

文章编号: 0253-2239(2006)12-1892-4

# 入射光单色性与界面粗糙度对多层膜反射性能的不同影响

冯仕猛 田 晨 王宇兴

(上海交通大学物理系, 上海 200240)

**摘要:** 多层膜界面粗糙度、入射光单色性对软 X 射线多层膜实际反射率均有影响。利用数学卷积积分, 理论上推导出一个在入射光不同单色性下精确计算多层膜反射率的公式。利用给出的理论计算公式, 简要分析了入射光不同单色性、不同界面粗糙度对 Mo/Si 多层膜反射率的影响。理论分析发现这两种因素对 Mo/Si 多层膜反射率影响完全不同: 入射光低的单色性不但极大降低 Mo/Si 多层膜峰值反射率, 而且使反射曲线的半峰全宽增加; 而界面粗糙度是降低 Mo/Si 多层膜反射曲线上各点对应值, 基本不改变 Mo/Si 反射曲线的半峰全宽, 不改变反射曲线的形状。说明这两个因素在软 X 射线的长波段对多层膜反射性能的影响不同。

**关键词:** X 射线光学; 多层膜; 单色性; 反射率

中图分类号: O434.1 文献标识码: A

## Effect of Energy Monochromaticity and Interfacial Roughness on Multilayer Reflectivity

Feng Shimeng Tian Chen Wang Yuxing

(Department of Physics, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240)

**Abstract:** Both the interfacial roughness of multilayer and energy Monochromaticity of the incident light influence the practical reflectivity of multilayer. With convolution integral, a new formulation for describing the relation of soft X-ray reflectivity of multilayer with the different energy Monochromaticity of incident light is deduced. Using this formulation, the effect of different energy Monochromaticity and interfacial roughness on the reflectivity spectrum of Mo/Si multilayer is analyzed respectively. The results of theoretical analysis show that the low energy resolution reduces sharply the peak reflectivity of Mo/Si multilayer but increases the background intensity, which leads to the increase of the full width of half maximum of reflectivity spectrum and the distortion of reflectivity spectrum. However, the interfacial roughness of multilayer only decreases the value of the reflectivity and does not change the shape of reflectivity spectrum and full width of half maximum of reflectivity spectrum. These results illustrate that the influence of energy Monochromaticity of incident light on the reflectance of multilayers is different from that of the interfacial roughness.

**Key words:** X-ray optics; multilayer film; energy Monochromaticity; reflectivity

### 1 引 言

软 X 射线多层膜反射率除了与多层膜材料配对和周期数有关外, 多层膜界面粗糙度、周期厚度误差等也会极大降低其峰值反射率<sup>[1~5]</sup>。入射光非单色性也与多层膜测量反射率有关<sup>[6,7]</sup>。但关于界面粗糙度、入射光单色性对反射曲线的不同影响, 还少见有关文献研究。本文利用数学卷积积分从理论上推导出入射光单色性、界面粗糙度与多层膜测量反

射率的关系, 利用计算机模拟它们的关系曲线, 发现多层膜界面粗糙度、入射光单色性对多层膜反射特性的影响是不同的。在波长稍长的软 X 射线波段, 界面粗糙度仅仅是改变整条反射曲线的大小, 基本上不改变反射曲线的形状, 不改变反射曲线的半峰全宽; 而单色性低的入射光不但极大降低峰值反射率, 而且使反射曲线的半峰全宽增加, 使反射曲线发生严重的畸变。这些结论, 对于对多层膜反射特性

作者简介: 冯仕猛(1964~), 男, 贵州遵义人, 上海交通大学副教授, 工学博士, 主要从事 X 射线光学器件、光电子器件等方面的研究。E-mail: smfeng@sjtu.edu.cn

收稿日期: 2005-12-19; 收到修改稿日期: 2006-05-08

的评估和判定多层膜质量的好坏是非常重要的。

## 2 理论分析

当多层膜材料配对、周期厚度和入射角度确定后,多层膜的理论反射率是波长或光子能量的函数<sup>[7]</sup>:

$$R = f(1/\lambda) = f(E), \quad (1)$$

式中  $R$  是反射率,  $\lambda$  是波长,  $E$  是对应波长为  $\lambda$  的光子能量。

一般情况下非单色光,不同光子能量的光强度分布近似于正态函数,可以用下列函数表示:

$$I = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (2)$$

式中  $I$  是光子能量为  $E$  光强度,  $C$  是常数,  $I_{\max}$  为  $E = E_0$  时的光强度,  $E_0$  是与设计波长对应的光子能量,  $\sigma$  是一个的常量。

当  $E = E_0$ , 中心波长的光强度为  $I_{\max} = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma}$ 。

一个高斯分布光束,入射光半峰全宽可以通过下列公式求得。因为光的强度是中心波长光强度的一半,有

$$\frac{C}{2\sqrt{2\pi}\sigma} = \frac{C}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (3)$$

解(3)式得到

$$R = \frac{I_{\text{r}}}{I_{\text{t}}} = \left[ \int f(E) \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE \right] / \left[ \int \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE \right], \quad (10)$$

式中  $E_0$  是对应于多层膜设计中心波长光的光子能量,  $E$  是对应于多层膜设计中心波长附近的光子能量。通过(10)式利用拟合方法,可以计算入射光单色性的值。

如果入射光是完全的单色光,而多层膜存在界面粗糙度,在一定波长范围内多层膜反射率为<sup>[8,9]</sup>

$$R = R_{\text{th}} \exp\left[-\left(\frac{2\pi\delta\sin\theta}{\lambda}\right)^2\right], \quad (11)$$

(11) 式中  $\delta$  代表多层膜的均方根粗糙度,  $\theta$  为 X 射线入射角度。

如果入射光为非单色光,而多层膜又存在界面粗糙度,将(11)式代入(8)式后,再利用(10)式进行处理,得到多层膜的实际反射率为

$$R = I_{\text{r}}/I_{\text{t}} = \left[ \int \exp\left[-\left(\frac{E2\pi\delta\sin\theta}{1239.85}\right)^2\right] f(E) \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE \right] / \left[ \int \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE \right]. \quad (12)$$

通过(10)式、(11)式理论上可以区分入射光单色性和界面粗糙度对多层膜实际反射性能的不同影响,也可以利用(12)式精确计算多层膜在入射光单色性不高的情况下理论反射率。

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \sigma \sqrt{2\ln 2}, \quad (4)$$

这里  $\Delta E$  代表入射 X 射线半峰全宽, (4) 式变换可以得到

$$\sigma = 1.18\Delta E = 1.18\Delta E \frac{E_0}{E_0} = \frac{1.18E_0}{K}, \quad (5)$$

(5) 式中  $K = E_0/\Delta E$  被定义为入射 X 射线的单色度,它是判断入射光单色性高低的一个物理量。 $K$  越小,光的单色性越差; $K$  越大,光的单色性越好。把(5)式代入(2)式得到一个入射光的单色度  $K$  与光强度的表达式

$$I = \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right], \quad (6)$$

对于一个呈高斯分布的入射光,总的入射光强度为

$$I_{\text{t}} = \int \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE, \quad (7)$$

如果界面为理想光滑的界面,反射光强度分布与光子能量的关系为

$$I = f(E) \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE, \quad (8)$$

由(8)式积分可以得到总的反射光强度为

$$I_{\text{r}} = \int f(E) \frac{CK}{2.96E_0} \exp\left[-\frac{(E-E_0)^2 K^2}{2.773E_0^2}\right] dE, \quad (9)$$

由此得到不考虑界面粗糙度精确计算多层膜反射率的公式:

### 3 入射光单色性、界面粗糙度对反射曲线的不同影响

对于一个给定的多层膜,只要知道了设计参量,用计算机可以方便地计算出多层膜的反射曲线。本文以 Mo/Si 多层膜为例进行分析讨论,其设计参量是,周期厚度 7.15 nm,入射角度为  $85^\circ$ ,中心波长的光子能量为 90 eV。图 1 中曲线 1 就是该多层膜的理论反射曲线,X 轴为对应的光子能量  $E$ 。

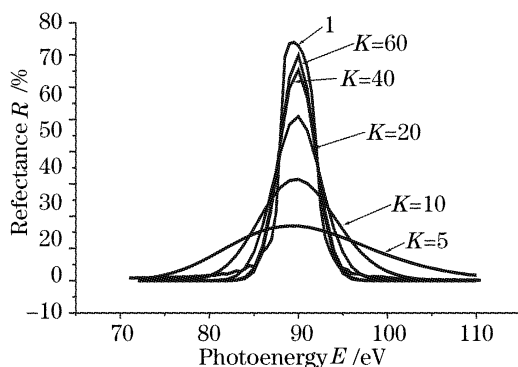


图 1 入射光不同单色性下多层膜的理论反射曲线

Fig. 1 Theoretical reflectance of Mo/Si multilayer with different monochromaticity of incident light

假设(10)式中的  $K=60, 40, 20, 10$  和  $5$ ,将这些参量代到(10)式就可以得到计算 Mo/Si 多层膜反射光谱的公式。

从图 1 中可以看出,当入射光单色性从 60 下降到 5 时,曲线的峰值反射率和整条曲线的形状都发生了变化,峰值反射率从 70.5% 降到 15.1%,半峰全宽从 4.55 eV 迅速增加到 19.03 eV。入射光的单色性越差,峰值反射率越低,背景强度越高,反射曲线的半峰全宽越大。Mo/Si 多层膜反射带宽很窄,所以这种影响非常明显;如果设计带宽很大,则这样的影响不明显。

如果入射光是单色光,仅仅考虑多层膜界面粗糙度的影响,直接用(11)式就可以得到界面粗糙度不同时多层膜的反射曲线。图 2 中给出了界面粗糙度分别是 1 nm、0.8 nm、0.6 nm、0.4 nm、0.2 nm 时多层膜的反射曲线。从图 2 中可以看出,当多层膜的界面粗糙度从 0.2 nm 增加到 1.0 nm 时,其反射曲线形状基本保持不变,反射率曲线向下平移,半峰全宽 3.87 eV 保持不变。本文的讨论中,X 射线多层膜设计中心波长为 13.8 nm,界面的粗糙度与波长相比是非常小的。就是说,在多层膜界面粗糙度与中心波长相比比较小时,多层膜反射曲线的半峰全宽不受界面粗糙度的影响。所以当均方根粗糙度与入射光中心波长的比值非常小时,这种影响主要

体现在降低反射曲线各点的数值,基本不改变反射曲线的形状,在 X 射线波段,这一点要特别注意。

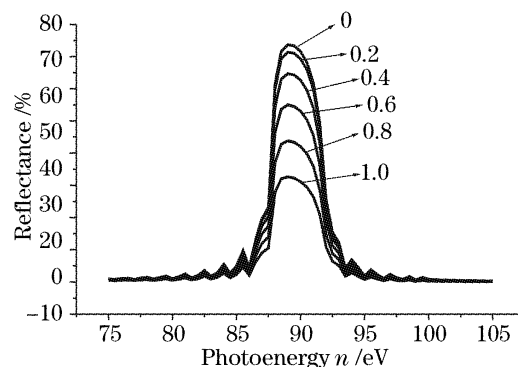


图 2 多层膜在不同界面粗糙度下的理论反射曲线

Fig. 2 Theoretical reflectance of Mo/Si multilayer with different interfacial roughness

对比图 1 和图 2 不难发现,单色性差的入射光会极大地降低 Mo/Si 多层膜的峰值反射率,而对于非中心波长处的反射率影响程度不同,相应增加背景光的强度,这样会导致非单色光反射曲线严重畸变。在多层膜界面粗糙度与中心波长相比比较小时,多层膜界面粗糙度增加使反射率曲线整体下移,基本不改变 Mo/Si 多层膜反射曲线的形状,不改变曲线的半峰全宽值。就是说,入射光单色性、多层膜界面粗糙度对反射曲线的影响不同。这一结论对于利用测量反射率曲线分析多层膜结构缺陷是非常有用的。

### 4 结 论

利用入射光的正态分布,推导出一个精确计算多层膜反射率的理论公式。利用该公式,可以计算出多层膜实际反射率。界面粗糙度整体降低设计波长较长的 X 射线多层膜的反射曲线,但它不改变反射曲线的形状,不改变反射曲线的半峰全宽。而单色性低的入射光,对反射带宽很窄的多层膜,能极大地降低峰值反射率,增加背景光的强度,增加反射曲线的半峰全宽,使反射曲线形状严重畸变。利用上面结论,在实际工作中,可以利用实际反射率曲线判断是何种因素影响多层膜的反射率。

### 参 考 文 献

- 1 H. J. Voorma, E. Louis, N. B. Koster *et al.*. Characterization of multilayers by Fourier analysis of X-ray reflectivity [J]. *J. Appl. Phys.*, 1997, **81**(9): 6112~6119
- 2 D. E. Savage, J. Kleiner, N. Schimke *et al.*. Determination of roughness correlation in multilayer films for X-ray mirrors [J]. *J. Appl. Phys.*, 1991, **69**(3): 1411~1424
- 3 Eberhard Spiller, Alan E. Rosenbluth. Determination of thickness

- errors and boundary roughness from the measured performance of a multilayer coating[J]. *Opt. Engng.*, 1986, **25**(8): 954~963
- 4 Wang ZhanShan. Effect of film thickness errors on performance of soft X-ray multilayer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, **11**(2): 136~138 (in Chinese)
- 王占山. 膜厚控制误差对软 X 射线多层膜性能影响的分析[J]. *光学精密工程*, 2003, **11**(2): 136~138
- 5 S. M. Feng, X. M. Dou. Effect of the energy resolution on the reflectance of multilayer[J]. *Phys. Lett. A*, 2003, **309**: 477~481
- 6 Feng Shimeng, Zhao Haiying, Huang Meizhen *et al.*. The correlation of the energy resolution of incidence light with measured reflectance of multilayers[J]. *Science in China (G)*, 2003, **33**(3): 257~264
- 7 Zhang Junping, Cao Jianlin, Ma Yueying *et al.*. The design and simulation of multilayered mirror for soft X-ray lasers[J]. *Acta*

- Optics Sinica*, 1995, **15**(8): 1088~1093 (in Chinese)
- 张俊平, 曹健林, 马月英等. 软 X 射线激光用多层膜反射镜的设计和与性能模拟计算[J]. *光学学报*, 1995, **15**(8): 1088~1093
- 8 Yi Kui, Shao Jianda, Fan Zhengxiu. Effects of roughness on characterization of soft X-ray multilayer coating[J]. *Acta Optics Sinica*, 1999, **19**(6): 800~804 (in Chinese)
- 易葵, 邵建达, 范正修. 表面粗糙度对软 X 射线多层膜光学特性的影响[J]. *光学学报*, 1999, **19**(6): 800~804
- 9 Wang Hongchang, Wang Zhanshan, Qin Shuji *et al.*. Analysis of the reflectivity of Mo/Si multilayer film for soft X-ray[J]. *Acta Optics Sinica*, 2003, **23**(11): 1364~1365 (in Chinese)
- 王洪昌, 王占山, 秦树基等. 软 X 射线 Mo/Si 多层膜反射率拟合分析[J]. *光学学报*, 2003, **23**(11): 1364~1365

• 广告 •

## 最佳全球供应商



LBO 专利号: 4,826,283 美国专利号  
88 1,02084.2 中国专利号  
2023845 日本专利号



FC CASTECH<sup>®</sup>

我公司提供以下类型晶体:

- 非线性光学晶体
- 激光晶体
- 声光及电光晶体
- 双折射晶体
- 光折变晶体
- 晶体组件
- X-射线晶体
- 光学件



BBO



BiBO



KTP



Nd:YVO<sub>4</sub>



胶合晶体



键合晶体



蓝光组件



光腔晶体

### 福建福晶科技有限公司

地址: 福建省福州市杨桥西路155号 邮编: 350002  
TEL: 86-591-83710533 FAX: 86-591-83711593  
<http://www.castech.com> E-mail: sales@castech.com