\mathbf{H}_j$  分别为波导  $j$  的电场和磁场分布,  $\beta_j$ ,  $\omega$ ,  $\mathbf{E}_{j0}$  和  $\mathbf{H}_{j0}$  分别为波导  $j$  的传播常量、角频率及电场和磁场的振幅。如果这些波导之间符合弱耦合条件,耦合波导的场分布  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  可写成如下形式<sup>[13]</sup>:

$$\{\mathbf{E} = A_1(z)\mathbf{E}_1 + A_2(z)\mathbf{E}_2 + \dots + A_N(z)\mathbf{E}_N, \quad \mathbf{H} = A_1(z)\mathbf{H}_1 + A_2(z)\mathbf{H}_2 + \dots + A_N(z)\mathbf{H}_N, \quad (4)$$

将上述两式代入麦克斯韦方程组,利用矢量分析公式,化简得

$$\begin{cases} \sum_{l=1}^N \frac{\partial A_l}{\partial z} (\mathbf{e}_z \times \mathbf{H}_l) + i\omega\epsilon_0 \sum_{l=1}^N [(n^2 - n_l^2)A_l \mathbf{E}_l] = 0, \\ \sum_{l=1}^N \frac{\partial A_l}{\partial z} (\mathbf{e}_z \times \mathbf{E}_l) = 0, \end{cases} \quad (5)$$

其中  $\mathbf{e}_z$  为沿  $z$  轴方向的单位矢量,定义

$$\mathbf{E}_j^{(-)} = \mathbf{E}_{j0} \exp(-i\beta_j z + i\omega t), \quad \mathbf{H}_j^{(-)} = \mathbf{H}_{j0} \exp(-i\beta_j z + i\omega t), \quad (7)$$

用  $\mathbf{E}_j^{(-)}$  点乘(5)式,用  $\mathbf{H}_j^{(-)}$  点乘(6)式,并将所得的两方程相减,再把所得的方程在  $xy$  平面上积分,并利用矢量公式化简得

$$\iint \left\{ \sum_{l=1}^N \frac{\partial A_l(z)}{\partial z} [\mathbf{E}_j^{(-)} \times \mathbf{H}_l + \mathbf{E}_l \times \mathbf{H}_j^{(-)}] \right\} \cdot \mathbf{e}_z dx dy = \iint i\omega\epsilon_0 \sum_{l=1}^N [(n^2 - n_l^2)A_l(z)\mathbf{E}_j^{(-)} \cdot \mathbf{E}_l] dx dy, \quad (8)$$

因任意两波导之间的场重叠很小,故在  $l$  不等于  $j$  时,  $\frac{\partial A_l(z)}{\partial z} [\mathbf{E}_j^{(-)} \times \mathbf{H}_l + \mathbf{E}_l \times \mathbf{H}_j^{(-)}]$  为二阶小量,可以略去,

这样(8)式可化简为

$$\begin{cases} \frac{\partial A_j(z)}{\partial z} = i \sum_{l=1}^N K_{jl} A_l(z) \exp(i\beta_j z - i\beta_l z), \\ K_{jl} = \omega\epsilon_0 \iint (n^2 - n_l^2) \mathbf{E}_j^{(-)}(x, y) \cdot \mathbf{E}_l(x, y) dx dy / \left\{ \iint [\mathbf{E}_j^{(-)} \times \mathbf{H}_j + \mathbf{E}_j \times \mathbf{H}_j^{(-)}] \cdot \mathbf{e}_z dx dy \right\}, \end{cases} \quad (9)$$

$K_{jl}$  为第  $j$  根波导和第  $l$  根波导之间的耦合系数,是与  $z$  无关的参量。其中自耦合系数  $K_{jj}$  比较小,通常可以略去。空间  $N$  根强限制波导之间的耦合方程写成

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} iK_{11} & iK_{12}e^{i(\beta_2-\beta_1)z} & \dots & iK_{1N}e^{i(\beta_N-\beta_1)z} \\ iK_{21}e^{i(\beta_1-\beta_2)z} & iK_{22} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & iK_{N-1,N}e^{i(\beta_N-\beta_{N-1})z} \\ iK_{N1}e^{i(\beta_1-\beta_N)z} & \dots & iK_{N,N-1}e^{i(\beta_{N-1}-\beta_N)z} & iK_{N,N} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \dots \\ A_N \end{bmatrix}. \quad (11)$$

### 3 空间多波导的耦合特例

理论上讲,矩阵方程(11)可以解决空间多波导系统弱耦合问题,可以给出任一波导中的光场分布。这里我们以三维集成光学器件中常见的空间三波导和空间四波导为例讨论空间多波导之间的耦合问题。

#### 3.1 空间三波导

设三根波导围成一个等腰三角形,如图 2 所示。

如果这三根波导结构和折射率分布是完全相同的,有  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3, K_{ji} = K_{ij}$ 。设波导 2、3 之间的耦合系数为 1、2 的  $\alpha$  倍,空间三波导的耦合方程为

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & iK & iK \\ iK & 0 & i\alpha K \\ iK & i\alpha K & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

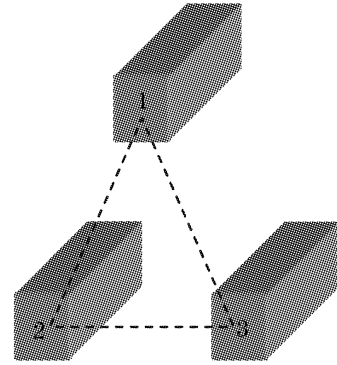


图 2 空间三波导系统

Fig. 2 Spatial three-waveguide system

以  $A_1(0) = 1, A_2(0) = A_3(0) = 0$  为初始条件求解 (12) 式,得三根波导中光强分布函数为

$$|A_1(z)|^2 = \frac{1}{\alpha^2 + 8} [\alpha^2 + 4 + 4\cos(Kz \sqrt{\alpha^2 + 8})], \quad (13)$$

$$|A_2(z)|^2 = |A_3(z)|^2 = \frac{1}{\alpha^2 + 8} [1 - \cos(Kz \sqrt{\alpha^2 + 8})]. \quad (14)$$

由(13)式和(14)式可知:当光从 1 波导输入时,2、3 两波导中光强分布相同。当  $Kz \sqrt{\alpha^2 + 8} = 2N\pi$  ( $N = 0, 1, 2, \dots$ ) 时,1 波导中光强达到最大值 1,2、3 两波导中光强取到最小值 0;当  $Kz \sqrt{\alpha^2 + 8} = 2N\pi + \pi$  时,1 波导中光强达到最小值  $\alpha^2/(\alpha^2 + 8)$ ,2、3 两波导中光强取到最大值  $4/(\alpha^2 + 8)$ , $z = \pi/K \sqrt{\alpha^2 + 8}$  是使 1 波导中光强达到最小值,2、3 两波导中光强取到最大值的最短距离,定义这个距离为耦合长度  $L_c$ 。

$$L_c = \pi/K \sqrt{\alpha^2 + 8}. \quad (15)$$

光功率不能完全从波导 1 转换到波导 2、3 中去,但经偶数倍的耦合长度后会完全回到波导 1。光强最大值和最小值只跟  $\alpha$  有关,跟耦合系数  $K$  的大小无关。但耦合长度跟  $\alpha$ 、耦合系数  $K$  有关。

若  $\alpha = 2$ ,1 波导光强的最小值等于 2、3 两波导光强的最大值,可以实现输入光功率在空间三波导中功率的均分,如图 3(a)所示。当  $\alpha > 2$  时,1 波导光强的最小值大于 2、3 两波导光强的最大值,不能实现输入光功

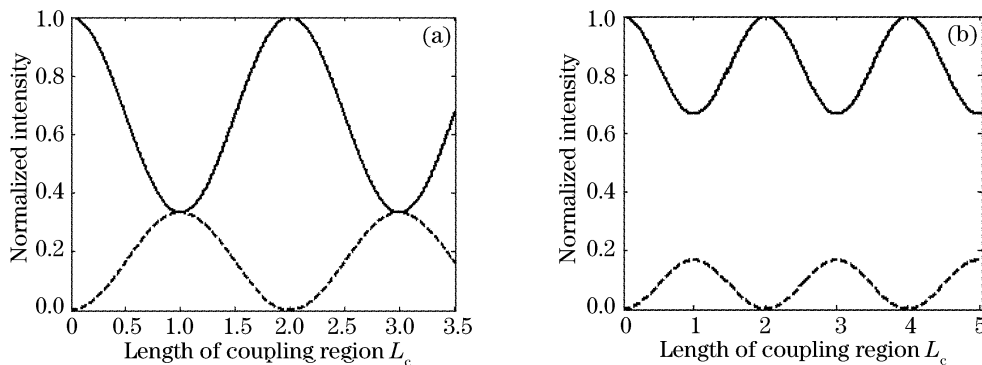


图 3 (a)  $\alpha=2$  和(b)  $\alpha=4$  时光强随耦合区长度的变化关系

Fig. 3 Guided power versus length of the coupling region with  $\alpha=2$  (a) and  $\alpha=4$  (b)

率在空间三波导中功率的均分,如图 3(b)所示。图中实线对应 1 波导,虚线对应 2、3 两波导。

若  $\alpha < 2$ , 1 波导光强的最小值小于 2、3 两波导光强的最大值,可以实现输入光功率在空间三波导中功率的均分,如图 4 所示。

为了验证以上分析结果,采用基于三维全矢量光束传输法<sup>[12]</sup>的 BeamPROP 软件模拟对应不同耦合区长度的光场分布,如图 5 所示。图 5(a)~图 5(d)分别对应图 4 中的 A、B、C、D 位置的光场分布。

### 3.2 空间四波导

若四根波导围成一个正方形,且波导结构、折射率分布完全对称(图 6),则  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4$ ,  $K_{ji} = K_{ij}$ 。设相邻两波导之间的耦合系数  $K_1$ , 对角两波

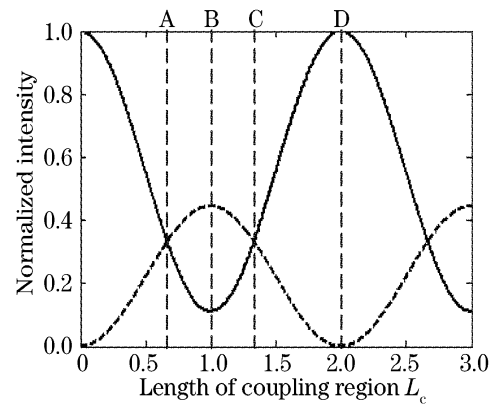


图 4  $\alpha=1$  时光强随耦合区长度的变化关系  
Fig. 4 Guided power versus length of the coupling region with  $\alpha=1$

导之间的耦合系数为  $K_2$ , 空间四波导的耦合方程为

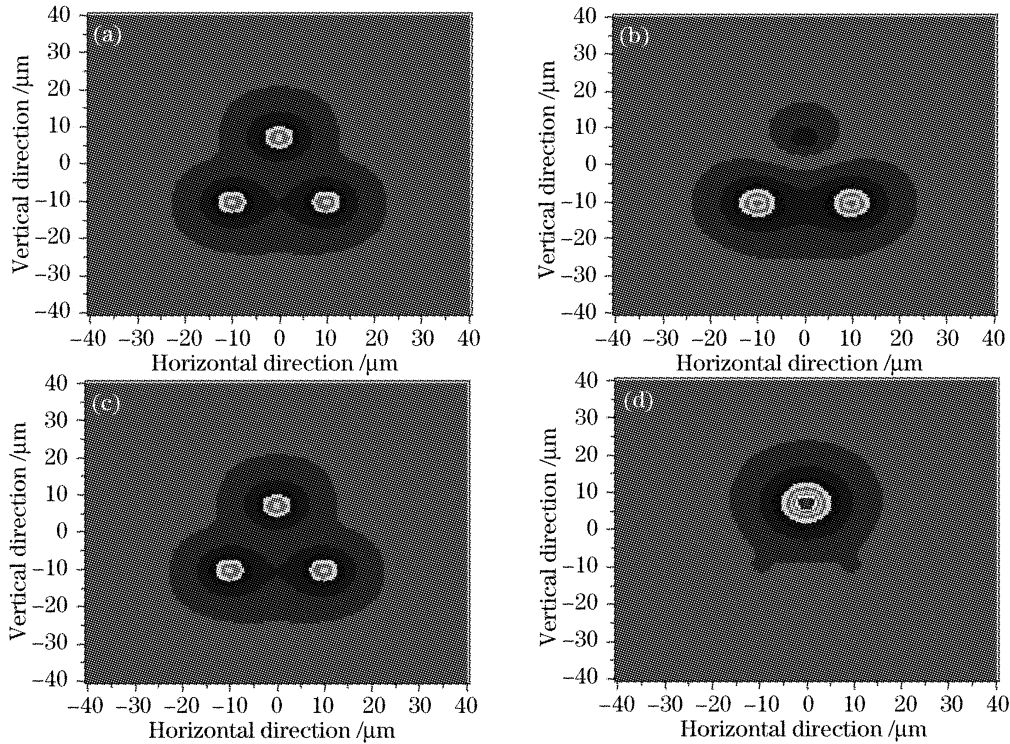


图 5  $z=2/(3L_c)$  (a),  $z=L_c$  (b),  $z=4/(3L_c)$  (c),  $z=2L_c$  (d) 处光场分布示意图

Fig. 5 Light field distribution at  $z=2/(3L_c)$  (a),  $L_c$  (b),  $4/(3L_c)$  (c),  $2L_c$  (d)

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & iK_1 & iK_1 & iK_2 \\ iK_1 & 0 & iK_2 & iK_1 \\ iK_1 & iK_2 & 0 & iK_1 \\ iK_2 & iK_1 & iK_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

以  $A_1(0) = 1, A_2(0) = A_3(0) = A_4(0) = 0$  为初始条件求解微分方程组,得四根波导中光强的分布函数为

$$|A_1(z)|^2 = [1 + \cos^2(2K_1 z) + 2\cos(2K_1 z)\cos(2K_2 z)]/4, \quad (17a)$$

$$|A_2(z)|^2 = |A_3(z)|^2 = \sin^2(2K_1 z)/4, \quad (17b)$$

$$|A_4(z)|^2 = [1 + \cos^2(2K_1 z) - 2\cos(2K_1 z)\cos(2K_2 z)]/4, \quad (17c)$$

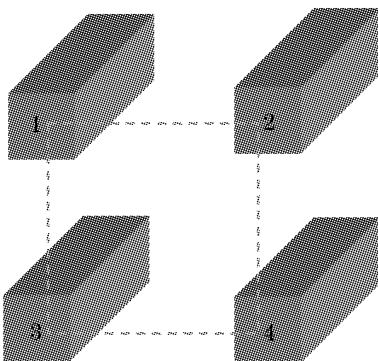


图 6 空间四波导系统

Fig. 6 Spatial four-waveguide system

若不考虑对角耦合,即  $K_2 = 0$ ,四根波导中光强的分布函数为

$$|A_1(z)|^2 = \frac{1 + \cos^2(2K_1z) + 2\cos(2K_1z)}{4}, \quad (18a)$$

$$|A_2(z)|^2 = |A_3(z)|^2 = \frac{\sin^2(2K_1z)}{4}, \quad (18b)$$

$$|A_4(z)|^2 = \frac{1 + \cos^2(2K_1z) - 2\cos(2K_1z)}{4}, \quad (18c)$$

比较上面的表达式可知:在考虑对角耦合 [见图 7(a)] 和不考虑对角耦合 (见图 7(b)) 的两种情况下,与输入波导相邻的两波导光强分布函数相同,但

输入波导和其对角波导光强分布函数不同。图中实线对应 1 波导,虚线对应 2、3 两波导,点划线对应 4 波导。由余弦函数的泰勒展开式

$$\cos(2K_2z) \approx 1 - 2K_2^2z^2, \quad (19)$$

可知,当  $K_2^2z^2 \ll 1$  时,可以忽略对角影响。

为了验证以上分析结果,采用基于三维全矢量光束传输法的 BeamPROP 软件模拟空间四波导光场分布,如图 8 所示。图 8(a)~图 8(d) 分别对应耦合区长度为  $0.5L_c, L_c, 1.5L_c, 2L_c$  的光场分布。

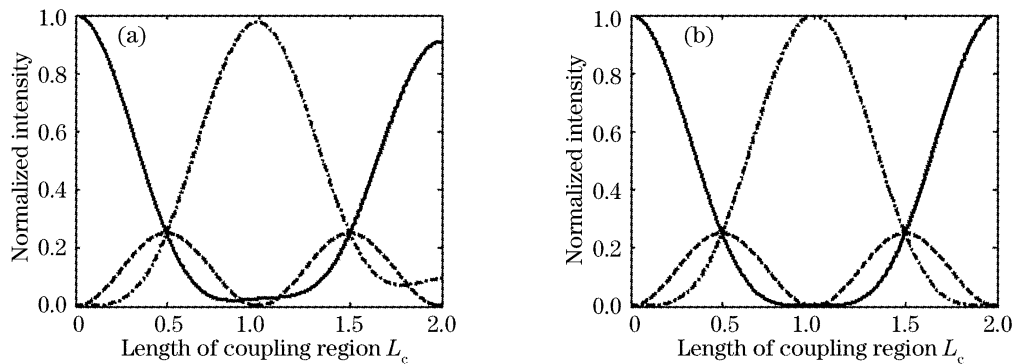


图 7 (a)考虑和(b)不考虑对角耦合时,光强随耦合区长度的变化关系

Fig. 7 Guided power versus length of the coupling region with diagonal coupling  $K_2 \neq 0$  (a) and  $K_2 = 0$  (b)

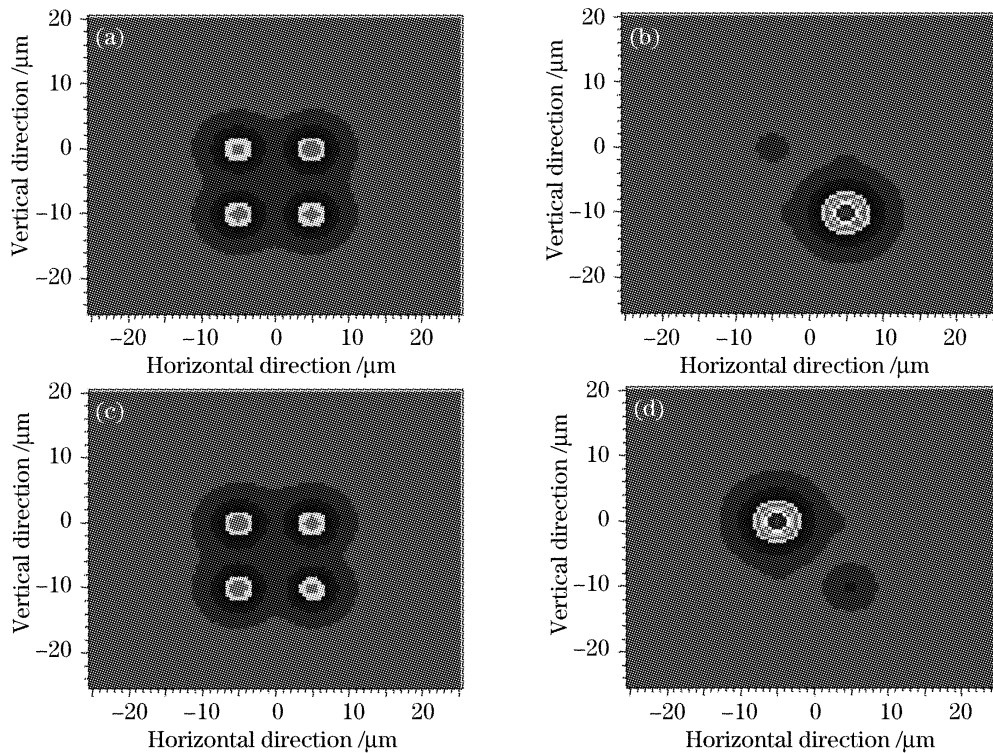


图 8  $z=0.5L_c$  (a),  $z=L_c$  (b),  $z=1.5L_c$  (c),  $z=2L_c$  (d) 处光场分布示意图

Fig. 8 Light field distribution at  $z=0.5L_c$  (a),  $L_c$  (b),  $1.5L_c$  (c),  $2L_c$  (d)

## 4 结 论

本文将平面波导耦合模理论推广到空间多波导之间的耦合,在弱导引条件下导出空间多波导的耦

合方程。该耦合方程由  $N$  个方程组成的线性微分方程组来描述。对三维集成光学系统中常见的三波导系统和四波导系统进行分析,得出场分布和耦合

长度的解析表达式。分析结果表明利用空间多波导可以实现横截面两个方向的均匀和非均匀分束,为利用空间多波导之间相互耦合的三维定向耦合器的设计和分析提供理论基础。其他多波导系统也可以用同样的方法来分析,但需要指出的是当空间多波导系统中波导个数  $N$  大于 5 时,很难得到解析解,要分析  $N$  大于 5 的多波导系统只能采用数值方法。

### 参 考 文 献

- 1 Yang Jianyi, Sun Yiling, Zhou Qiang *et al.*. Study and fabrication of MMI GaAs optical power splitter[J]. *Acta Optica Sinica*, 1999, **19**(8): 1123~1129 (in Chinese)  
杨建义, 孙一翎, 周 强 等. MMI 型 GaAs 光功分器的研制[J]. *光学学报*, 1999, **19**(8): 1123~1129
- 2 Wei Hongzhen, Yu Jinzhong, Zhang Xiaofeng *et al.*. Modeling of multimode interference Mach-Zehnder interferometer optical switches[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(3): 368~370 (in Chinese)  
魏红振, 余金中, 张小峰 等. 多模干涉马赫-曾德尔光开关模型[J]. *光学学报*, 2001, **21**(3): 368~370
- 3 Jia Xiaoling, Gao Fan, Zhang Feng. Design and optimization of a new type  $3 \times 3$  silicon-on-insulator multimode interference optical switch[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(9): 1208~1213 (in Chinese)  
贾晓玲, 高 凡, 张 峰. 新型 SOI 基  $3 \times 3$  多模干涉波导光开关的优化设计[J]. *光学学报*, 2005, **25**(9): 1208~1213
- 4 Sun Yiling, Jiang Xiaoqing, Wang Minghua. Analysis of general self-imaging positions in multimode interference couplers [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 759~762 (in Chinese)  
孙一翎, 江晓清, 王明华. 多模干涉耦合器一般成像位置分析 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 759~762
- 5 Wächter C, Hennig Th, Bauer T *et al.*. Integrated optics towards third dimension[C]. *Proc. SPIE*, 1998, **3278**: 102~111
- 6 Garner S M, Lee S S, Chuyanov V *et al.*. Three dimensional integrated optics using polymers[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1999, **35**(8): 1146~1155
- 7 Friedrich L, Dannberg P, Wachter C *et al.*. Directional coupler device using a three-dimensional waveguide structure[J]. *Opt. Commun.*, 1997, **137**: 239~243
- 8 Wächter C, Bauer T, Cumme M *et al.*. Active and passive components of 3D integrated optics[C]. *Proc. SPIE*, 2000, **3936**: 130~138
- 9 Amnon Yariv. Coupled-mode theory for guided-wave optics[C]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1973, **QE-9**: 919~933
- 10 Kim C M, Im Y J. Switching operations of three-waveguide optical switches [J]. *IEEE J. Selected Topics in Quant. Electron.*, 2000, **6**: 170~174
- 11 Jia Yubin. Coupling among three nonparallel waveguides [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(9): 1161~1165 (in Chinese)  
贾玉斌. 三个非平行波导间的耦合[J]. *光学学报*, 2005, **25**(9): 1161~1165
- 12 Kriezis E E, Papagiannakis A G. A three-dimensional full vectorial beam propagation method for  $z$ -dependent structures [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1997, **33**(5): 883~890
- 13 She Shouxian. *Basic of Waveguide Optics* [M]. Beijing: Beijing Jiaotong University Press, 2002. 153~155 (in Chinese)  
余守宪. *导波光学物理基础* [M]. 北京: 北京交通大学出版社, 2002. 153~155