

文章编号: 0253-2239(2006)12-1877-5

# 强激光在窄通道中传播的理论研究

金张英 沈百飞 方宗豹 张晓梅 李雪梅 王凤超

(中国科学院上海光学精密机械研究所强场激光物理国家重点实验室, 上海 201800)

**摘要:** 在考虑相对论和有质动力非线性以及全局电量守恒的前提下, 分析了强激光在冷等离子体窄通道中稳定传播的情况。采用较为简化的二维理论模型, 给出了描述激光和通道横向结构的解, 对不同通道宽度、通道密度、激光强度和电磁模式等进行了讨论, 分析了其对激光在等离子体通道中传播的影响。分析发现, 在存在预通道的情况下, 当等离子体通道的密度大于临界密度很多时(例如 20 倍临界密度), 即使是在激光波长量级的通道中, 激光仍然可以传播。通道越宽, 等离子体密度越小; 激光强度越大越容易传播。在同样的通道和传输情况下,  $TE_0$  模传输所需要的激光强度比  $TE_1$  模要小。

**关键词:** 超快光学; 强激光; 高密度等离子体; 窄等离子体预通道

中图分类号: TL61<sup>+</sup>2.3 文献标识码: A

## Theoretical Studies on Propagation of Ultraintense Laser Pulses in Preformed Narrow Plasma Channel

Jin Zhangying Shen Baifei Fang Zongbao Zhang Xiaomei Li Xuemei Wang Fengchao

(State Key Laboratory of High Field Laser Physics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** The steady propagation of an ultraintense laser pulse in a preformed narrow plasmas channel with the width in the order of laser wavelength is investigated, considering relativistic and ponderomotive nonlinearities and global charge conservation. A simplified two-dimensional model is derived to describe the structures of laser pulses and the channels and exact analytical solutions describing the cross-sectional structures of the laser amplitude and plasma density are presented. The influences of the channel width, plasma density, laser intensity and mode of electromagnetic field on laser pulse propagation in the plasma channel are also discussed. It is proved that if there is a preformed channel, the laser pulse can still propagate in the channel of pulse-duration order, even if the plasma density is much higher than the critical density (e. g. 20 times critical density). If the channel is wider, the plasma density is lower and when the laser intensity is higher, the laser pulses will propagate more easily. In the same channel condition, a higher laser intensity is needed for  $TE_1$  mode propagating at the same group velocity as for  $TE_0$  mode.

**Key words:** ultrafast optics; ultraintense laser; high density plasma; preformed narrow plasma tunnel

### 1 引言

随着激光技术,特别是超短啁啾脉冲放大技术的发展,激光脉冲已经进入飞秒( $1\text{ fs}=10^{-15}\text{ s}$ )范围,这种新型超短脉冲激光人们可以控制物质中电子的运动,进而改变物质的性质和状态<sup>[1]</sup>。这极大地扩展了

物理学的研究领域,使得人们能更深入地研究激光与物质的相互作用,不论在实验上还是在理论上都取得了不少成果。激光在不同密度的等离子体中传输时,过去研究证明,当没有预通道且激光功率大于相对论自聚焦临界功率时,相对论激光产生的自聚焦效应可

作者简介: 金张英(1981~),女,上海人,中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生,主要从事激光与等离子体相互作用方面的研究。E-mail: j3i4n52@163.com

导师简介: 沈百飞(1967~),男,中国科学院上海光学精密机械研究所研究员、博士生导师,主要从事超短超强激光和等离子体相互作用等方面的研究。E-mail: bfshen@mail.shcnc.ac.cn

收稿日期: 2005-12-12; 收到修改稿日期: 2006-04-27

以排开电子产生自通道效应<sup>[2,3]</sup>,在更大时间尺度上离子也会被静电力排开。这使得激光可以突破衍射极限的限制,传输得更远,并且能量损失不会太大。关于激光产生自通道效应的机理已经有不少人分析过<sup>[4~7]</sup>,但是激光在已经形成的通道中(尤其是窄通道中)的传输仍然需要进一步研究。这对于“快点火”方案中的点火脉冲是否能够在通道里顺利传播具有重要意义。其他应用方向还有激光等离子体电子加速、X射线激光、谐波的产生等。

对于离子密度在整个空间均匀的情况,文献[4,8,9]中有详细分析。本文参考文献[4,9],利用边界条件实现全局电量守恒,得到电子密度的不连续解。为了方便和二维粒子模拟结果的比较,本文和文献[9]一样考虑是平板几何的情况,但文献[9]没有考虑预等离子体通道的情况,而这正是本文着重讨论的。

本文采用圆偏振激光脉冲,如果采用线偏振激光,则激光偏振方向上的解和垂直方向上的解可能存在差别<sup>[10]</sup>。

## 2 理论模型

考虑均匀分布的冷等离子体通道,认为离子近似固定。一束圆偏振的超强激光在通道中传输,可以用麦克斯韦(Maxwell)方程组和冷等离子体流体方程来描述通道中的电磁场和电子等离子体,同时考虑电量守恒<sup>[4,11]</sup>:

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \varphi + \frac{4\pi}{c} ne\mathbf{v}, \quad (1)$$

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi e(n - n_0), \quad (2)$$

$$m\gamma\mathbf{v} = \frac{e}{c} \mathbf{A} + \nabla \psi, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = e\varphi - mc^2(\gamma - 1), \quad (4)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{v}) = 0, \quad (5)$$

这里用了库仑规范,

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0, \quad (6)$$

其中  $\mathbf{A}$  是电磁场的矢势,  $\varphi$  是标势;  $n$  是电子密度,  $n_0$  是离子密度,没有激光时两者都是均匀分布;  $\gamma = 1/\sqrt{1-v^2/c^2}$  是相对论因子;  $c$  是真空中光速,  $v$  是电子运动速度,  $e$  是电子电量。

如果对(1)式取散度,并且利用(2)式、(6)式,可以看到(5)式自然成立。也就是说,这个系统自动符合了电量守恒定律。但是在处理简化后的模型时等离子体的电中性并不能明显表现出来<sup>[2,3]</sup>。

考虑一种简化的二维模型,即只考虑激光传播

的方向和与之垂直的一个横向方向,这种情况就相当于两块平行放置的等离子体平板组成的通道。同时,考虑激光周期远小于激光脉宽的情况,因此可以作慢变振幅近似,将归一化的矢势写为

$$\frac{e\mathbf{A}}{mc^2} = a_{0\perp}(r_{\perp})\mathbf{e}_{r_{\perp}} \exp[i(h'x - \omega_L t)] + \text{c. c.}, \quad (7)$$

$a_0$  为归一化势矢,  $\mathbf{e}$  为方向矢量,  $r_{\perp}$  为横向位移,下标  $\perp$  表示垂直激光传播方向,  $\omega_L$  为激光频率。由于激光传播方向与通道走向( $x$  方向)一致,可以做傍轴近似  $k_{\perp} \ll h'$  ( $k_{\perp}$  是激光波数的横向分量,  $h'$  是传播常量),矢势的平行分量与横向分量相比可以忽略。因此可以把(7)式中的下标“ $\perp$ ”去掉。如果令  $y$  方向为横向,那么(7)式可以写成

$$\frac{e\mathbf{A}}{mc^2} = a_0(y)\mathbf{e}_y \exp[i(h'x - \omega_L t)] + \text{c. c.},$$

相应地,描述系统的方程归一化后可以写成如下形式<sup>[9]</sup>:

$$\nabla^2 a_0 + (1 - h^2 - N/\gamma)a_0 = 0, \quad (8)$$

$$\nabla^2 \phi = N - N_0, \quad (9)$$

$$\phi' = \gamma', \quad (10)$$

(8)式、(9)式中,  $\nabla^2 = \partial^2/\partial y^2$ ,  $y = ky$ ,  $h = h'/k$ ,  $k = \omega_L/c$  是真空波数,  $N_0 = n_0/n_{cr}$ ,  $N = n/n_{cr}$ ,  $n_{cr} = m\omega_L^2/(4\pi e^2)$  是临界密度,  $\phi = e\varphi/(mc^2)$ 。(10)式只有在电子存在的地方成立,式中  $\gamma = \sqrt{1+a_0^2}$ 。(10)式说明:从电子等离子体的边界位置开始,到等离子体内部,电子受到的有质动力和电荷分离产生的静电力相平衡。这就是本文讨论的情况,即激光在通道中稳定传播的情况。

利用(8)式、(9)式,消去  $N$ ,可以得到

$$\frac{a_0''}{1+a^2} - \frac{a_0 a_0'^2}{(1+a^2)^2} - \frac{N_0 a_0}{\sqrt{1+a^2}} + (1-h^2)a_0 = 0, \quad (11)$$

对(11)式两边同乘以  $a'$ ,并且两边积分,可以引入一个积分常量

$$W = \frac{a_0'^2}{2(1+a_0^2)} - N_0 \sqrt{1+a_0^2} + \frac{1}{2}(1-h^2)a_0^2, \quad (12)$$

(12)式右面的变量是随  $y$  变化的;当  $N(y) \rightarrow N_0$ ,  $a_0(y)$  和  $a_0'(y)$  随着  $y \rightarrow \infty$  而趋于零,因此由上式可得到:

$$W = W_0 \equiv -N_0. \quad (13)$$

于是可以得到在电子与离子密度都不为0的区域的激光的归一化矢势解<sup>[9]</sup>:

$$a_0(y) = \frac{\pm a_m \cosh[|\epsilon_0|^{1/2}(\sqrt{1-h^2})(y-y^{(0)})]}{\alpha \cosh^2[|\epsilon_0|^{1/2}(\sqrt{1-h^2})(y-y^{(0)})] - |\epsilon_0|}, \quad (14)$$

其中  $\epsilon_0 = 1 - N_0/(1-h^2)$ , (14) 式的最大值为  $a_m = 2 \left[ \frac{N_0}{1-h^2} \left( \frac{N_0}{1-h^2} - 1 \right) \right]^{1/2}$ , 位置在  $y^{(0)}$  处。

利用(8)式~(10)式和(12)式可以推出电子密度

$$N = 3(1+a_0^2)N_0 + 2(1-h^2)\sqrt{1+a_0^2}(H_E - a_0^2). \quad (15)$$

对于  $-y_d < y < y_d$  区域 ( $y_d$  为电子等离子体的表面位置), 电子密度  $N = 0$ , 积分常量  $W_V$  和光场表达式为

$$W_V = a_0^2 + (1-h^2)a_0^2, \quad (16)$$

$$a_0(y) = a_v \cos(\sqrt{1-h^2}y), \quad (17a)$$

$$\text{或 } a_0(y) = a_v \sin(\sqrt{1-h^2}y), \quad (17b)$$

TE<sub>0</sub> 模对应于(17a)式, TE<sub>1</sub> 模对应于(17b)式。

### 3 计算结果和讨论

为了计算电子等离子体表面的位置, 我们对泊松方程进行积分。要注意, 在预通道中, 即电子密度和离子密度都为 0 的区域有  $\nabla^2 \phi = 0$ ; 并且考虑到电子受到的有质动力和电荷分离产生的静电力达到平衡, 可以得到

$$y_d - y_1 = -\frac{1}{N_0} \frac{a_{0d} a'_{0d}}{\sqrt{1+a_{0d}^2}}, \quad (18)$$

$a_{0d}$  为电子等离子体边界处的电磁场矢势振幅。因为

本文考虑的是激光在预等离子体通道中传输, (18) 式中有离子等离子体表面, 即预通道的位置这一变量  $y_1, y_d$  为电子等离子体表面的位置, 即在从这一位置开始, 到电子等离子体的任何地方, 激光的有质动力和电荷分离产生的静电力达到平衡。

利用(13)式, 得到与电子等离子体边界位置有关的另一个方程:

$$-N_0 = \frac{a_{0d}^2}{2(1+a_{0d}^2)} - N_0 \sqrt{1+a_{0d}^2} + \frac{1}{2}(1-h^2)a_{0d}^2. \quad (19)$$

在一定的等离子体密度条件下, 只要已知激光场在通道中的最大值  $a_v$  和预通道的位置  $y_1$ , 将(17)式代入(18)和(19)式, 就可以数值求解(18)式和(19)式; 这样就可以知道通道中激光场和电子密度的横向分布及激光传输速度等。

图 1 是 TE<sub>0</sub> 模的情况下, 等离子体密度为  $N_0 = 10$ 、预通道半宽度  $y_1 = 0.5$  时的激光场和等离子体密度横向分布的图像, 图 1(a) 对应于  $a_v = 11$  的情况, 此时电子等离子体边界  $y_d = 1.44$ , 即电子被往里压缩了  $0.15\lambda_L$  ( $\lambda_L$  为激光波长); 激光的传播常数是  $0.26k$ , 对应的激光群速度是  $0.26c$ 。图 1(b) 对应于  $a_v = 15$  的情况, 电子等离子体边界  $y_d = 1.66$ , 即电子被往里压缩了  $0.18\lambda_L$ , 此时激光群速度是  $0.52c$ 。由图 1 可以看出, 在同样的  $y_1$  下, 激光

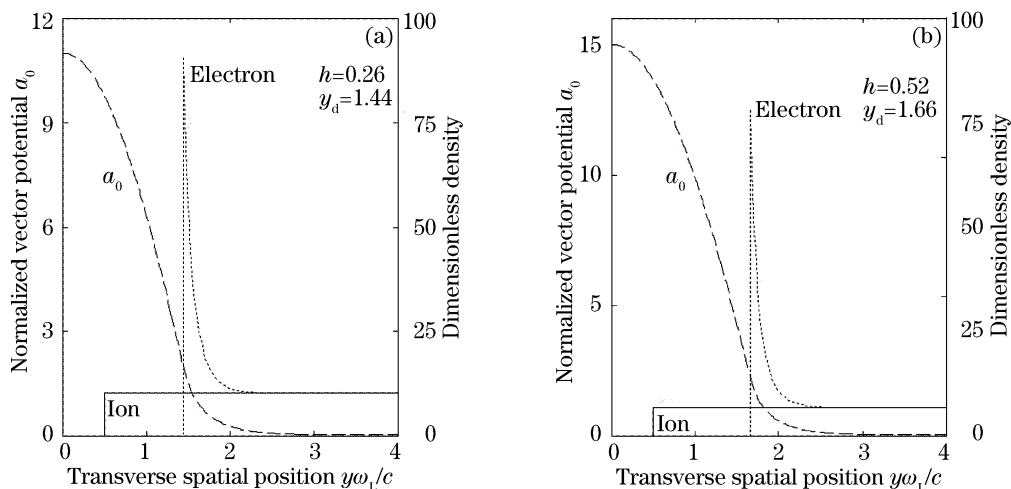


图 1 初始密度  $N = 10$ , 初始等离子体通道边界  $y_1 = 0.5$  时, TE<sub>0</sub> 模的激光场矢势(虚线)、电子密度(点线)和离子密度(实线)随横向空间位置的变化。(a)  $a_v = 11$ , (b)  $a_v = 15$

Fig. 1 Cross-sectional profile of the normalized vector potential (dash line), electron density (dot line) and ion density (real line) for the TE<sub>0</sub> mode in preformed plasma channels ( $y_1 = 0.5$ ). The initial plasma density is  $N = 10$ , (a)  $a_v = 11$ , (b)  $a_v = 15$

强度越增加,电子被排开得越远,这说明电子受到的有质动力随激光强度的增大而增大;同时随着激光强度的增大, $h$  也越大,说明激光在通道内的传播速度越快,也就是说,激光强度越大,激光在通道内越容易传输。图 2 是不同条件下,TE<sub>0</sub> 模情况下的图像。比较图 2(a)和图 2(b),可看到相同的  $N_0 = 10$  和  $a_v = 11$  下, $y_1$  越小,即通道越窄时,电子被排开的距离越远, $h$  越小;而通道越宽时, $h$  则越大,说明

相同  $a_v$  下,通道越大激光越容易传输。从上面的计算可以看到,在只有激光波长量级的等离子体预通道中,相对论强激光就能在通道中传输。

图 3 中给出的是 TE<sub>1</sub> 模对应的图像,和图 1 中有相同的等离子体密度、通道宽度和  $h$  值。和图 1 比较可以看到,对于 TE<sub>1</sub> 模,通道中的激光场要强很多,即只有很强的激光才能以这种模式进行传播。因此在实验中采用 TE<sub>0</sub> 更加合适。

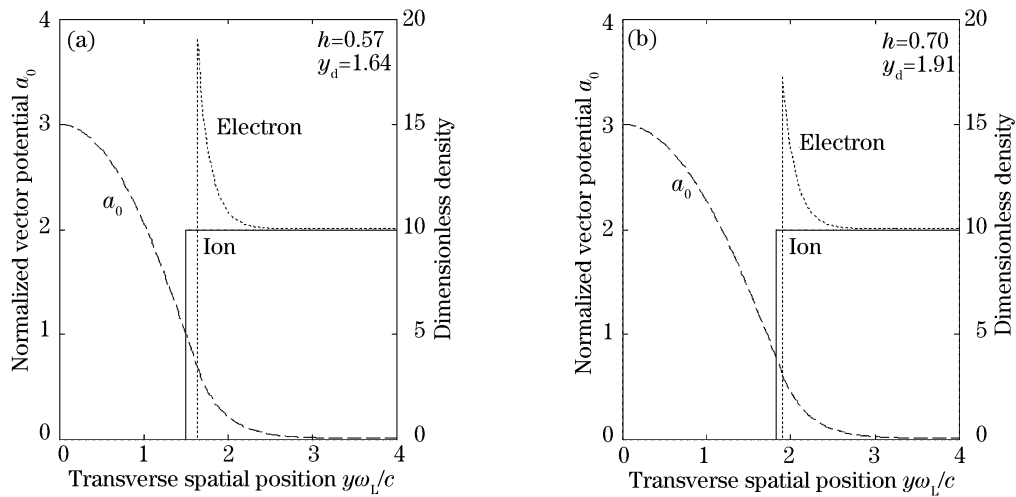


图 2 初始密度  $N=10, a_v=3$  时,TE<sub>0</sub> 模的激光场矢势(虚线)、电子密度(点线)和离子密度(实线)随横向空间位置的变化。(a)  $y_1=1.5$ , (b)  $y_1=1.8$

Fig. 2 Cross-sectional profile of the normalized vector potential (dash line), electron density (dot line) and ion density (real line) for the TE<sub>0</sub> mode  $a_v=3$  in preformed plasma channels. The initial plasma density is  $N=10$ . (a)  $y_1=1.5$ , (b)  $y_1=1.8$

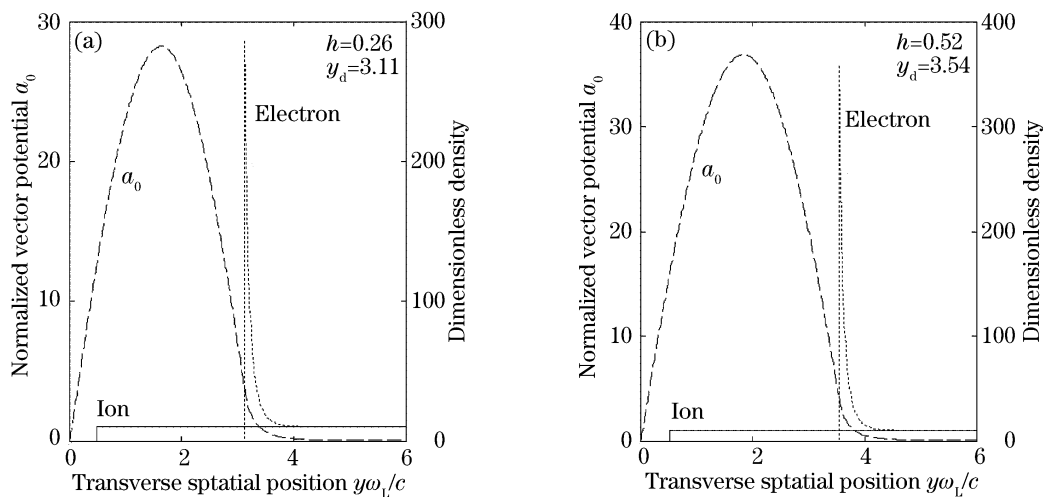


图 3 与图 1 相同的  $h$  和  $y_1$  时,TE<sub>1</sub> 模的激光场矢势(虚线),电子密度(点线)和离子密度(实线)随横向空间位置的变化  
Fig. 3 Cross-sectional profile of the normalized vector potential (dash line), electron density (dot line) and ion density (real line) for the same  $h$  and  $y_1$  as in Fig. 1 of TE<sub>1</sub> mode

对于更高的等离子体密度,如图 4 所示  $N_0 = 20$ ,图 4(a)对应于  $y_1 = 0.5$  的情况,图 4(b)对应于  $y_1 = 1.8$  的情况。比较图 4(a)、图 4(b),可以看到在更高的等离子体密度下,依然是通道宽的情况下

激光更容易传播。将图 4(a)和图 4(b)分别与图 1 (a)和图 2(b)比较,可以看到,等离子体密度越大,激光要保持传播速度不变,即  $h$  相同,那么所需要的激光强度也越大。

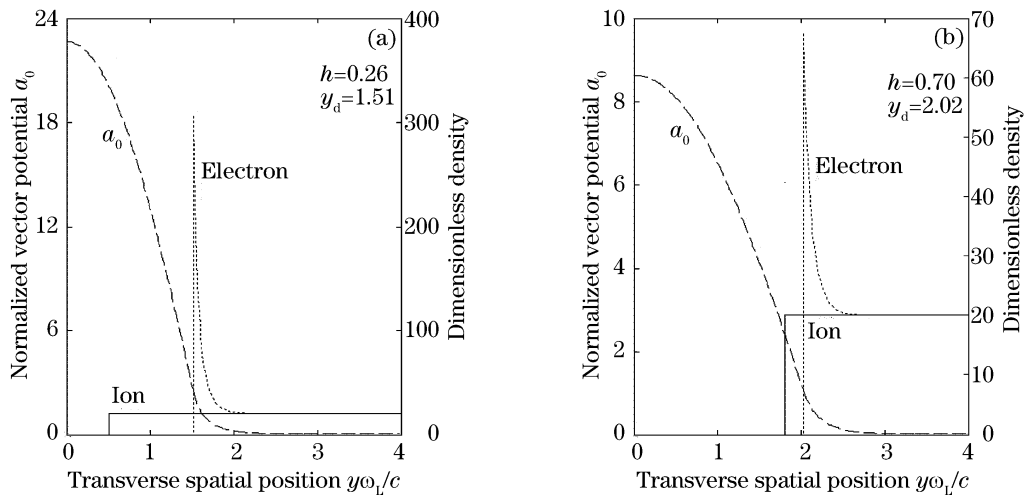


图4 初始密度  $N=20$  时,  $TE_0$  模的激光场矢量(虚线)、电子密度(点线)和离子密度(实线)随横向空间位置的变化,其中(a)对应于图 1(a)的情况,(b)对应于图 2(b)的情况

Fig. 4 Cross-sectional profile of the normalized vector potential (dash line), electron density (dot line) and ion density (real line) for the  $TE_0$  mode. The condition in Fig. 4(a) is same as in Fig. 1(a) and Fig. 4 (b) as in Fig. 2(b), but for the initial plasma density  $N=20$

## 4 结 论

本文研究了超短超强激光脉冲在窄等离子体预通道中的传输。采用较为简化的理论模型,从激光在介质中传输的基本方程出发,考虑全局电量守恒,得到了一系列的激光光场与等离子体密度的方程,从而确定激光在通道中传播的状态和通道产生的变化。在有预通道存在的情况下,当等离子体通道的密度大于临界密度很多时,即使是在激光波长量级的通道中,激光仍然可以在通道中传播;对于不同的模式( $TE_0$  和  $TE_1$ )都有相似的结果。在同样的通道宽度下,激光峰值强度越大,则电子被推的越远,激光在通道内更容易传播。如果没有预通道的存在,激光强度要达到相对论自聚焦临界强度以上才可以通过自通道效应在稠密等离子体中稳定传输;而有预通道时,要达到稳定传播需要的最低激光强度要比没有预通道时小,这个激光强度可以通过数值求解得到,但是还没有直接的解析表达式。而且在同样的等离子体密度下,激光传输速度如果相同,有预通道时,激光的强度远小于没有通道的情况。对于同样的激光峰值强度,通道越小,电子被排开越远,越不利于激光传播。通道尺寸如果太小了,就可以看作没有预通道来处理;但是如果通道太大,通道对激光的作用就可以忽略不计,就等于激光在真空中传播了,就不能起到约束激光,延长激光传播距离的作用。通过分析还发现,在同样的通道状况和传播系数时,不同的模式需要的激光强度不同, $TE_1$  需要更高的激光强度。本文的工作有助于确定脉冲是否能够在通道里顺利传播,

这对于研究“快点火”、激光等离子体电子加速、X 射线激光和谐波的产生等都有帮助。

## 参 考 文 献

- Zhang Qiuju. Numerical and theoretical studies on the propagation of intense laser pulses in plasmas [D]. Beijing: Institute of Physics, The Chinese Academy of Sciences, 2004. 1~12 (in Chinese)  
张秋菊. 强激光在等离子体中传输的数值模拟和理论研究[D]. 北京: 中国科学院物理所, 2004. 1~12
- Guozheng Sun, Edward Ott, Y. C. Lee *et al.*. Self-focusing of short intense pulse in plasmas[J]. *Phys. Fluids*, 1987, **30**(2): 526~532
- A. B. Borisov, A. V. Borovskiy, O. B. Shiryayev *et al.*. Relativistic and charge-displacement self-channeling of intense ultrashort laser pulses in plasmas[J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(8): 5830~5845
- Baifei Shen, M. Y. Yu. Relativistic channeling by intense laser pulse in overdense plasmas[J]. *Phys. Rev. E*, 2003, **68**(2): 026501
- T. Kurki-Suonio, P. J. Morrison, T. Tajima. Self-focusing of an optical beam in a plasma[J]. *Phys. Rev. A*, 1989, **40**(6): 3230~3239
- P. Sprangle, E. Esarey, J. Krall *et al.*. Propagation and guiding of intense laser pulses in plasmas[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **69**(15): 2200~2203
- X. L. Chen, R. N. Sudan. Two-dimensional self-focusing of short intense laser pulse in underdense plasma[J]. *Phys. Fluids B*, 1993, **5**(4): 1336~1348
- John H. Marburger, Robert F. Tooper. Nonlinear optical standing waves in overdense plasmas [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1975, **35**(15): 1001~1004
- F. Cattani, A. Kim, D. Anderson *et al.*. Multifilament structures in relativistic self-focusing[J]. *Phys. Rev. E*, 2001, **64**(1): 016412
- Z.-M. Sheng, K. Nishihara, T. Honda *et al.*. Anisotropic filamentation instability of intense laser beams in plasmas near the critical density[J]. *Phys. Rev. E*, 2004, **64**(6): 066409
- M. D. Feit, J. C. Garrison, A. M. Rubenchik. Short pulse laser propagation in underdense plasmas [J]. *Phys. Rev. E*, 1996, **53**(6): 1068~1083