

文章编号: 0253-2239(2006)10-1562-3

一维超声光子晶体禁带结构分析*

肖国宏

(西安交通大学理学院, 西安 710049)

摘要: 超声波在介质中传播时可以引起介质的折射率发生周期变化, 当光波垂直于超声波的传播方向时, 这种介质可以被用来作为光栅使用, 称为超声光栅。当光波沿超声波的传播方向通过这种介质时, 它还可以用作一维光子晶体, 并称其为一维超声光子晶体(1D-USPC)。利用平面波法证明了一维超声光子晶体具有一般一维周期层叠结构光子晶体的禁带特征。同时这种光子禁带是通过超声波的波长和振幅来改变的, 这就为控制光的行为方面提供另一种新的方法。

关键词: 非线性光学; 光子晶体; 光子禁带; 超声光栅; 平面波法

中图分类号: O43; TN204 文献标识码: A

Analysis of Bandgap Structure of One-Dimensional Ultrasonic Photonic Crystal

Xiao Guohong

(School of Science, Xian Jiaotong University, Xian 710049)

Abstract: The refractive index of a medium will change periodically when ultrasonic wave propagates in it, and the medium can serve as a grating with light propagating perpendicularly to the propagating direction of ultrasonic wave. When the light and ultrasonic wave propagate in the same direction through the medium, the medium can be considered as one-dimensional photonic crystal, one-dimensional ultrasonic photonic crystal (1D-USPC). With plane wave method, it is proved that the 1D-USPC shares the same bandgap characteristic of conventional multilayered one-dimensional photonic crystal, and the bandgap can be modulated by adjusting the wavelength and amplitude of ultrasonic wave. New method is provided to control light by the study.

Key words: nonlinear optics; photonic crystal; bandgap; ultrasonic grating; plane wave method

1 引 言

1922 年布里渊就预言了超声波对光波的衍射^[1], 十多年后这一预言得到了验证^[2]。在介质中传播的超声波使介质密度按正弦函数周期变化, 而密度的变化又引起介质折射率的变化, 在一级近似上折射率和密度成正比。当光波垂直于超声波的传播方向入射时, 这种介质可以被用作光栅, 称为超声光栅。然而当光波沿超声波传播方向入射时, 它会表现出一维光子晶体所具有的光子禁带特性, 这里称其为一维超声光子晶体(1D-USPC)。要使超声波所引起的介质折射率的周期分布对光波形成光子禁带, 超声波的波长和光波的频率必须满足一定的

关系, 这正是本文所要研究的。

2 理论计算

当一列超声波在某一介质(折射率为 n) 中传播时, 它所引起的介质的折射率变化可以表示为:

$$n(x) = n + \Delta n \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = n \left[1 + \frac{\Delta n}{n} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \right], \quad (1)$$

式中 λ 为超声波的波长, n 为没有超声波是介质的折射率即平均折射率, Δn 为超声波所引起的介质折射率的最大变化量, 如图 1 所示。

* 西安交通大学在职博士基金(90.071263)资助课题。

作者简介: 肖国宏(1967~), 西安人, 西安交通大学理学院副教授, 主要从事光学和光通信方面的研究。

E-mail: xiaogh@mail.xjtu.edu.cn

收稿日期: 2005-12-21; 收到修改稿日期: 2006-02-27

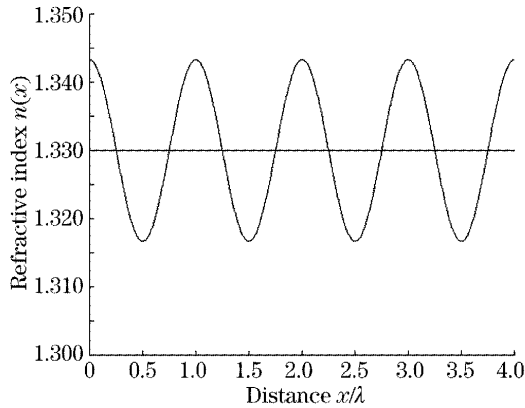


图 1 由超声波引起的介质折射率变化分布图

Fig. 1 Variation of the refractive index caused by an ultrasonic wave

设线性极化平面电磁波沿 x 轴方向传播, 为方
便起见以 $E(x, t)$ 表示前进波的电场分量, 它应满足
波动方程:

$$\frac{c^2}{\epsilon(x)} \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (2)$$

这里 $\epsilon(x)$ 为一维光子晶体相对介电常量作为位置
的函数, c 为光在真空中的速度。在 (2) 式中假定光
子晶体的磁导率为 μ_0 。由于 $\epsilon(x)$ 是 x 的周期函数,
所以有

$$\epsilon(x) = \epsilon(x + \lambda), \quad (3)$$

表 1 $\Delta n/n = 0.10, 0.05, 0.01$ 时的傅里叶系数 C_m

Table 1 Fourier coefficient C_m with $\Delta n/n = 0.10, 0.05, 0.01$

m $\Delta n/n$	0	± 1	± 2	± 3	± 4
0.10	4.0608	-0.2030	0.0153	-0.0010	0.0010
0.05	4.0150	-0.1004	0.0038	-0.0001	0
0.01	4.0006	-2.0200	0	0	0

由表 1 可以看到 (5) 式中 $m = 0$ 和 $m = \pm 1$ 为展开式中的主项。

$$\epsilon^{-1} = \frac{1}{n^2} \left[C_0 + C_1 \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} x\right) + C_{-1} \exp\left(-i \frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right], \quad (10)$$

把 (8) 式、(9) 式代入 (2) 式可得

$$C_1 \left[k + \frac{2(m-1)\pi}{\lambda} \right]^2 E_{m-1} + C_{-1} \left[k + \frac{2(m+1)\pi}{\lambda} \right]^2 E_{m+1} \approx \left[\frac{\omega^2}{c^2} n^2 - C_0 \left(k + \frac{2\pi m}{\lambda} \right)^2 \right] E_m, \quad (11)$$

当 $m = 0$, (11) 式可表示为

$$E_0 = \frac{C_1}{\omega^2 n^2 / c^2 - C_0 k^2} \left[\left(k - \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 E_{-1} + \left(k + \frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 E_1 \right], \quad (12)$$

当 $m = -1$, (11) 式可表示为

$$E_{-1} = \frac{C_1}{\omega^2 n^2 / c^2 - C_0 (k - 2\pi/\lambda)^2} \left[\left(k - \frac{4\pi}{\lambda} \right)^2 E_{-2} + k^2 E_0 \right], \quad (13)$$

如果 $k \approx |k - 2\pi/\lambda|$, 则 $\omega^2 \approx C_0 c^2 k^2$, E_0 和 E_{-1} 在 (9) 式中占主要成分。在这种情况下可以得到两个方程:

并且可以表示为

$$\epsilon(x) = \left\{ n \left[1 + \frac{\Delta n}{n} \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \right] \right\}, \quad (4)$$

$\epsilon^{-1}(x)$ 也是周期函数, 可作傅里叶级数展开:

$$\epsilon^{-1}(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp\left(i \frac{2\pi}{\lambda} x\right), \quad (5)$$

这里 m 为整数, C_m 为傅里叶系数:

$$C_m = \frac{2}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} \epsilon^{-1}(x) \cdot \exp\left(i \frac{2\pi m}{\lambda} x\right) dx, \quad m \neq 0 \quad (6)$$

$$C_0 = \frac{1}{\lambda} \int_{-\lambda/2}^{\lambda/2} \epsilon^{-1}(x) dx, \quad m = 0$$

根据布洛赫定理, 一维晶体中的任何本征模都可表
示为

$$E(x, t) = u_k(x) \exp[i(kx - \omega t)], \quad (7)$$

式中 k 为波数, ω 为本征角频率, 而 $u_k(x)$ 为周期函
数:

$$u_k(x + \lambda) = u_k(x). \quad (8)$$

此函数也可以展开为傅里叶级数, 于是 (7) 式可以表
示为

$$E(x, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_m \exp\left[i\left(k + \frac{2\pi m}{\lambda}\right)x - i\omega t\right], \quad (9)$$

这里 E_m 也是傅里叶系数。

通过数值计算, 可以得到 C_m , 列于表 1 中。

$$\left(\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - C_0 k^2\right) E_0 - C_1 \left(k - \frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 E_{-1} = 0, \quad (14)$$

$$-C_{-1} k^2 E_0 + \left[\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - C_0 \left(k - \frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right] E_{-1} = 0, \quad (15)$$

这两个线性方程具有非奇异解的条件是其系数行列式等于零,即

$$\begin{vmatrix} \omega^2 n^2/c^2 - C_0 k^2 & -C_1 (k - 2\pi/\lambda)^2 \\ -C_{-1} k^2 & \omega^2 n^2/c^2 - C_0 (k - 2\pi/\lambda)^2 \end{vmatrix} = 0. \quad (16)$$

由此可以得到

$$\left(\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - C_0 k^2\right) \left[\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - C_0 \left(k - \frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right] = -C_{-1} k^2 \left[\frac{\omega^2 n^2}{c^2} - C_0 \left(k - \frac{2\pi}{\lambda}\right)^2\right], \quad (17)$$

$$\left[\left(\frac{\omega\lambda}{2\pi c}\right)^2 - \frac{C_0}{n^2} \left(\frac{k\lambda}{2\pi}\right)^2\right] \left[\left(\frac{\omega\lambda}{2\pi c}\right)^2 - \frac{C_0}{n^2} \left(\frac{k\lambda}{2\pi} - 1\right)^2\right] = -C_{-1} \left(\frac{k\lambda}{2\pi}\right)^2 \left[\left(\frac{\omega\lambda}{2\pi c}\right)^2 - \frac{C_0}{n^2} \left(\frac{k\lambda}{2\pi} - 1\right)^2\right], \quad (18)$$

如果取 $n = 1.3330$, $C_0 = 4.0006$, $C_{-1} = -2.0200$, 则一维超声光子晶体在第一布里渊区具有如图 2 所示的色散关系。在一般情况下当具有一定振幅的超声波通过介质所引起的 Δn 不为零, 所以 C_{-1} 也不为零, 此时就一定有光子禁带出现, 禁带宽度将受 C_{-1}

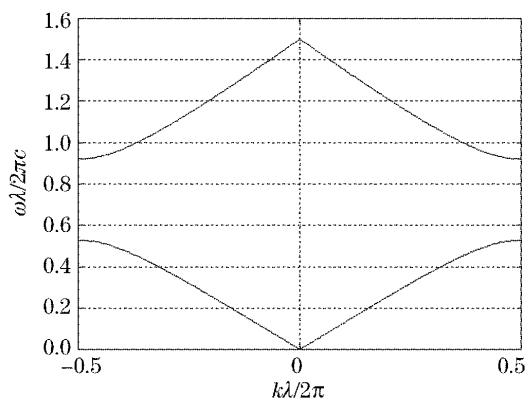


图 2 在第一布里渊区一维超声光子晶体的色散关系

Fig. 2 Dispersion relations for one-dimensional ultrasonic photonic crystal in the first Brillouin zone

的影响。同时我们还应认识到 $\Delta n/n$ 又是与超声波的振幅有关的, 因此超声波的波长和振幅都会影响到超声光子晶体的禁带结构。

3 结 论

在一般情况下超声光子晶体具有一维周期层叠结构光子晶体相类似的色散特性^[3]。一维超声光子晶体具有明显的禁带, 并且它可以通过改变超声波的波长和振幅来调节。当多路超声波在介质中相干叠加形成稳定的分布时, 就可以形成二维或三维光子晶体。这有待于进一步研究。

参 考 文 献

- 1 L. Brillouin. Diffusion de la lumière et des rayons X par un corps transparent homogène[J]. *Ann. Physique*, 1922, **17**: 88
- 2 P. Debye, F. W. Sears. On the scattering of light by supersonic waves[J]. *Proc. Nat. Acad. Sci. U. S.*, 1932, **18**: 409
- 3 K. Sakoda. *Optical Properties of Photonic Crystals* [M]. Springer: Berlin Heidelberg, 2003. 11~12