

文章编号: 0253-2239(2006)11-1739-5

# 拉曼延迟响应对时空不稳定性的影响<sup>\*</sup>

郑一周<sup>1</sup> 胡 巍<sup>2</sup> 嵇建波<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 桂林航天工业高等专科学校电子工程系, 桂林 541004)  
(<sup>2</sup> 华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

**摘要:** 利用一个拓展的非线性薛定谔方程,研究了高强度超短脉冲光束在三阶非线性介质中传输时的时空调制不稳定现象。进一步考虑了时空聚焦、自陡峭和拉曼延迟响应等效应。通过采用线性化的方法,研究在均匀光强的背景下噪声的增长。发现介质的拉曼延迟响应对超短脉冲的时空调制不稳定有很明显的影响,使其在更广的范围出现,甚至在自散焦介质中的反常色散区域,也出现了时空不稳定现象。在此基础上,还对其时空不稳定性的一些特征进行了分析。

**关键词:** 非线性光学; 时空不稳定; 拉曼延迟响应; 超短脉冲光束

中图分类号: O437 文献标识码: A

## Influence of Raman Delayed Response on Spatiotemporal Instability

Zheng Yizhou<sup>1</sup> Hu Wei<sup>2</sup> Ji Jianbo<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Department of Electronic Engineering, Guilin College of Aerospace Technology, Guilin 541004)  
(<sup>2</sup> Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631)

**Abstract:** Spatiotemporal instability of ultrashort pulse beam propagating through cubic nonlinear dispersive media is studied by using an extended nonlinear Schrödinger equation (NLSE). Spatiotemporal focusing, self-steepening and Raman delayed response are identified. The linear stability theory are used to study the growth of small noise from the background of intense laser. It is found that Raman delayed response makes spatiotemporal instability occur in a wider spectrum region, even in an anomalous dispersion region of self-defocusing media. Based on that, some characteristics about spatiotemporal instability have been studied.

**Key words:** nonlinear optics; spatiotemporal instability; Raman delayed response; ultrashort pulse beam

## 1 引 言

超短脉冲激光光束在非线性介质中的传输性质一直是激光传输的一个热点<sup>[1,2]</sup>。在三阶的非线性介质中,由于激光的时间和空间的不均匀分布诱发了自相位调制,由此产生了一系列的有趣现象,如光孤子、脉冲分裂、光束自聚焦、成丝等等。脉冲的分裂和成丝破坏了光场的均匀性,在强激光实验中经常容易导致介质的损坏,光场的不稳定性是一个十分重要的研究课题。一般可以分为时间上的不稳定和空间上的不稳定。时间上的不稳定称为调制不稳

定(MI),是群速度色散和自相位调制相互作用而引起的,通常会使脉冲分裂,可以用来产生一系列超短的脉冲串<sup>[3]</sup>。空间衍射和自聚焦相互作用产生的空间不稳定性使光束分裂成细丝,称为小尺度自聚焦<sup>[4]</sup>。Liou 等使用(3+1)维的非线性薛定谔方程对脉冲光束的调制不稳定性进行研究<sup>[5,6]</sup>,表明群速度色散、空间衍射和非线性的共同相互作用使得不稳定更容易产生,并使得正常色散区域出现了时空的调制不稳定(STI),只有在自散焦介质的反常色散介质中才不存在调制不稳定性。

<sup>\*</sup> 国家自然科学基金(60278013)、教育部霍英东教育基金会(81058)、广东省自然科学基金团队项目(20003061)和国家高技术研究发展计划专项经费部分资助课题。

作者简介: 郑一周(1978~),男,福建仙游人,助教,光学硕士,主要从事强激光传输的理论研究工作。

E-mail: y. z. zheng@vip. 163. com

导师简介: 胡 巍(1970~),男,陕西西安人,华南师范大学教授,主要从事强激光传输及超短脉冲光束的传输理论。

E-mail: huwei@senu. edu. cn

收稿日期: 2006-01-23; 收到修改稿日期: 2006-05-30

随着超短脉冲研究的深入,现在的激光系统已经可以产生飞秒量级的脉冲,而脉冲的宽度只有几个载波周期。在这样的超短脉冲的情形下,脉冲的空间部分和时间部分即使在自由空间里也已经不能完全分开,而是互相耦合在一起。标准的非线性薛定谔方程已经不能够很好地处理这种超短脉冲的传输问题,而必须考虑如高阶色散、自陡峭、时空聚焦等等<sup>[7]</sup>。最新的研究表明,介质的拉曼延迟响应对调制的时空不稳定性产生极大的影响<sup>[8~10]</sup>。

本文通过对修正的(3+1)维非线性薛定谔方程进行线性化处理,以拉曼延迟响应为例,研究了超短脉冲光束在延迟响应的非线性介质中传输时的时空不稳定性,并对其增益谱进行了一定的分析。

## 2 传输方程

对一个平面线偏振的飞秒脉冲,可以采用准单色近似

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = e \operatorname{Re} \{ A(\mathbf{r}, t) \exp[i(\beta_0 z - \omega t)] \},$$

其中  $A(\mathbf{r}, t)$  是光场的振幅包络,其演化规律可以用如下的归一化方程来描述:

$$\partial_z u = -i\kappa_1 \partial_t^2 u + i(1 + i\epsilon \partial_t)^{-1} \nabla_{\perp}^2 u + i\kappa_2 (1 + i s \partial_t) \tau_0 u \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau_0 t') |u(\mathbf{r}, t - t')|^2 dt', \quad (1)$$

其中  $\nabla_{\perp}^2 = \partial_x^2 + \partial_y^2$ , 时间  $t$ , 空间坐标  $z$  和  $(x, y)$  分别是用脉冲宽度  $\tau_0$ 、色散长度  $l_d = 2\tau_0^2/|\beta_2|$  和横向特

征长度  $l_{\perp} = \sqrt{l_d/2\beta_0}$  归一化了的。 $u = \sqrt{l_d} |\gamma| A$ , 其中  $\gamma = (\beta_0 n_2)/n_0$ 。时空耦合参量  $\epsilon = s = (\omega_0 \tau_0)^{-1}$  分别代表时空聚焦效应和自陡峭效应,反映了在超短脉冲传输过程中其时间和空间相互作用的程度。 $\kappa_1 = \pm 1$  和  $\kappa_2 = \pm 1$  分别反映了正常(反常)色散区域和自聚焦(自散焦)介质。介质的响应函数  $R(t)$  包括了瞬时和延迟的响应:

$$R(t) = (1 - f)\delta(t) + fh(t), \quad (2)$$

$f$  表示了延迟的拉曼响应所占的比重,  $h(t)$  是近似的拉曼响应函数,通常可以写为

$$h(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2} \exp(-t/\tau_2) \sin(t/\tau_1), \quad (3)$$

常量  $\tau_2$  可以看做拉曼响应的特征时间长度。通常在石英介质中  $\tau_1 = 12.2 \text{ fs}$ ,  $\tau_2 = 32 \text{ fs}$ ,  $f = 0.18$ 。

## 3 线性化处理

传输方程有一个稳定平面波解

$$u = u_0 \exp(i\kappa_2 |u_0|^2 z),$$

在这个平面波上加上一个小的噪声扰动  $a(\mathbf{r}, t) \ll 1$  平面波变成

$$u = u_0 (1 + a) \exp(i\kappa_2 |u_0|^2 z), \quad (4)$$

将其代入传输方程可以考察噪声在传输中的演化,考虑到初始噪声的强度相对于背景光的强度十分微弱,假设噪声的演化不会影响背景的光强,我们可以忽略一些关于  $a$  的高阶项得到关于

$$(1 + i\epsilon \partial_t) \partial_z a = -i\kappa_1 (1 + i\epsilon \partial_t) \partial_t^2 a + i \nabla_{\perp}^2 a - \kappa_2 s u_0^2 (1 + i\epsilon \partial_t) \partial_t a + i 2\kappa_2 u_0^2 (1 + i\epsilon \partial_t) (1 + i s \partial_t) \int_{-\infty}^{\infty} \tau_0 R(\tau_0 t') \operatorname{Re}[a(\mathbf{r}, t - t')] dt', \quad (5)$$

可以认为噪声  $a(\mathbf{r}, t)$  具有  $\mu + i\nu$  的复数形式,并且对其作傅里叶变换

$$\tilde{\lambda}(\omega, \mathbf{k}) = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t, \mathbf{r}) \exp(i\omega t - i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) dt d\mathbf{k},$$

这里  $\lambda$  表示  $\mu, \nu$  和  $R(t)$  这些量,于是可以得到一组线性方程组

$$k_z \begin{bmatrix} i & \epsilon \omega \\ -\epsilon \omega & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\nu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\eta} \\ \tilde{\nu} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中

$$\begin{aligned} m_{11} &= -i\kappa_1 \epsilon \omega^3 - i\kappa_2 u_0^2 s \omega - 2i\kappa_2 u_0^2 (\epsilon + s) \omega \tilde{R}, & m_{12} &= -\kappa_1 \omega^2 + k_{\perp}^2 - \kappa_2 u_0^2 \epsilon s \omega^2, \\ m_{21} &= \kappa_1 \omega^2 - k_{\perp}^2 + \kappa_2 u_0^2 \epsilon s \omega^2 + 2\kappa_2 u_0^2 \epsilon (1 + s \omega^2) \tilde{R}, & m_{22} &= -i\kappa_1 \epsilon \omega^3 - i\kappa_2 u_0^2 s \omega, \end{aligned}$$

并有  $\tilde{R}(\omega) = (1 - f) + f \tilde{h}(\omega/\tau_0)$ 。线性方程组(6)有平凡解的前提是

$$\begin{vmatrix} ik_z - m_{11} & \epsilon \omega k_z - m_{12} \\ -\epsilon \omega k_z - m_{21} & ik_z - m_{22} \end{vmatrix} = 0. \quad (7)$$

于是可以解得波矢在传输方向  $z$  上的分量  $k_z$ 。

### 4 增益谱分析

当  $k_z$  虚部不为零时,扰动的稳定解转变成不稳定的,其功率以指数增长,增益为  $g = 2\text{Im}(k_z)$ 。根据(7)式的解,可得

$$g = -2\text{Im}(\kappa_2 u_0^2 s \omega \tilde{R}) + 2\text{Im} \sqrt{M^{-2}(k_{\perp}^2 - \kappa_1 M \omega^2)(k_{\perp}^2 - \kappa_1 M \omega^2 - 2\kappa_2 M u_0^2 \tilde{R}) + \kappa_2 s^2 \omega^2 \tilde{R}^2}, \quad (8)$$

其中  $M = (1 - \epsilon^2 \omega^2)$ 。根据标准(3+1)维非线性薛定谔方程的结果,有最大增益  $g_m = 2u_0^2$ ,增益截止频率为  $\Omega_c = \sqrt{2}u_0$ 。将增益  $g$  用  $g_m$  归一化,波矢的横向分量  $k_{\perp}$  和频率  $\omega$  用截止频率  $\Omega_c$  归一化,并引入代换  $\delta = \epsilon \Omega_c$  和  $\alpha = s \Omega_c$ ,方程可以写为

$$g = -\text{Im}(\kappa_2 \alpha \omega \tilde{R}') + \text{Im} \sqrt{4M'^{-2}(k_{\perp} - k_1 M' \omega^2)(k_{\perp} - k_1 M' \omega^2 - \kappa_2 M' \tilde{R}') + \kappa_2 \alpha^2 \omega^2 \tilde{R}'^2}, \quad (9)$$

其中  $M' = (1 - \delta^2 \omega^2)$ ,另外由时域的响应函数  $R(t)$  可以求得频率响应函数  $\tilde{R}'(\omega)$

$$\tilde{R}'(\omega) = (1 - f) + f \frac{(\tau_2/\tau_1)^2 + 1}{(\tau_2/\tau_1)^2 + (1 - i\Omega_c \omega \tau_2/\tau_0)^2}. \quad (10)$$

很明显,增益谱  $g(k_{\perp}, \omega)$  取决于参量  $\delta, \alpha$  和  $\tilde{R}'$ 。

增益的大小由  $\tilde{R}'$  虚部的大小决定,也就是由参量  $\tau_2/\tau_0$  的大小决定,当脉冲的宽度  $\tau_0$  大于响应延迟的特征时间  $\tau_2$ , (10) 式中的  $\tilde{R}'(\omega)$  只有虚部很小,可以忽略不记,近似有  $\tilde{R}' = 1$ ,增益公式(9)和文献[7]中的结果是一致的。如果脉冲是一个长脉冲,甚至可以忽略时空耦合效应,在(9)式中令  $\delta = \alpha = 0$ ,就得到了文献[5]中关于时空调制不稳定性的经典结果。

### 5 延迟响应诱导时空不稳定性

首先,为了清晰反映延迟响应的影响,忽略时空聚焦效应和自陡峭效应,令  $\delta = \alpha = 0$ 。

$$g = 2\text{Im} \sqrt{(k_{\perp}^2 - \kappa_1 \omega^2)(k_{\perp}^2 - \kappa_1 \omega^2 - \kappa_2 \tilde{R}')}, \quad (11)$$

由于  $\tilde{R}'$  是复数,在原本的截止频率之外也出现了增益。在自聚焦介质的反常色散区,时空不稳定性的增益如图 1 所示。在截止频率的两侧,出现了小的增

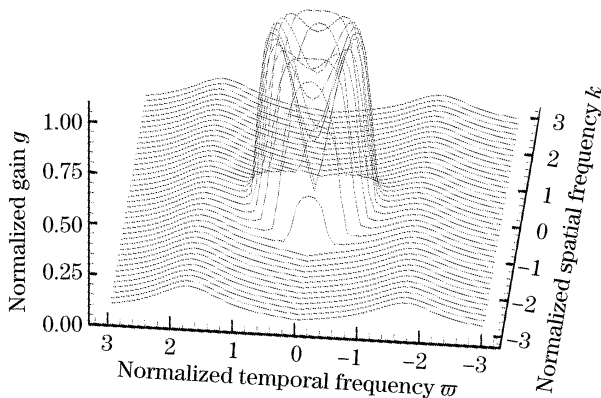


图 1 受介质拉曼响应延迟影响的增益谱,  $\beta_2 < 0, n_2 > 0, \Omega_c \tau_2/\tau_0 = 1.5$

Fig. 1 Gain spectrum in the media with Raman delayed response,  $\beta_2 < 0, n_2 > 0, \Omega_c \tau_2/\tau_0 = 1.5$

益旁瓣,其增益的大小和频率  $\omega$  有关,这里取参量  $\Omega_c \tau_2/\tau_0 = 1.5$  ( $\Omega_c$  只是归一化中的一个常量)。

当在其他条件相同的情况下,取  $\Omega_c \tau_2/\tau_0 = 4$ ,如图 2 所示,随着脉冲宽度的减小,新的增益区间向低频端移动,和传统的增益区间重叠在一起,其增益是二者的叠加。

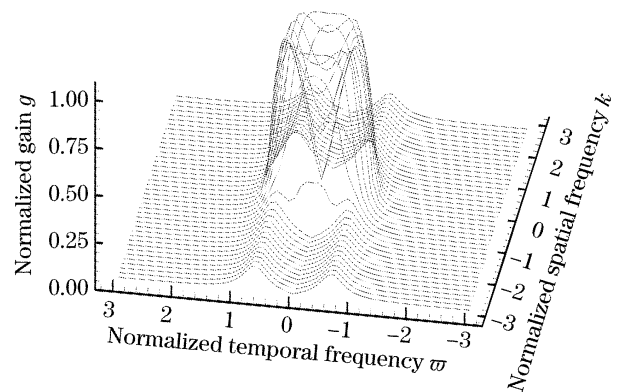


图 2 受介质拉曼响应延迟影响的增益谱,  $\beta_2 < 0, n_2 > 0, \Omega_c \tau_2/\tau_0 = 4$

Fig. 2 Gain spectrum in the media with Raman delayed response,  $\beta_2 < 0, n_2 > 0, \Omega_c \tau_2/\tau_0 = 4$

图 3 中通过考察在不同横向扰动频率处的增益谱的截面曲线,可以更清晰地了解延迟响应对增益谱的影响。首先随着脉冲宽度的减小,增益的峰值有些下降,由于新增益区间的影响,截止频率不再存在,在高频端的增益曲线变化平缓。在  $k_{\perp} = 1$  处,也即在截止频率上,延时响应开始成为引起时空调制不稳定性的主要因素,因此这时的增益曲线的峰值大大减小了。和文献[4]中的增益曲线相比,图 3 中新的增益曲线比较平缓,并且其值一般比较小。

其次,在自散焦介质中的反常色散区域中,如果响应是瞬时的,不存在时空调制不稳定的情形<sup>[5,7]</sup>。但是如果具有延迟拉曼响应特性,将会产生不稳定

性,其增益谱如图 4 所示,其归一化的增益较小,并且曲线关于零频率对称。

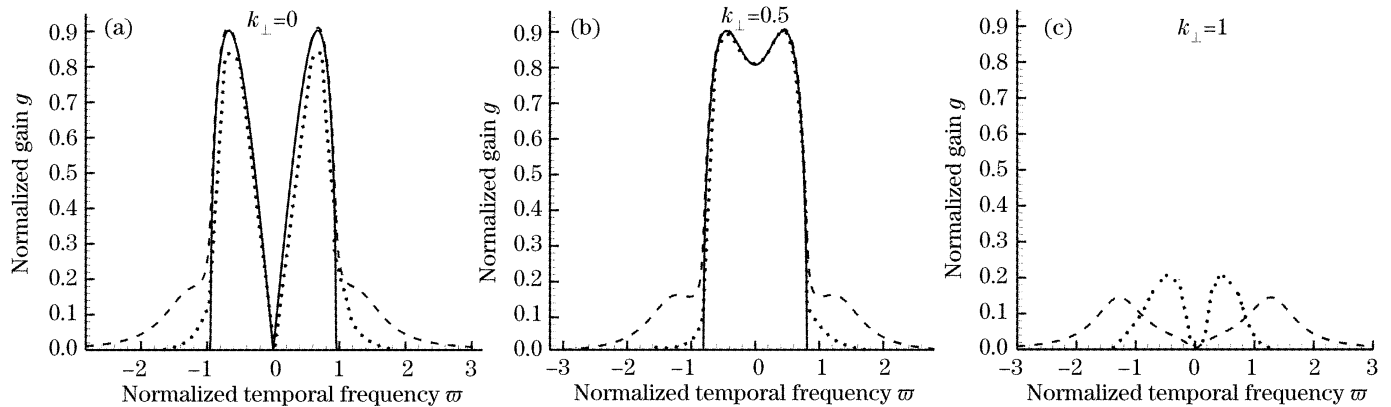


图 3 受介质拉曼响应延迟影响的增益谱,  $\beta_2 < 0, n_2 > 0$ 。实线表示  $\Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 0$ , 虚线表示  $\Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 2$ , 点线表示  $\Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 4$ 。(a)  $k_{\perp} = 0$ , (b)  $k_{\perp} = 0.5$ , (c)  $k_{\perp} = 1$  时的增益曲线

Fig. 3 Gain spectrum in the media with Raman delayed response, where  $\beta_2 < 0, n_2 > 0$ . Solid lines show the case with  $\Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 0$ , dashed lines— $\Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 2$ , dotted lines— $\Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 4$ . Three cases with different spatial frequency are showed: (a)  $k_{\perp} = 0$ , (b)  $k_{\perp} = 0.5$ , (c)  $k_{\perp} = 1$

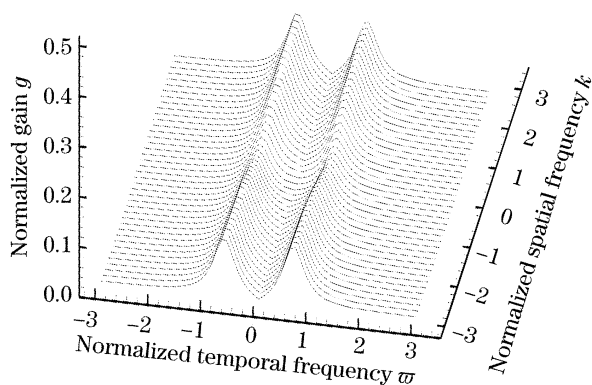


图 4 介质拉曼延迟响应诱导产生的增益谱,  $\beta_2 < 0, n_2 < 0, \delta = \alpha = 0, \Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 4$

Fig. 4 Gain spectrum in the media with Raman delayed response,  $\beta_2 < 0, n_2 < 0, \delta = \alpha = 0, \Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 4$

实际上,由于我们研究的是超短脉冲,当脉冲的响应时间和脉冲的宽度接近时,时空聚焦效应和自

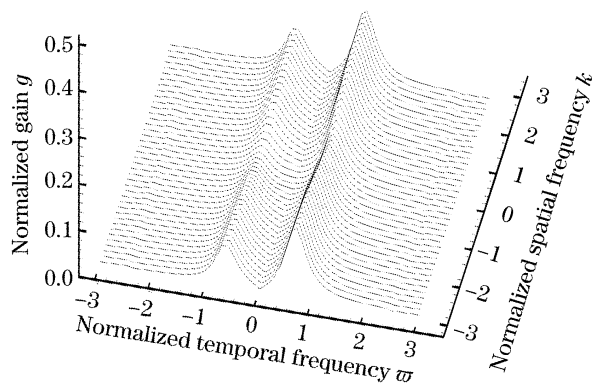


图 5 受介质拉曼延迟响应诱导产生的增益谱,  $\beta_2 < 0, n_2 < 0, \delta = \alpha = 0.4, \Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 4$

Fig. 5 Gain spectrum in the media with Raman delayed response,  $\beta_2 < 0, n_2 < 0, \delta = \alpha = 0.4, \Omega_c \tau_2 / \tau_0 = 4$

陡峭效应都不能被忽略,必须令  $\delta = \alpha \neq 0$ 。如图 5 所示,取  $\delta = \alpha = 0.4$ ,这时我们注意到增益谱在  $\omega$  的正负频率处不再对称,正频率在传输中将会增长得较快。负频率对应斯托克斯分量,正频率对应反斯托克斯分量。

## 6 结 论

通过理论分析,发现介质的延时拉曼响应对时空不稳定性的影响很明显,尤其是当脉冲的持续时间和介质的特征响应时间接近的时候。由于延时响应的作用,产生了新的增益区间。虽然在新的区间里,增益还比较小,但是这个新的区间的范围更广。并且在自散焦介质的反常色散区域里产生了时空调制不稳定。受到脉冲传输中时空耦合的影响,其斯托克斯分量的增益比反斯托克斯分量的增益小。

## 参 考 文 献

- 1 T. Brabec, F. Krausz. Intense few-cycle laser fields; *Frontiers of nonlinear optics* [J]. *Rev. Mod. Phys.*, 2000, **72** (2): 545~591
- 2 T. Brabec, F. Krausz. Nonlinear optical pulse propagation in the single-cycle regime [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78** (17): 3282~3285
- 3 G. P. Agrawal. *Nonlinear Fibre Optics* [M]. 3rd ed. San Diego, CA: Academic Press, 2001. 28~59
- 4 Wen Shuangchun, Fan Dianyuan. Small-scale self-focusing of nonparaxial laser beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2000, **49**(3): 460~462 (in Chinese)  
文双春,范滇元. 非傍轴光束的小尺度自聚焦研究[J]. *物理学报*, 2000, **49**(3): 460~462
- 5 L. W. Liou, X. D. Cao, C. J. Mckinstrie *et al.*. Spatiotemporal instabilities in dispersive nonlinear media [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **46**(7): 4202~4208
- 6 D. Anderson, M. Kanlsson, M. Lisak *et al.*. Modulational

- instability dynamics in a spatial focusing and temporal defocusing medium[J]. *Phys. Rev. E*, 1993, **47**(5): 3617~3622
- 7 Wei Hu, Shuangchun Wen, Hong Guo *et al.*. Spatiotemporal instability and space-time focusing in nonlinear self-defocusing dispersive media[J]. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 2001, **34**(22): 3267~3272
- 8 Ming-Feng Shih, Chien-Chung Jeng, Fan-Wen Sheu *et al.*. Spatiotemporal optical modulation instability of coherent light in noninstantaneous nonlinear media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **88**(13): 133902-1~133902-4
- 9 Wen Shuangchun, Su Wenhua, Zhang Hua *et al.*. Influence of high-order dispersions and Raman delayed response on modulation instability in microstructured fibres [J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2003, **20**(6): 852~854
- 10 J. Santhanam, G. P. Agrawal. Raman-induced spectral shifts in optical fibers: general theory based on the moment method[J]. *Opt. Commun.*, 2003, **222**: 413~420

## 欢迎成为《中国光学期刊网》企业会员

中国光学期刊网(<http://www.opticsjournal.net>)是由中科院上海光学精密机械研究所主办、国内光学期刊界共同参与建设的光学期刊网络信息发布平台。自 2004 年 5 月开通以来,得到了广大科研工作者、企事业单位人士的好评。

为进一步提高服务水平,中国光学期刊网从 2006 年起在信息服务上实行会员制度,凡光电子、激光、光通信等相关的企业均可申请成为中国光学期刊网的企业会员,中国光学期刊网将为企业会员提供优质超值的专业服务。

### 一、会员企业享受的服务包括:

- 1) 企业名称在中国光学期刊网首页的会员企业栏目中出现,并链接到企业自己的网址。
- 2) 会员企业可获赠光学类期刊一份,全年 12 册,在《中国激光》《光学学报》《激光与光电子学进展》《Chinese Optics Letters》中任选一种。
- 3) 可免费在本站“特别推荐”栏目发布文字信息(含广告)10 条,每篇不过 2000 字。
- 4) 如在中国光学期刊网发布广告,可享受广告报价的 80% 优惠。
- 5) 优先或免费参加光学期刊网组织的各类学术和业务活动。
- 6) 可免费阅读本网站期刊全文 300 篇次。

### 二、会员义务:

- 1) 注册时向中国光学期刊网递交企业真实信息。
- 2) 每年交纳会员费 2800 元,会员资格从交费之日起计算,一年有效。
- 3) 不得将中国光学期刊网提供给会员的信息转给第三方使用。
- 4) 尊重并保护本网及论文作者的知识产权。
- 5) 在本网发布信息必须遵守中华人民共和国相关法律法规。

### 三、成为企业会员的步骤:

- 1) 注册成为中国光学期刊网的一般用户,也可以直接填写广告投放申请表单,说明您的意向。
- 2) 来信 [mail@opticsjournal.net](mailto:mail@opticsjournal.net) 告知您已经注册成功。并请告知选择何种期刊及收刊地址、联系人。
- 3) 银行汇款 2800 元至下列帐户:  
开户行:工商银行上海嘉定支行营业部 户名:中国科学院上海光学精密机械研究所  
帐号:1001700809026400195
- 4) 联系人:郑继承;电话:021-69918253;Email:[expert@mail.siom.ac.cn](mailto:expert@mail.siom.ac.cn)