

文章编号: 0253-2239(2006)12-1807-6

# 扩大景深的波前编码成像系统特性分析

阳庆国 刘立人 孙建锋 郎海涛 朱勇建 鲁伟

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

**摘要:** 从空域和频域两个方面利用新的数学工具对扩大景深的波前编码成像系统的一些重要特性进行了阐释和分析。空域中, 主要利用维格纳分布函数的正则投影来分析系统的点扩展函数对离焦像差的变化不敏感特性; 频域中, 则利用考纽螺线的图解方法来分析系统的光学传递函数对离焦像差的变化不敏感特性。简单讨论了波前编码成像技术所涉及的数字图像处理方法, 并且用数值仿真实验验证了波前编码成像系统的这些优越特性。

**关键词:** 成像系统; 离焦; 波前编码; 点扩展函数; 光学传递函数; 维格纳分布函数

中图分类号: O438 文献标识码: A

## Property of Wave-Front Coding Imaging Systems for Extending the Depth of Field

Yang Qingguo Liu Liren Sun Jianfeng Lang Haitao Zhu Yongjian Lu Wei

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** New mathematical tools are used to explore and analyze the well-known properties of imaging system for extending the depth of field from spatial and frequency domain, respectively. In the spatial domain, canonical projection of the Wigner distribution function of the associated pupil function to show the insensitivity of the system's point spread function to the defocus-related aberrations is mainly used, and in the frequency domain, it is shown that the optical transfer function of such a system is also insensitive to misfocus through a geometrical description of the so-called Cornu spiral. The involved digital image processing is also briefly discussed and a digital simulated experiment is done to affirm these excellent properties of the wave-front coding imaging system.

**Key words:** imaging system; defocus; wave-front coding; point spread function; optical transfer function; Wigner distribution function

## 1 引言

在大孔径摄影术、三维显微成像、光存储等许多的实际应用中, 在保持成像系统的成像质量的同时扩大成像系统的景深(或焦深)范围具有十分重要的意义<sup>[1]</sup>。通常扩大景深的办法是通过减小成像系统的相对孔径或者利用光学切趾成像技术<sup>[2]</sup>, 但是这些方法都是以牺牲系统的成像质量如图像的分辨力以及光通量为代价的。

波前编码成像技术<sup>[3,4]</sup>是近年来出现的一种集光学成像与数字信号处理相结合的综合成像技术。

它是光学技术与电子学技术紧密结合的典范, 是对当前的成像技术的一次革新<sup>[5]</sup>。用于扩展景深的波前编码成像系统很好地解决了景深与成像质量互为矛盾的两难处境。它通过在传统成像系统的光瞳面上插入一块三次相位板, 对入射的非相干光波进行调制编码, 形成了一种对离焦像差不敏感的中间像, 其特点是系统的点扩展函数(PSF)和光学传递函数(OTF)在很大的景深范围内对离焦像差的变化不敏感, 并且光学传递函数在整个通频带内没有零点, 因此可以通过对采样到的中间像进行数字图像处理

作者简介: 阳庆国(1979~), 男, 湖南衡阳人, 中国科学院上海光学精密机械研究所博士研究生, 主要从事光学成像技术、计算机视觉、数字图像处理方面的研究。E-mail: yungore@ustc.edu.cn

导师简介: 刘立人(1942~), 男, 上海人, 中国科学院上海光学精密机械研究所研究员, 博士生导师, 主要从事光通信、衍射光学、光折变光学、光计算、光学图像处理方面的研究。

收稿日期: 2006-03-03; 收到修改稿日期: 2006-05-08

理,从而重建出最终的清晰图像。

本文从空域和频域两个方面分别对波前编码成像系统的一些特性进行了分析。空域中主要利用维格纳分布函数(WDF)的正则投影变换分析了系统点扩展函数的“平移不变”特性,即点扩展函数的形状在很大的景深范围内几乎不随离焦像差变化而改变,只是在像面上产生一定的横向偏移;而频域中则利用考纽螺线的几何图解来描述系统光学传递函数对离焦的不敏感特性。并用数值模拟实验验证了系统的这些优良特性。

## 2 波前编码成像系统的特性分析

### 2.1 空域的点扩展函数计算和分析

为了简便起见,只分析用于扩大景深的波前编码成像系统的一维情形,此系统的规格化的广义光瞳函数  $q(u)$  可以表示为

$$q(u) = p(u)\exp[j2\pi(\alpha u^3 + \omega_{20}u^2)], \quad (1)$$

其中  $p(u)$  为规格化的矩形光瞳函数,光瞳范围  $[-1, +1]$  内其值为  $1/\sqrt{2}$ , 之外为 0。式中三次项为相位板引入的三次相位因子,参量  $\alpha$  控制相位的偏移程度。二次项为离焦像差,  $\omega_{20}$  为以波长为单位的离焦系数。由傅里叶光学可知,带离焦像差的规格化点扩展函数  $h(x, \omega_{20})$  可以写成广义光瞳函数  $q(u)$  的傅里叶变换谱强度:

$$h(x, \omega_{20}) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} q(u)\exp(-j2\pi xu)du \right|^2, \quad (2)$$

代入(1)式,整理之后可以写成

$$h(x, \omega_{20}) = \frac{1}{2} \left| \int_{\omega_{20}/3\alpha-1}^{\omega_{20}/3\alpha+1} \exp\left\{j2\pi\left[\alpha u^3 - \left(x + \frac{\omega_{20}^2}{3\alpha}\right)u\right]\right\} du \right|^2, \quad (3)$$

由(3)式可以看出,有离焦像差的点扩展函数  $h(x, \omega_{20})$  与无像差的点扩展函数  $h(x, 0)$  在函数形式上是一致的,只是前者相较于后者,通光孔径在光瞳面上整体偏移了  $\omega_{20}/(3\alpha)$ , 而点扩展函数在像面上则整体偏移了  $\omega_{20}^2/(3\alpha)$ 。关于这一特点,在接下来的维格纳分布函数正则投影变换的分析中将更加明了。

由维格纳分布函数的边缘特性可知,非相干光学系统的点扩展函数,可以表示成光瞳的维格纳分布函数在空域坐标轴上的投影<sup>[7]</sup>,即

$$h(x, \omega_{20}) = \int_{-\infty}^{\infty} W_q(x, u, \omega_{20}) du, \quad (4)$$

其中

$$W_q(x, u, \omega_{20}) = \int_{-\infty}^{\infty} q\left(u + \frac{v}{2}\right)q^*\left(u - \frac{v}{2}\right)\exp(-j2\pi xv)dv$$

是光瞳函数  $q(u)$  的维格纳分布函数。经计算,维格纳分布函数  $W_q(x, u, \omega_{20})$  可以表示成

$$W_q(x, u, \omega_{20}) = 2^{2(1-|u|)} \int_0^{2(1-|u|)} \cos\left\{2\pi\left[\frac{\alpha v^3}{4} + (3\alpha u^2 + 2\omega_{20}u - x)v\right]\right\} dv, \quad (5)$$

利用稳相原理,(5)式可以用艾里函数(Airy function)来近似<sup>[8]</sup>:

$$W_q(x, u, \omega_{20}) \approx \left(\frac{16\pi^2}{3\alpha}\right)^{1/2} \text{Ai}\left[\left(\frac{16\pi^2}{3\alpha}\right)^{1/3}(x - 3\alpha u^2 - 2\omega_{20}u)\right], \quad (6)$$

(6)式表明  $W_q(x, u, \omega_{20})$  是一个以抛物线族  $x - 3\alpha u^2 - 2\omega_{20}u = C$  ( $C$  为任意实常数) 为等值线的二维艾里函数。图 1 绘出了有离焦像差的维格纳分布函数  $W_q(x, u, \omega_{20})$  以及无离焦像差的维格纳分布函数  $W_q(x, u, 0)$  的灰度图,比较可以发现,前者的等值线相较于后者在相-空平面( $u-x$  平面)内有一定的偏移。这是因为离焦系数  $\omega_{20}$  所在的线性项只改变二次抛物线在坐标系中的位置,不改变抛物线的形状。根据抛物线的性质可知,对于确定的离焦系数,此抛物线族相较于未离焦时的情形,在  $u$  轴方向上的偏移量为  $\omega_{20}/3\alpha$ , 而在  $x$  轴方向的偏移量则为  $\omega_{20}^2/3\alpha$ , 跟前面的分析保持一致。由于系统的点扩展函数是光瞳的维格纳分布函数在  $x$  轴方向的正则投影,所以维格纳分布函数的相-空平移导致系统的点扩展函数在  $x$  轴方向存在等量的平移,但是不论有无离焦像差存在,其维格纳分布函数的函数形式是不变的,因此系统的点扩展函数的形状也是保持不变的。这就是波前编码成像系统点扩展函数的“平移不变”特性。当然由于实际光学系统的孔径是有限的,规格化的频率坐标  $u$  被限制在区间  $[-1, +1]$  之内,因此维格纳分布函数在  $u$  轴方向的平移导致点扩展函数的末梢会随不同的离焦像差而略有不同[参看图 4(c)和图 4(d)]。当然这种点扩展函数的形状差异相较于点扩展函数在  $x$  轴方向偏移效应给成像质量所带来的影响来说,是完全可以忽略的。点扩展函数的横向偏移效应会给超出预先设计的景深范围部分的图像带来变形,但是可以通过增大相位板的参量  $\alpha$  以此消除这种不好的影响。

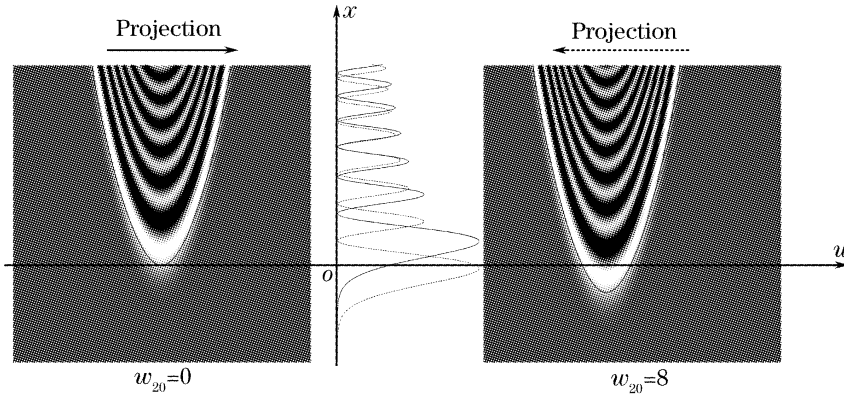


图 1 有无离焦像差时光瞳函数的维格纳分布函数灰度图以及由它们向  $x$  轴投影而得到的点扩展函数曲线  
 Fig. 1 Gray-scale pictures of the Wigner distribution function (WDF) for pupil function with and without defocus aberrations and the point spread function (PSF) curves obtained from the projection of the WDFs along the  $x$  axis

2.2 频域的光学传递函数计算和分析

由傅里叶光学知,非相干光学系统的光学传递函数是规格化光瞳函数的自相关函数:

$$H(u, \omega_{20}) = \int_{-\infty}^{\infty} q(v + u/2)q^*(v - u/2)dv, \quad (7)$$

把(1)式的广义光瞳函数代入(7)式,整理后得到

$$H(u, \omega_{20}) = \frac{1}{2} \exp\left[j2\pi\left(\frac{\alpha u^3}{4} - \frac{\omega_{20}^2 u}{3\alpha}\right)\right] \times \int_{|u|/2-1}^{1-|u|/2} \exp\left[j6\pi\alpha u\left(v + \frac{\omega_{20}}{3\alpha}\right)^2\right]dv, \quad (8)$$

当在通频带内给定任意的空间频率  $u$  时,很明显(8)式的积分可以看成平面波的非涅耳单缝衍射,只是单缝的位置随离焦系数的不同产生相应的平移,平移大小与前面空域中分析的通光孔径的平移相一致。接下来的分析就是深入研究这种偏移效应究竟会给光学传递函数带来什么样的影响。利用变量代换

$$\begin{aligned} (12\alpha u)^{1/2}(v + \omega_{20}/3\alpha) &= t, \\ (12\alpha u)^{1/2}(\omega_{20}/3\alpha + |u|/2 - 1) &= a, \\ (12\alpha u)^{1/2}(\omega_{20}/3\alpha - |u|/2 + 1) &= b \end{aligned}$$

以及菲涅耳积分

$$F(r) = \int_0^r \exp(j\pi t^2/2)dt,$$

(8) 式可以简化为

$$H(u, \omega_{20}) = \frac{1}{\sqrt{48\alpha u}} \exp\left[j2\pi\left(\frac{\alpha u^3}{4} - \frac{\omega_{20}^2 u}{3\alpha}\right)\right] \times [F(a) - F(b)], \quad (9)$$

其中三次相位因子  $\exp(j2\pi\alpha u^3/4)$  与离焦像差无关,但会引起图像的畸变,从而需要通过数字图像处理才能获得所需的清晰图像;而一次相位因子

$\exp(-j2\pi\omega_{20}^2 u/3\alpha)$  与离焦像差有关,但结果只是引起系统的点扩展函数在像面上的平移,与前面空域的分析结果一致。因此,系统的光学传递函数对离焦像差的不敏感特性取决于(9)式中最后一项的非涅耳积分。计算和分析菲涅耳积分的一个方便工具是利用考纽螺线的图解法<sup>[6,9]</sup>。如图 2 所示,菲涅耳积分  $F(a) - F(b)$  表示复平面内螺线上从点  $F(a)$  到点  $F(b)$  的相幅矢量。此矢量模的变化反映了此光学系统调制传递函数(MTF)的变化。从图 2 上可以看出,对于某一确定的空间频率  $u$ ,当离焦系数  $\omega_{20}$  在一个较大的范围内增大(减少)时,矢量的起点  $a$  随  $\omega_{20}$  的变化往螺线旋松(旋紧)的方向移动,而矢量的终点  $b$  则随  $\omega_{20}$  的变化往螺线旋紧(旋松)的方向移动,但是矢量的模却始终保持大致的不变,也就是说系统的调制传递函数对离焦像差的变化不敏感。另外,在通频带内 ( $|u| < 2$ ),由于矢量的起点和终点始终都位于螺线上的不同位置,因此矢量的模不会为零,从而保证了系统的光学传递函数在通频带内无零点。

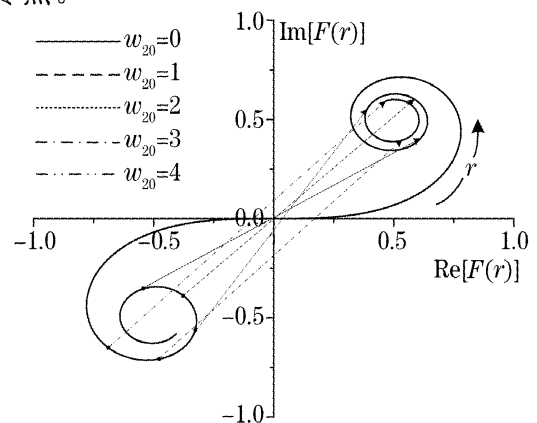


图 2 考纽螺线图解示意图  
 Fig. 2 Schematic illustration of Cornu spiral

这些特点可以更加清晰地从图 3 普通成像系统与波前编码成像系统的调制传递函数曲线的比较上看出来。普通成像系统的调制传递函数对离焦像差变化剧烈,并且随着离焦量的增大,通频带内出现越来越多的零点,从而造成传递频率的丢失。使得无

法较好地利用数字图像处理技术复原图像;而波前编码成像系统的调制传递函数几乎对离焦像差不变,而且在通频带内没有任何零点,从而可以通过数字图像处理较好地复原图像。这正是波前编码成像系统相较于普通成像系统的优点之一。

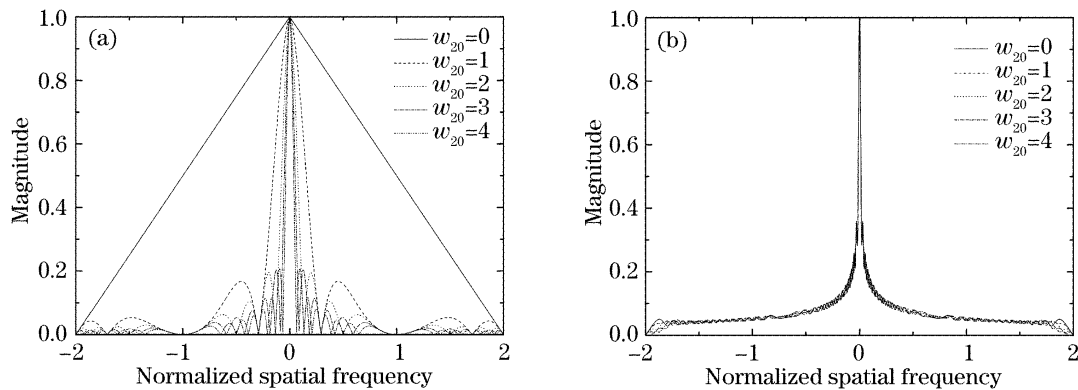


图 3 离焦调制传递函数曲线。(a) 普通成像系统, (b) 波前编码成像系统

Fig. 3 Defocused modulation transfer functions of traditional (a) and wavefront coded (b) imaging system

### 3 数字图像处理以及数值仿真实验

由前面的分析可知,波前编码成像系统虽然对于离焦像差不敏感,但是由于引入了三次非球面相位板,使得成像系统不聚焦于任何像接收面,探测器采集到的都是不甚清晰的中间像,但是由于此系统对不同景深物体产生均匀的模糊,所以对最后采样到的数字图像采用统一的滤波器来重建清晰的目标图像。由于波前编码成像系统的调制传递函数在通频带内没有零点,因此可以采用逆滤波的图像处理方法。设若普通无像差的非相干光学成像系统(衍射极限系统)的光学传递函数为  $T(u)$ ,系统的在所设计的景深范围内的平均光学传递函数为  $H(u, \bar{w}_{20})$ ,则采用的补偿滤波器应为  $T(u)H^{-1}(u, \bar{w}_{20})$ 。为了增加算法的可靠性,此仿真实验采用的是最小二乘滤波方法。

假设待滤波的数据为向量  $\mathbf{a}$ ,目标数据为向量  $\mathbf{b}$ ,采用的滤波器为向量  $\mathbf{f}$ ,则滤波后的数据与目标数据的最小二乘误差函数  $e$  为

$$\|e\|^2 = \|\mathbf{A}\mathbf{f} - \mathbf{b}\|^2, \quad (10)$$

其中  $\mathbf{A}$  为数据向量  $\mathbf{a}$  的卷积矩阵。使误差最小的滤波器  $\mathbf{f}$  应该满足<sup>[4]</sup>

$$\mathbf{f} = (\mathbf{A}^* \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^* \mathbf{b}, \quad (11)$$

(11)式是普适的最小二乘滤波器,可以用它来设计空域或者频域滤波器,相应的待滤波数据可以是系统的点扩展函数或者光学传递函数,而目标数据则是衍射极限系统的点扩展函数或者光学传递函数。

图 4 和图 5 分别给出了普通成像系统与波前编码成像系统在聚焦和等量离焦的情况下的一维点扩展函数曲线和数字图像模拟成像后的效果图以及对波前编码成像系统的点扩展函数曲线和中间图像进行滤波后的结果。

从图中可以看出,普通成像系统的点扩展函数在离焦面上迅速扩展[图 4(b)],因此像质在离焦面上迅速变坏[图 5(b)],而波前编码成像系统的点扩展函数[图 4(c)和图 4(d)]虽然不论在聚焦面上还是离焦面上都是扩展的,成的中间像也都是模糊的[图 5(c)和图 5(d)],但是点扩展函数的形状却保持大致的不变,中间像的模糊程度也差不多,滤波后的点扩展函数[图 4(e)和图 4(f)]以及复原图像[图 5(e)和图 5(f)]则都几乎都和普通成像系统未离焦时的点扩展函数[图 4(a)]以及所成的图像[图 5(a)]效果一样好。

通过以上的实验和分析可以看出,波前编码成像系统大大增加了光学系统对于离焦像差的容差能力,在没有减少图像分辨率和光通量的情况下实现了不同景深物面上的三维物体都能清晰成像的目标。当然此模拟实验中没有考虑到噪声对数字图像处理所带来的影响,虽然此系统的调制传递函数在通频带内没有零点,但是相较于衍射极限系统,有较低的调制传递函数曲线,因此实际光学系统的数字图像处理会降低目标图像的信噪比。这也是波前编码成像系统的唯一缺点。

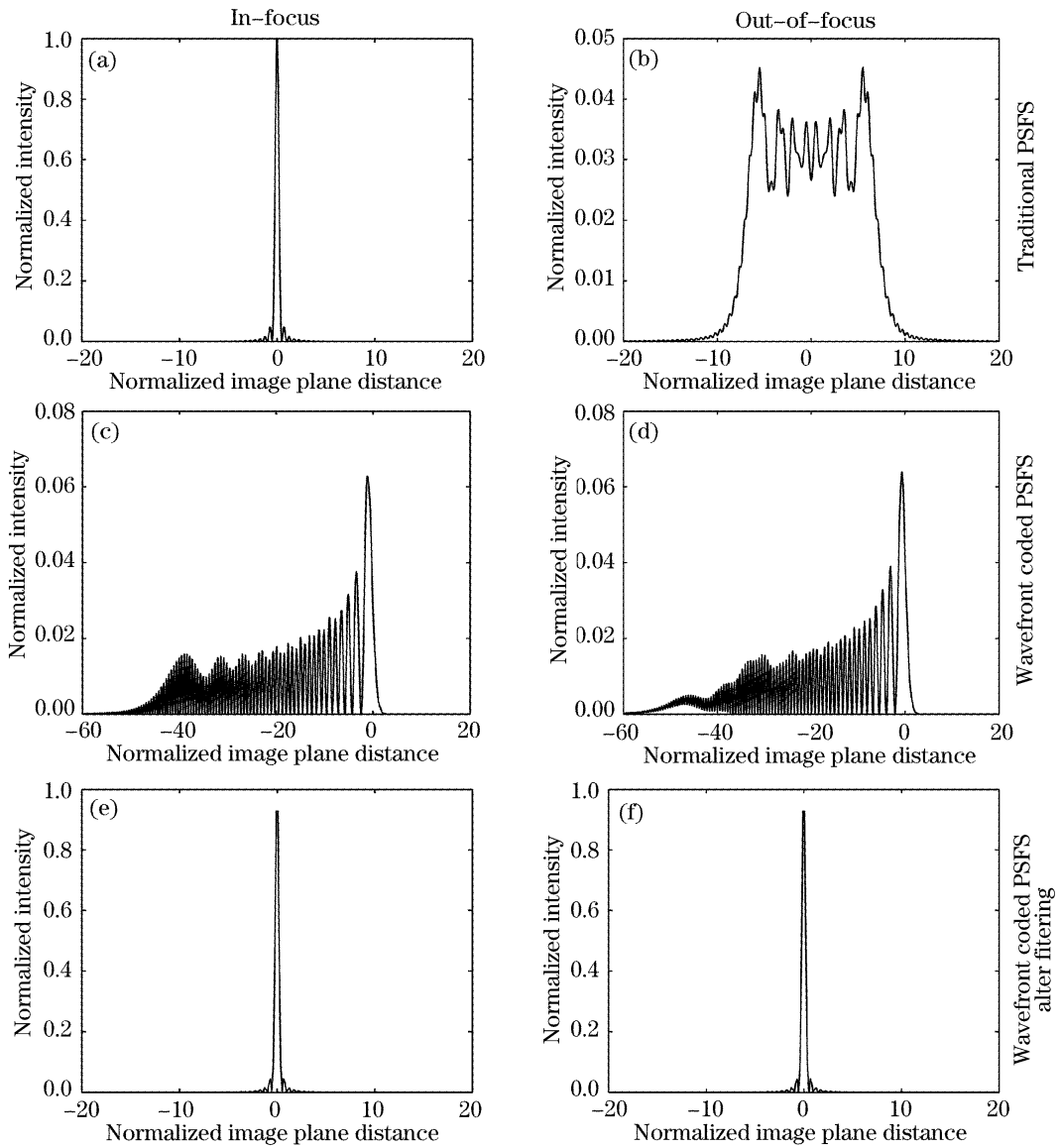


图 4 (a), (b) 普通成像系统的点扩展函数; (c), (d) 波前编码成像系统的点扩展函数; (e), (f) 滤波后的点扩展函数  
 Fig. 4 (a), (b) Traditional point spread function; (c), (d) wavefront coded point spread function; (e), (f) wavefront coded point spread function after filtering

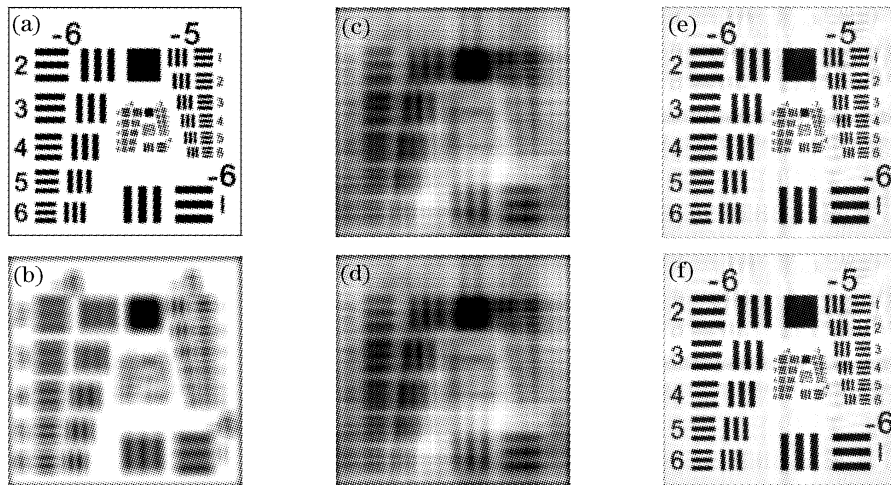


图 5 (a) 普通成像系统聚焦像; (b) 普通成像系统离聚焦像; (c) 波前编码成像系统聚焦像; (d) 波前编码成像系统离聚焦像;  
 (e) 滤波后的波前编码成像系统聚焦像; (f) 滤波后的波前编码成像系统离聚焦像

Fig. 5 (a) Traditional in-focus image; (b) traditional out-of-focus image; (c) wavefront coded in-focus image; (d) wavefront coded out-of-focus image; (e) wavefront coded in-focus image after filtering; (f) wavefront coded out-of-focus image after filtering

## 4 结 论

扩大景深的波前编码成像系统具有非常大的应用潜力和广阔的应用前景。先前的理论依据主要借助于光瞳的模糊函数以及稳相方法等数学工具来分析波前编码成像系统的一些频域特性,本文则利用新的数学工具从空域以及频域对此光学系统进行了比较全面的分析。这项工作有助于更加深入的理解波前编码成像技术的基本思想,对于设计实际的光学成像系统也是非常有益的理论参考。

### 参 考 文 献

- 1 Wang Haifeng, Chen Zhongyu, Gan Fuxi. Use of superresolution apodizer to increase the focal depth of HD-DVD[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(10): 1260~1263 (in Chinese)  
王海风,陈仲裕,干福熹. 用相移光阑延长高密度数字化视频光盘物镜焦深的研究[J]. *光学学报*, 2001, **21**(10): 1260~1263
- 2 Qingguo Yang, Liren Liu, Haitao Lang. Enlarging the depth of

- defocus by filtering in the phase-space domain[J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(32): 6833~6840
- 3 E. R. Dowski, W. T. Cathey. Extended depth of field through wavefront coding[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(11): 1859~1866
- 4 S. Bradburn, W. T. Cathey, E. R. Dowski. Realizations of focus invariance in optical-digital systems with wave-front coding[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**(35): 9157~9166
- 5 J. N. Mait, R. Athale, Joseph van der Gracht. Evolutionary paths in imaging and recent trends [J]. *Opt. Express*, 2003, **11**(18): 2093~2101
- 6 J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics* [M]. 2nd ed. New York: McGraw Hill, 1996. 83~87
- 7 Qingguo Yang, Jianfeng Sun, Liren Liu. Phase-space analysis of wavefront coding imaging systems[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2006, **23**(8): 2080~2083
- 8 M. A. Alonso, G. W. Forbes. Phase-space distributions for high-frequency fields[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2000, **17**(12): 2288~2300
- 9 G. Muyo, A. R. Harvey. Decomposition of the optical transfer function; wavefront coding imaging systems [J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(20): 2715~2717

\*\*\*\*\*

## 《中国学术期刊文摘》中文版和英文版 2007 年征订启事

《中国学术期刊文摘》分中文版(简称 CSAC)和英文版(简称 CSAE)两种,各自收录了我国高水平学术期刊中基础科学、医学、农业科学和工程技术领域约 40 个学科的论文文摘,全景展现我国的科研成果与进展。

作为综合性科技类检索刊物,《中国学术期刊文摘》致力于将我国科学技术各领域的原创性学术成果全面、快速地向科技工作者交流、传播,其中 CSAE 是我国第一份综合性英文版科技类学术检索刊物。

《中国学术期刊文摘》由中国科学技术协会主管,科技导报社主办并负责编辑、出版、发行,对科研单位、高等院校、图书馆以及广大科技工作者检索和了解我国的科技研究成果、学术研究动向具有重要的参考价值。

《中国学术期刊文摘(中文版)》刊号为 CN 11-3501/N,ISSN 1005-8923,2007 年为半月刊,大 16 开,国内定价 38.00 元/册,全年定价 912 元,邮发代号:82-707。

《中国学术期刊文摘(英文版)》刊号为 CN 11-5411/N,ISSN 1673-4084,2007 年改为月刊,大 16 开,国内定价 15.00 元/册,全年定价 180 元,邮发代号:80-487。

欢迎广大科技工作者、科研单位、高等院校、图书馆订阅。

**通讯地址:** 北京市海淀区学院南路 86 号科技导报社(邮编 100081)

**联系电话:** 010-62103122      **联系人:** 姚玉琴

**征订信箱:** wzbjb@cast.org.cn      **单位主页:** <http://www.csac.org.cn>

**户 名:** 科技导报社      **账 号:** 0200001409089017271

**开户银行:** 工商银行百万庄支行