

文章编号: 0253-2239(2006)10-1575-5

原子间相互作用对双模原子激光压缩性质的影响

周 明 黄春佳

(长沙理工大学物理与电子科学学院, 长沙 410076)

摘要: 研究了由单模压缩相干态光场与 E 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)相互作用系统中耦合输出的双模原子激光的压缩特性,重点讨论了玻色-爱因斯坦凝聚体原子间相互作用对原子激光压缩性质的影响,并讨论了原子激光压缩对光场初始压缩因子的依赖关系。结果表明:由光场诱导的双模原子激光呈现周期性的压缩,原子间的相互作用和光场初始压缩因子对原子的压缩性质具有重要影响。原子间的相互作用影响原子激光压缩的振荡频率而不会影响其压缩深度,而初始光场的压缩因子则对原子激光压缩深度产生调制作用,且初始光场的压缩因子越大,则原子激光压缩的时间越短。

关键词: 量子光学; 玻色-爱因斯坦凝聚; 原子激光; 正交压缩

中图分类号: O431 文献标识码: A

Influence of Interaction Among Atoms on Squeezing Properties of Two-Mode Atom Laser

Zhou Ming Huang Chunjia

(School of Physics and Electronic Science, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410076)

Abstract: The squeezing properties of two-mode atom laser coupled output from the system of E -type three-level atomic Bose-Einstein condensate (BEC) interacting with single-mode squeezed coherent light field are studied, and the influence of interaction among atoms in Bose-Einstein condensate on the squeezing properties of atom laser is discussed emphatically. The relation between squeezing of atom laser and initial squeezing factor of light field is also considered. The results show that the atom appears periodically squeezing, and the squeezing properties of atom laser depend closely on both interaction among atoms in BEC and initial squeezing factor of light. The interaction among atoms affects the oscillation frequency of squeezing of atom laser but doesn't squeezing depth. The initial squeezing factor of light modulates the squeezing depth of atom laser, and the greater the initial squeezing factor, the shorter the squeezing time of atom laser is.

Key words: quantum optics; Bose-Einstein condensation; atom laser; quadrature squeezing

1 引 言

原子玻色-爱因斯坦凝聚的实现^[1,2]和从原子玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)中耦合输出的相干原子束即“原子激光”的获得^[3~5]是二十世纪末物理学领域所取得的重大突破之一,它开辟了相干原子物理学研究的新领域。在原子玻色-爱因斯坦凝聚和原子激光实验研究成果的激励下,近年来人们以极大的兴趣对原子玻色-爱因斯坦凝聚的产生及其独特性质以及原子玻色-爱因斯坦凝聚体与光场的相互作用进行了大量的理论研究,取得了一系列重要成果^[6~14]。光与原子的相互作用在原子的冷却、玻色-爱因斯坦凝聚体的制备和探测过程中起着极为重要的作用。研究

玻色-爱因斯坦凝聚体的光学性质不仅有助于研究其自身的特性,而且可能为其制备和探测提供更有效的方法。C. P. Sun 等^[7]针对原子激光的耦合输出实验提出了一种类似于 J-C 模型的理论分析模型^[7]。其后, H. Jing 等^[8]进一步研究了压缩原子激光的量子动力学理论,提出利用压缩相干态光场与原子玻色-爱因斯坦凝聚体的相互作用可以产生压缩原子激光。但文献^[7,8]均没有考虑超冷原子之间的相互作用。然而,玻色-爱因斯坦凝聚体中原子间的相互作用对其形成及其相关性质都是一个非常重要的影响因素。因此,研究玻色-爱因斯坦凝聚体中原子间的相互作用对原子激光量子特性的影响,无疑具有特别重要的

作者简介: 周 明(1956~),女,安徽合肥人,长沙理工大学物理与电子科学学院教授,主要从事量子光学、原子与分子物理等方面的研究。E-mail: zhoulm@126.com; hcjcsust@126.com

收稿日期: 2006-01-19; 收到修改稿日期: 2006-03-14

理论意义和应用价值。文献[9,10]在旋波近似和波戈留波夫近似下,考虑原子间的相互作用,忽略系统动力学方程中的非线性项,研究了单模光场与二能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体相互作用系统中光场的压缩性质和耦合输出的单模原子激光的压缩性质。本文在文献[7~10]的基础上,考虑原子间的相互作用并保留系统动力学方程中的非线性项,研究了从单模压缩相干态光场与 Ξ -型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体相互作用系统中耦合输出的双模原子激光的正交压缩特性,着重讨论了玻色-爱因斯坦凝聚体原子间相互作用以及光场初始压缩因子对原子激光压缩性质的影响。

2 系统哈密顿量与态矢

考虑一单模光场与如图 1 所示的 Ξ -型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体相互作用的系统,在考虑原子间的相互作用的情形下系统的哈密顿量为^[9]

$$H = H_F + H_A + H_{FA} + H_{AA}, \quad (1)$$

其中自由场的哈密顿量为

$$H_F = \omega a^+ a, \quad (2)$$

裸原子的哈密顿量为(取 $E_1 = 0$)

$$H_A = E_2 b_2^+ b_2 + E_3 b_3^+ b_3, \quad (3)$$

光场与原子相互作用哈密顿量为(取旋波近似)^[15]

$$H_{FA} = \epsilon_1 (a^+ b_1^+ b_2 + ab_1 b_2^+) + \epsilon_2 (a^+ b_2^+ b_3 + ab_2 b_3^+), \quad (4)$$

原子间相互作用哈密顿量为

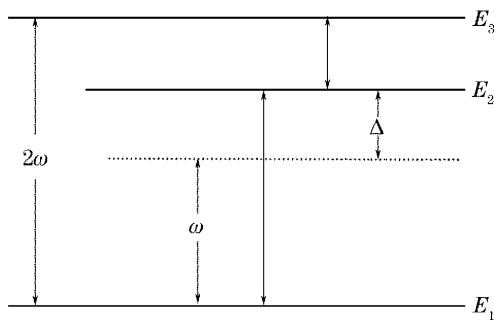


图 1 光与 Ξ 级联型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体相互作用系统

Fig. 1 System of a Ξ -type three-level atom BEC interacting with the single-mode field

$$i\dot{a} = [a, H] = \omega a + \epsilon b_2(t) \exp(i\theta) + \epsilon b_2^+(t) b_3, \quad (7)$$

$$i\dot{b}_2 = [b_2, H] = (E_2 + 2N_1\Omega) b_2(t) + \epsilon a(t) \exp(-i\theta) + \epsilon a^+(t) b_3(t), \quad (8)$$

$$i\dot{b}_3 = [b_3, H] = (E_3 + 2N_1\Omega) b_3(t) + \epsilon a(t) b_2(t), \quad (9)$$

可得

$$b_2(t) = A_1 a(0) + A_2 b_2(0) + A_3 a^+(0) b_3(0) + A_4 b_2^+(0) b_3(0), \quad (10)$$

$$b_3(t) = B_1 b_3(0) + B_2 a^2(0) + B_3 a(0) b_2(0) + B_4 b_2^2(0), \quad (11)$$

$$H_{AA} = \sum_{\substack{i,j,k,l=1 \\ (i \leq j)}}^3 U_{i,j,k,l} b_i^+ b_j^+ b_k b_l \delta_{i+j,k+l} = \Omega_{11} b_1^+ b_1^+ b_1 b_1 + \Omega_{22} b_2^+ b_2^+ b_2 b_2 + \Omega_{33} b_3^+ b_3^+ b_3 b_3 + \Omega_{12} b_1^+ b_2^+ b_1 b_2 + \Omega_{13} b_1^+ b_3^+ b_1 b_3 + \Omega_{23} b_2^+ b_3^+ b_2 b_3, \quad (5)$$

(1)式~(5)式中, a^+ 和 a 分别为光场光子的产生算符和湮没算符, b_j^+ 和 b_j 分别表示在第 j ($j = 1, 2, 3$)个能级上原子的产生算符和湮没算符, ω 为光场圆频率, E_i 表示原子第 i ($i = 1, 2, 3$)个能级的能量(取 $E_1 = 0$), ϵ_1 和 ϵ_2 表示光场-原子相互作用强度。(5)式中, $\Omega_{ij} b_i^+ b_j^+ b_i b_j = \Omega_{ij} (b_i^+ b_i) (b_j^+ b_j)$,前三项代表处于同一能级上的原子之间的相互作用能量,后三项代表处于不同能级上的原子之间的相互作用能量, Ω_{ij} 表示原子间相互作用强度, $\Omega_i = U_{iii}$ ($i = 1, 2, 3$), $\Omega_{ij} = 4U_{ijij}$ ($i, j = 1, 2, 3$)。为简便计,在以下讨论中设 $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$, $\Omega_{ij} = \Omega$ 。

为使体系的运动方程便于求解,我们只讨论弱光场情形,采用熟知的博戈留波夫(Bogoliubov)近似^[15]。假定初始时刻处于玻色-爱因斯坦凝聚态的原子数目很大,以至于在与光场相互作用的过程中基态原子数的缓慢变化可以忽略不计,从而可以将系统哈密顿量中的 b_1 和 b_1^+ 分别用 $\sqrt{N_1} \exp(-i\theta)$ 和 $\sqrt{N_1} \exp(i\theta)$ 替代。考虑到处于 E_2 、 E_3 能级的原子数远小于处于玻色-爱因斯坦凝聚态的原子数($N_1 \gg N_2, N_3$),且稀薄气体中原子间的相互作用很小,故可略去(5)式中 $\Omega_{22} b_2^+ b_2^+ b_2 b_2$ 、 $\Omega_{33} b_3^+ b_3^+ b_3 b_3$ 和 $\Omega_{23} b_2^+ b_3^+ b_2 b_3$ 三项,最后系统哈密顿量简化为

$$H = \omega a^+ a + (E_2 + 2\Omega N_1) b_2^+ b_2 + (E_3 + 2\Omega N_1) b_3^+ b_3 + \epsilon [a^+ b_2 \exp(i\theta) + ab_2^+ \exp(-i\theta)] + \epsilon (a^+ b_2^+ b_3 + ab_2 b_3^+) + N_1^2 \Omega, \quad (6)$$

从(6)式可以看出,玻色-爱因斯坦凝聚体中原子间的相互作用使原子的能级间隔由原来的 E_2 和 E_3 增大到 $(E_2 + 2\Omega N_1)$ 和 $(E_3 + 2\Omega N_1)$,能级间隔的增加量 $\delta = 2N_1\Omega$ 与玻色-爱因斯坦凝聚体中的原子数 N_1 和原子间的相互作用强度 Ω 的乘积成正比。

采用逐级迭代法求解系统的海森伯运动方程

其中

$$A_1 = -i \int_0^t [(E_2 + 2N_1\Omega)\beta_1(t) + \epsilon \exp(-i\theta)\alpha_1(t)] dt, \quad (12)$$

$$A_2 = -i \int_0^t [(E_2 + 2N_1\Omega)\beta_2(t) + \epsilon \exp(-i\theta)\alpha_2(t)] dt + 1, \quad (13)$$

$$A_3 = -i \int_0^t \epsilon \exp[-i(E_3 + 2N_1\Omega)t] \alpha_1^*(t) dt, \quad (14)$$

$$A_4 = -i \int_0^t \epsilon \exp[-i(E_3 + 2N_1\Omega)t] \alpha_2^*(t) dt, \quad (15)$$

$$B_1 = -i \int_0^t (E_3 + 2N_1\Omega) \exp[-i(E_3 + 2N_1\Omega)t] dt + 1, \quad (16)$$

$$B_2 = -i \int_0^t \epsilon \alpha_1(t) \beta_1(t) dt, \quad (17)$$

$$B_3 = -i \int_0^t \epsilon [\alpha_1(t) \beta_2(t) + \alpha_2(t) \beta_1(t)] dt, \quad (18)$$

$$B_4 = -i \int_0^t \epsilon \alpha_2(t) \beta_2(t) dt, \quad (19)$$

(12)式~(19)式中

$$\alpha_1(t) = -i \frac{\exp(i\lambda t)}{\gamma} (\lambda + \omega) \sin(\gamma t) + \exp(i\lambda t) \cos(\gamma t), \quad (20)$$

$$\alpha_2(t) = -i \frac{\exp(i\lambda t)}{\gamma} \epsilon \exp(i\theta) \sin(\gamma t), \quad (21)$$

$$\beta_1(t) = -i \frac{\exp(i\lambda t)}{\gamma} \epsilon \exp(-i\theta) \sin(\gamma t), \quad (22)$$

$$\beta_2(t) = i \frac{\exp(i\lambda t)}{\gamma} (\lambda + \omega) \sin(\gamma t) + \exp(i\lambda t) \cos(\gamma t), \quad (23)$$

$$\lambda = -\frac{1}{2}(E_2 + 2N_1\Omega + \omega), \quad (24)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \sqrt{4\epsilon^2 + (\Delta + 2N_1\Omega)^2}. \quad (25)$$

3 原子激光的压缩特性

设初始时刻所有原子均处于基态并发生玻色-爱因斯坦凝聚, 激发态为真空态。系统的初始态矢可表示为

$$|\Psi(0)\rangle = |\beta_1\rangle \otimes |\Phi(0)\rangle, \quad (26)$$

(26) 式中 $|\beta_1\rangle$ 为原子基态湮没算符 b_1 的本征态, 表示在基态发生玻色-爱因斯坦凝聚的原子处于相干态, 即有 $b_1|\beta_1\rangle = \sqrt{N_1} \exp(-i\theta)$, 此处 N_1 为处于 $|\beta_1\rangle$ 态的平均原子数。而 $|\Phi(0)\rangle = |0\rangle \otimes |\alpha, \xi\rangle$, 其中 $|0\rangle$ 和 $|\alpha, \beta\rangle$ 分别表示初始时刻原子的激发态为真空态而光场处于压缩相干态 $|\alpha, \xi\rangle = D(\alpha)S(\xi)|0\rangle$, 其中 $D(\alpha) = \exp(\alpha a^\dagger - \alpha^* a)$, $S(\xi) = \exp\left[\frac{1}{2}(\xi^* a^2 - \xi a^{\dagger 2})\right]$, 且有 $\alpha = \sqrt{n} \exp(i\eta)$, $\xi = r \exp(i\varphi)$, n 为初始光场的平均光子数, r 为光场的初始压缩因子。为简便计, 不妨取 $\eta = 0$ 。

为了讨论原子激光的压缩特性, 引入双模原子激光的两个正交矢量

$$U_1 = \frac{1}{2^{3/2}}(b_2 + b_2^+ + b_3 + b_3^+), \quad (27)$$

$$U_2 = \frac{1}{i2^{3/2}}(b_2 - b_2^+ + b_3 - b_3^+), \quad (28)$$

将(10)式~(11)式代入(27)式,(28)式可得

$$\begin{aligned} (\Delta U_1)^2 = & \frac{1}{8} \{ |A_1|^2 \cosh 2r + |A_2|^2 + |A_3|^2 (|\alpha|^2 + \sinh^2 r) + 8 \sinh^2 r \operatorname{Re}(\alpha A_1^* B_2) - \\ & 8 \cosh r \sinh r \operatorname{Re}[\alpha^* A_1^* B_2^* \exp(-i\varphi)] - 2 \cosh r \sinh r \operatorname{Re}[A_1^2 \exp(i\varphi)] + \\ & 4 \cosh^2 r \sinh^2 r \operatorname{Re}[B_2^2 \exp(i2\varphi)] - 8 \cosh r \sinh r \operatorname{Re}[\alpha^2 B_2^2 \exp(i\varphi)] + |B_1|^2 + \\ & |B_3|^2 (|\alpha|^2 + \cosh^2 r) + 2 |B_4|^2 + |B_2|^2 [2 \cosh^4 r \sinh^4 r + 4 |\alpha|^2 (\cosh^2 r + \sinh^2 r)] \}, \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\Delta U_2)^2 = & \frac{1}{8} \{ - |A_1|^2 \cosh 2r - |A_2|^2 - |A_3|^2 (|\alpha|^2 + \sinh^2 r) - 8 \sinh^2 r \operatorname{Re}(\alpha A_1^* B_2) - \\ & 8 \cosh r \sinh r \operatorname{Re}[\alpha^* A_1^* B_2^* \exp(-i\varphi)] - 2 \cosh r \sinh r \operatorname{Re}[A_1^2 \exp(i\varphi)] + \\ & 4 \cosh^2 r \sinh^2 r \operatorname{Re}[B_2^2 \exp(i2\varphi)] - 8 \cosh r \sinh r \operatorname{Re}[\alpha^2 B_2^2 \exp(i\varphi)] - |B_1|^2 - \\ & |B_3|^2 (|\alpha|^2 + \cosh^2 r) - 2 |B_4|^2 - 2 |B_2|^2 \cosh^4 r \sinh^4 r - \\ & 4 |B_2|^2 |\alpha|^2 (\cosh^2 r + \sinh^2 r) \}. \quad (30) \end{aligned}$$

$$\text{令 } Q_i = (\Delta U_i)^2 - 1/4, \quad (31)$$

则当 $Q_i < 0$ ($i = 1, 2$) 时, 原子激光正交分量 U_i ($i = 1, 2$) 的涨落被压缩。

为简便计, 仅讨论 U_1 分量的压缩情况。由于 Q_1 的解析式比较复杂, 必须借助数值计算来分析原子的压缩情况。在计算中, 选取 $\epsilon = 1, N_1 = 1000, \theta = 0, \varphi = 0, \omega = 1, \Delta = 0.5, \alpha = 1$ 。

图 2 给出了 $r = 1.0$ 时, Q_1 随 Ω 的变化情况。数值计算结果表明: 当保持 r 不变而 Ω 改变时, 原子激

光的最大压缩深度不变, 约为 -0.125 , 压缩率达 50%; 而压缩曲线的振荡频率随 Ω 的增大而增大。将图 2(a)~图 2(d) 进行比较, 不难看出, 振荡频率与原子间相互作用强度 Ω 基本成正比关系。这表明原子间相互作用虽改变原子激光涨落的振荡频率, 但不影响原子激光涨落的压缩深度。

图 3 给出了 $\Omega = 0.01$ 时, Q_1 随 r 的变化情况。结果表明: 当保持 Ω 不变而 r 改变时, Q_1 的振荡频率保持不变。而当 r 较小 ($r < 1$) 时, Q_1 呈周期性等幅振荡,

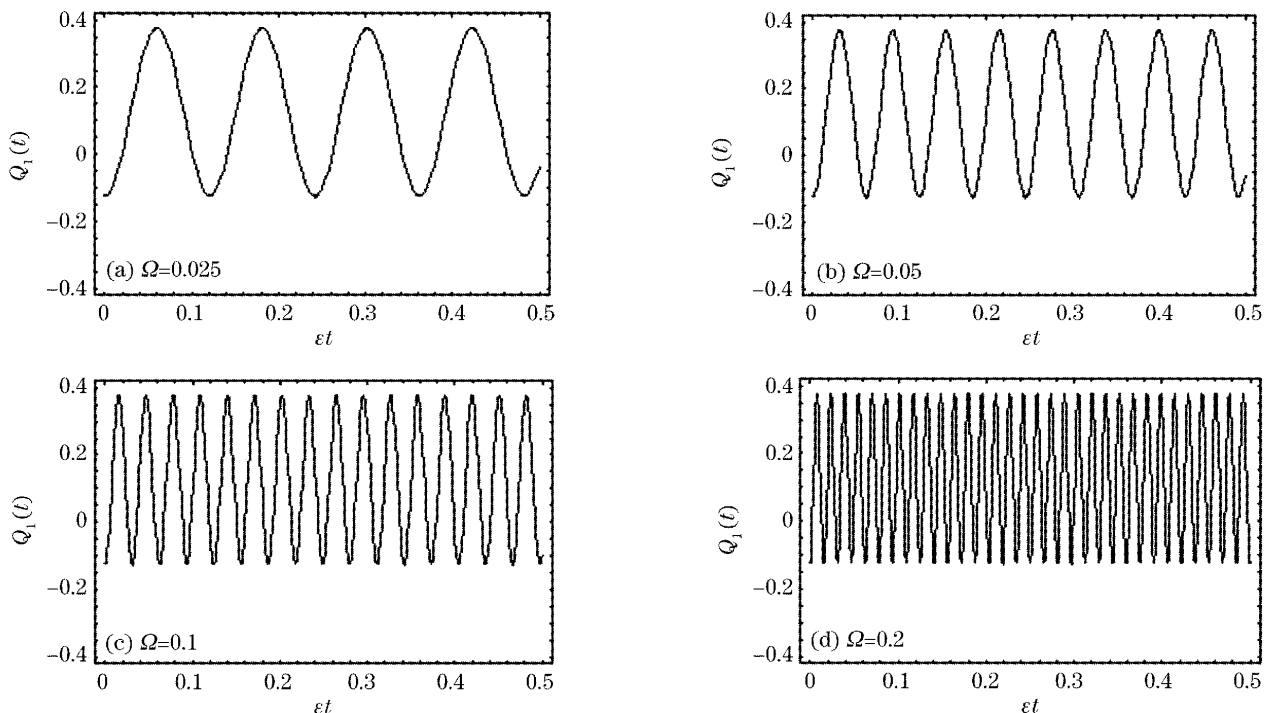


图 2 Q_1 随 Ω 的变化情况 ($r = 1.0$)

Fig. 2 Time evolution of Q_1 with $r=1.0$ and different value of Ω

如图 3(a),图 3(b)所示;随着 r 的增大, Q_1 的压缩深度随时间呈周期性变化,如图 3(c),图 3(d)所示。这

表明初始光场的压缩与原子激光的压缩之间存在负的关联,即初始光场的压缩不利于原子激光的压缩。

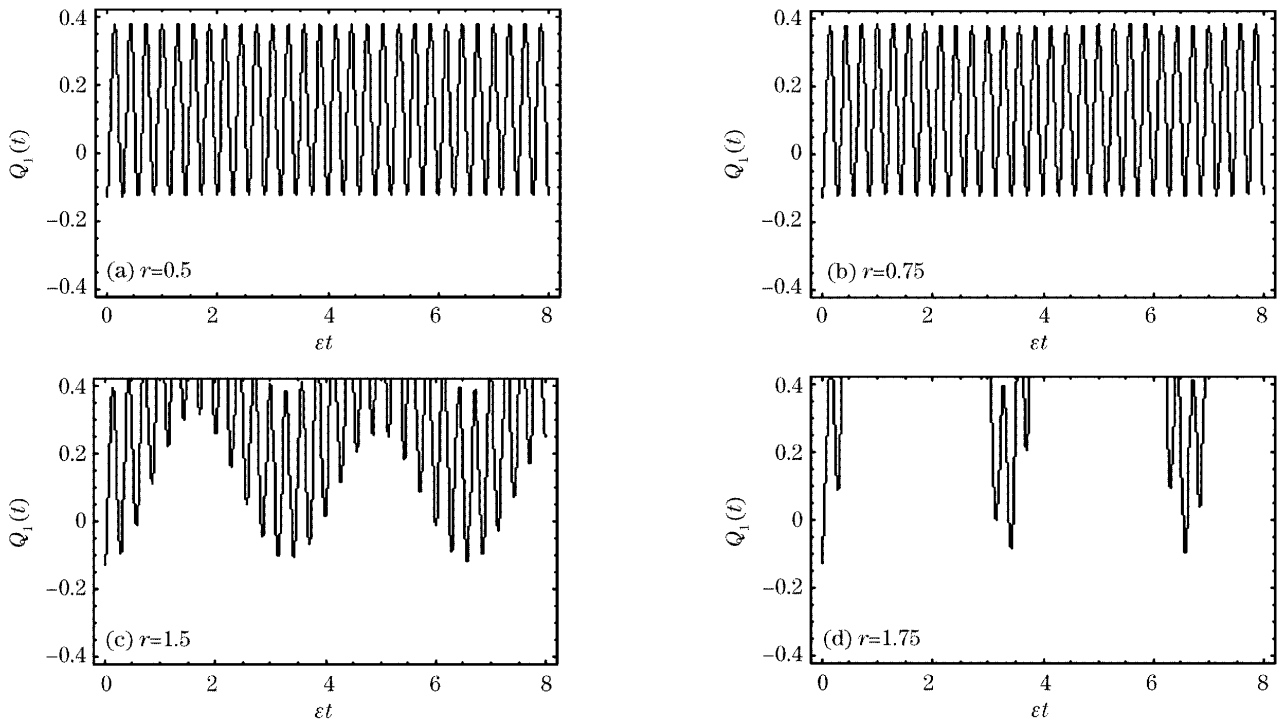


图 3 Q_1 随 r 的变化情况($\Omega=0.02$)

Fig. 3 Time evolution of Q_1 with $\Omega=0.02$ and different value of r

4 结 论

本文运用全量子理论,研究了从光场中 Ξ 型三能级原子玻色-爱因斯坦凝聚体系统耦合输出的双模原子激光的压缩性质,着重分析了初始光场的压缩因子和原子间相互作用对原子激光压缩性质的影响.结果表明:由光场诱导的双模原子激光呈现周期性的压缩,原子间的相互作用只影响原子激光压缩的振荡频率而不会影响其压缩深度,而初始光场的压缩因子则对原子激光压缩深度产生调制作用,初始光场的压缩因子越大,则原子激光压缩出现的时间越短。

参 考 文 献

- 1 M. H. Anderson, J. R. Enscher, M. R. Methews *et al.*. Observations of Bose-Einstein condensation in a dilute atomic vapor[J]. *Science*, 1995, **269**(5221): 198~201
- 2 K. B. Davis, M. O. Mewes, M. R. Andrews *et al.*. Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(22): 3969~3973
- 3 M. O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn *et al.*. Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1997, **78**(4): 582~585
- 4 B. P. Anderson, M. A. Kasevich. Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays [J]. *Science*, 1998, **282**(5394): 1686~1689
- 5 I. Bloch, T. W. Hänsch, T. Esslinger. Atom laser with a CW output coupler[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(15): 3008~3011
- 6 L. You, M. Lewenstein, J. Cooper. Quantum field theory of atoms interacting with photons. II. Scattering of short laser pulses from trapped bosonic atoms[J]. *Phys. Rev. A*, 1995, **51**(6): 4712~4827
- 7 Sun Changou, Zhan He, Miao Yuanxiu *et al.*. On the quantum dynamic theory of the MIT output coupler for the Bose-Einstein condensation[J]. *Commun. Theory Phys.*, 1998, **29**(2): 161~166
- 8 Jing Hui, Han Yiang, Chen Jingling *et al.*. Quantum dynamical theory for squeezed atom laser[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2000, **17**(12): 862~864
- 9 Zhou Ming, Fang Jiayuan, Huang Chunjia. Squeezing effect of light caused by Bose-Einstein condensate composed of interactive atoms[J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(8): 1916~1919 (in Chinese)
- 周 明,方家元,黄春佳. 相互作用原子玻色-爱因斯坦凝聚体诱导的光场压缩效应[J]. *物理学报*, 2003, **52**(8): 1916~1919
- 10 Zhou Ming, Huang Chujia. Influence of the interaction between atoms on the squeezing properties of atomic laser [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(1): 54~57 (in Chinese)
- 周 明,黄春佳. 原子间相互作用对原子激光压缩性质的影响 [J]. *物理学报*, 2004, **53**(1): 54~57
- 11 L. M. Kuang. Quantum statistical properties of photons and atoms in interaction of an atomic Bose-Einstein condensate with lasers[J]. *Commun. Theory Phys.*, 1998, **30**(2): 161~168
- 12 L. M. Kuang, L. Zhou. Generation of atom-photon entangled states in atomic Bose-Einstein condensate via electromagnetically induced transparency[J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **68**(4): 043606
- 13 Chunjia Huang, Ming Zhou, Kewei Mo. A scheme for the generation of two-mode atomic laser [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, **1**(12): 686~688
- 14 Chunjia Huang, Ming Zhou, Fanzhi Kong *et al.*. Fidelity of quantum state for interacting system of light field and Bose-Einstein condensate [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2005, **3**(7): 410~413
- 15 Ni Guangjiong, Chen Suqin. *Advanced Quantum Mechanics* [M]. Shanghai: Fudan University Press, 2000. 348~354, 366~380 (in Chinese)
- 倪光炯,陈苏卿. 高等量子力学[M]. 上海: 复旦大学出版社, 2000. 348~354, 366~380