

文章编号: 0253-2239(2006)10-1517-5

线电荷串产生的史密斯-帕塞尔辐射*

史宗君 杨梓强 梁 正 刘盛纲

(电子科技大学高能电子学研究所, 成都 610054)

摘要: 采用积分方法分析了线电荷串,沿周期性理想金属光栅表面平行移动时产生的史密斯-帕塞尔辐射。分别对短周期光栅、低能量线电荷串与长周期光栅、高能量线电荷串的辐射情况进行了数值计算。相对单个线电荷而言, N 个线电荷与反射光栅作用产生的辐射场密度,在频率是线电荷串调制频率的整数倍处出现最大,辐射谱变窄;随电荷能量增高,辐射能量向高频方向移动,并具有强烈的定向性;可以通过调节线电荷调制频率等参量实现辐射电磁波频率锁定。研究表明,对高能量与低能量的电荷参量,适当选择光栅尺寸与线电荷串间隔周期,都可使辐射波工作于太赫兹波段。

关键词: 激光器; 线电荷串; 史密斯-帕塞尔辐射; 正弦光栅; 辐射能量

中图分类号: TN248 文献标识码: A

Smith-Purcell Radiation from a Train of Line Charges with Reflection Grating

Shi Zongjun Yang Ziqiang Liang Zheng Liu Shenggang

(*Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054*)

Abstract: The Smith-Purcell radiation characteristic is analyzed from a train of line charges moving parallel to a sinusoidal metal reflection grating using an integral equation model. The numerical computations have been performed for short grating period with low-energy line charges and long grating period with high-energy line charges. The maximal radiated intensity is obtained at harmonics of the line charges modulating frequency. The bandwidth of the radiation becomes narrow, energy peaks are intensified. The normalized energy distribution produced by the high energy charges will have a narrow angular range emission peaks in the forward direction. The coherent radiation of frequency-locked will be generated gained from a train of line charges. The results show that the THz radiation will be produced for the reasonable parameters of line charge energy and grating.

Key words: lasers; train of line charges; Smith-Purcell radiation; sinusoidal grating; radiated energy

1 引 言

当电子注贴近金属光栅表面飞过,将激励起电磁辐射波,这种现象称为史密斯-帕塞尔效应^[1],然而这种辐射通常是强度很弱的非相干辐射,不易检测和应用。自 20 世纪 50 年代以来,基于史密斯-帕塞尔效应的研究工作一直没有间断过,前苏联、美国及日本在 20 世纪 80 年代初提出和发展了基于这种效应的新型激光器^[2~4],成功地在毫米波、亚毫米

波段得到了相干辐射。

近年来,随着光阴极注入器和射频加速器技术的发展,利用周期性的电子束团产生相干辐射引起了人们的广泛兴趣^[5~7],这一方面,已成为国内外太赫兹波段开发和研究的热点。本文对周期性电荷激发的基于史密斯-帕塞尔效应的辐射特性进行了理论分析和探讨。

* 国家自然科学基金(60178011,60571020)资助课题。

作者简介: 史宗君(1974~),女,重庆奉节人,电子科技大学讲师,博士研究生,主要从事高功率微波与太赫兹技术的研究。E-mail: shizongjun@163.com

导师简介: 梁 正(1940~),男,湖南人,电子科技大学物理电子学院教授,博士生导师,主要从事高功率微波与太赫兹技术的研究。E-mail: zqyang@uestc.edu.cn

收稿日期: 2006-01-04; 收到修改稿日期: 2006-03-09

2 物理模型

为使模型简化,本文考虑的周期性群聚电荷为线电荷,电荷的空间分布为一 δ 函数。采用理想金属正弦光栅作为反射光栅,其周期为 L ,反射表面为 $z=(h/2)\sin(2\pi x/L)$, h 为正弦光栅深度,并假设光栅镶嵌在真空中。采用线电荷串作为激励源,平行于反射光栅移动,其基本模型如图 1 所示。线电荷串电流密度表达式为

$$\mathbf{J}(x, z, t) = q \sum_{n=0}^{N-1} v_0 \delta[z - z_0, x - x_n(t)] \mathbf{i}_x, \quad (1)$$

其中 $t = nT + x/v_0$, T 为线电荷串间隔周期,即线电荷串调制频率为 $f_0 = 1/T$, v_0 为线电荷速度, N 为线电荷个数, q 为沿 y 方向单位长度电荷密度, $x_n(t)$ 表示 t 时刻第 n 个线电荷在 x 方向的坐标位置, \mathbf{i}_x 表示 x 方向的单位矢量。

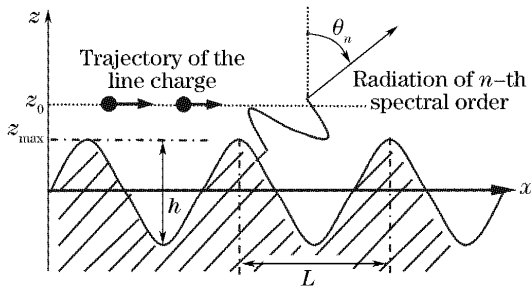


图 1 光栅结构模型图

Fig. 1 Cross section of the grating configuration

3 散射场的计算

3.1 线电荷串产生的入射场

要分析线电荷串沿反射光栅平行移动时的辐射情况,首先要计算出线电荷激励的入射到光栅表面的入射场 $\mathbf{E}^i(x, z, t)$, $\mathbf{H}^i(x, z, t)$, 其傅里叶积分式 $\mathbf{E}^i = \mathbf{E}^i(x, z, \omega)$, $\mathbf{H}^i = \mathbf{H}^i(x, z, \omega)$ 满足二维电磁场方程

$$\nabla \times \mathbf{H} + i\omega\epsilon_0 \mathbf{E} = \mathbf{J}, \quad \nabla \times \mathbf{E} - i\omega\mu_0 \mathbf{H} = 0, \quad (2)$$

其中 ω 为角频率, ϵ_0 为真空介电常量, μ_0 为真空磁导率。电流密度 $\mathbf{J}(x, z, t)$ 的傅里叶积分式为

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(x, z, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{J}(x, z, t) \exp(i\omega t) dt = \\ & Nq \frac{\sin(N\omega T/2)}{N\sin(\omega T/2)} \times \\ & \exp\left\{i\left[\alpha_0 x + \frac{1}{2}(N-1)\omega T\right]\right\} \delta(z - z_0) \mathbf{i}_x, \quad (3) \end{aligned}$$

其中 $\alpha_0 = \omega/v_0 = k_0 c_0/v_0$, 且 $k_0 = \omega(\epsilon_0\mu_0)^{1/2}$, c_0 为真空中的光速。由于 \mathbf{J} 只有 x 分量, 因此 \mathbf{H}^i 仅有 y 分

量, \mathbf{E}^i 仅有 x 与 z 分量, 引入标量因子 u^i 得到

$$\mathbf{E}^i = (i\omega\epsilon_0)^{-1} [\partial_z u^i \mathbf{i}_x - \partial_x u^i \mathbf{i}_z + J_x \mathbf{i}_x], \quad (4)$$

将(3)式, (4)式代入(2)式得到入射场的标量因子 u^i 为

$$u^i(x, z, \omega) = -\frac{1}{2} Nq \text{sign}(z - z_0) \frac{\sin(N\omega T/2)}{N\sin(\omega T/2)} \times \exp[i(N-1)\omega T/2] \exp(i\alpha_0 x + i r_0 |z - z_0|), \quad (5)$$

其中 $\gamma_0 = i(\alpha_0^2 - k_0^2)^{1/2}$,

因 $\gamma_0 = i(\omega/v_0)(1 - v_0^2/c_0^2)^{1/2}$ 中 $v_0 < c_0$, 可得 $\alpha_0 > k_0$, 所以(5)式代表的凋落波在 z 方向成指数衰减。

3.2 入射场与光栅作用产生的辐射场

线电荷产生的凋落波与光栅作用将产生散射场 $\mathbf{H}^r, \mathbf{E}^r$ 。其总场必须满足光栅表面的边界条件, 也就是 $\mathbf{n} \times (\mathbf{E}^r + \mathbf{E}^i) = 0$, \mathbf{n} 为光栅表面内法向单位矢量。同样傅里叶积分后的散射场 $\mathbf{E}^r(x, z, \omega)$, $\mathbf{H}^r(x, z, \omega)$ 满足无源二维电磁场方程, 同样通过求解电磁场方程可以得到散射场。在周期结构中, 散射场可以写成无限个平面波的叠加形式, 因此式 $\mathbf{H}^r = u^r(x, z, \omega) \mathbf{i}_y$ 中的 $u^r(x, z, \omega)$ 可以写成以下形式:

$$u^r(x, z, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n^r(\omega) \exp(i\alpha_n x + i\gamma_n z), \quad (6)$$

式中

$$\alpha_n = \alpha_0 + \frac{2\pi n}{L}, \quad \gamma_n = (k_0^2 - \alpha_n^2)^{1/2}, \quad (7)$$

考虑 γ_n 为正实数即可以传播的波也就是史密斯-帕塞尔辐射波, 并定义

$$\alpha_n = k_0 \sin \theta_n, \quad \gamma_n = k_0 \cos \theta_n, \quad (8)$$

θ_n 为 n 阶辐射波与正 z 轴方向的夹角, $-\pi/2 < \theta_n < \pi/2$, 见图 1。对 $n \geq 0$ 的情况散射场为凋落波的形式, 对 $n < 0$ 的情况, 通过(7)式, (8)式可以得到辐射波必须满足以下条件:

$$\left| \frac{\alpha_n}{k_0} \right| = |\sin \theta_n| = \left| \frac{c_0}{v_0} + \frac{n\lambda_0}{L} \right| \leq 1, \quad (9)$$

(9)式也就是光栅方程 $\lambda = \frac{L(1/\beta - \sin \theta)}{|n|}$ 。采用积分方法^[8,9] 计算散射场 u_n^r , 引进二维周期格林函数

$$G = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{i}{2\gamma_n L} \exp[i\alpha_n(x_p - x) + i\gamma_n |z_p - z|], \quad (10)$$

因此可以得到辐射区域 p 点辐射场标量形式:

$$u_p^r(x, z, \omega) = \int_{L'} u(\mathbf{n} \cdot \nabla G) ds, \quad (11)$$

L 为光栅周期, ds 为沿一个光栅周期表面的弧长微分, 通过(10)式, (11)式可以得到

$$u_n^r = -\frac{i}{2\gamma_n L'} \int_{L'} u(\mathbf{n} \cdot \nabla) \exp(-i\alpha_n x - i\gamma_n z) ds, \quad (12)$$

光栅表面上 p 点的总场 $u_p = u_p^r + u_p^i$ 满足积分方程

$$\frac{1}{2} u_p + \oint_{L'} u(\mathbf{n} \cdot \nabla G) ds = u_p^i, \quad (13)$$

式中 $\oint_{L'}$ 为相关积分的柯西积分主值。

4 辐射能量角分布

在垂直于光栅表面的平面内,文献[10]给出了单个电子通过一个周期长度时,第 n 阶辐射波能量角分布,由此可得到 N 个群聚线电荷串的第 n 阶辐射波能量角分布

$$\frac{dW_n}{d\Omega} = \frac{N^2 q^2 n^2}{2L\epsilon_0} \frac{\cos^2 \theta}{(\beta^{-1} - \sin \theta)^3} |R_n(\theta, \beta)|^2 \times \exp\left(-\frac{4\pi z_0}{\beta\gamma\lambda_n}\right), \quad (14)$$

式中 $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = v_0/c_0$, λ_n 为 n 阶辐射波长, $|R_n(\theta, \beta)|^2$ 为辐射密度因子,它与光栅结构及线电荷速度等参量相关,它与辐射场关系如下:

$$u_n^r = \frac{1}{2} Nq \exp[i\gamma_0(z_0 - z_{\max})] R_n, \quad (15)$$

从(15)式可以得到, N 个线电荷产生的最大辐射场密度 $u_n^r u_n^{r*}$ 是单个线电荷的 N^2 。因此在理论限制的范围内 N 取值越大辐射场密度越大。

由电子失能与辐射波能量损耗的关系可以推导出各阶辐射场密度之和满足以下关系式^[2]:

$$\sum_{\text{real } \gamma_n} u_n^r u_n^{r*} \gamma_n = q \text{Re}[u_0^r \gamma_0 \exp(i\gamma_0 z_0)], \quad (16)$$

(16) 式表示为辐射因子之间的联系为

$$\sum_{\text{real } \gamma_n} R_n^r R_n^{r*} \gamma_n = -2 \text{Re}[R_0^r \gamma_0 \exp(i\gamma_0 z_{\max})].$$

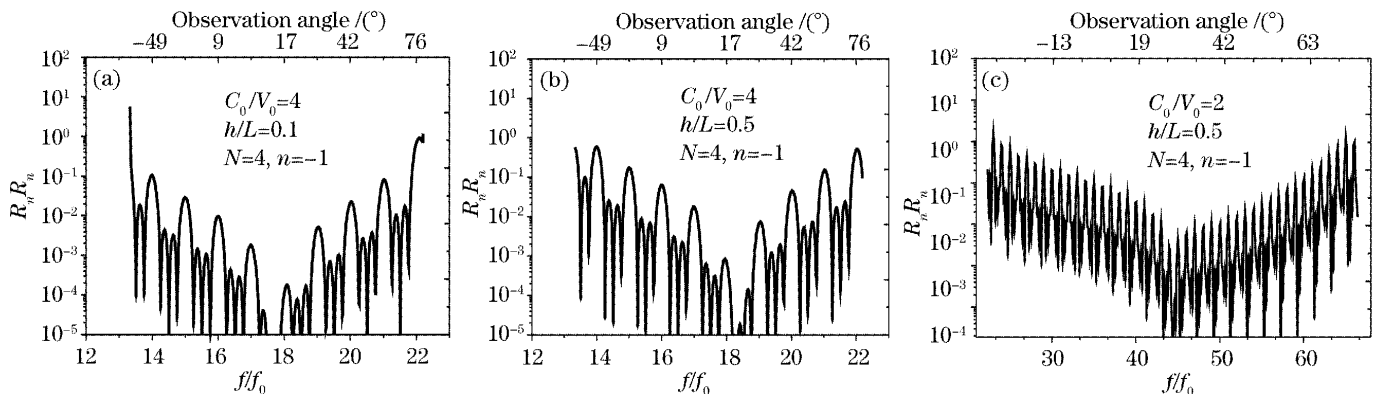


图 3 低能量线电荷串辐射密度 $R_n^* R_n$

5 数值分析

采用三次样条插值近似求解积分方程(13)中的 $u^{[5]}$,即把积分区间化为有限个小区间 $0 = s_0 < s_1 < s_2 \dots s_k = L' (k=0, 1, 2, \dots, K)$,在每一个小区间 $s_{k-1} \leq s \leq s_k$ 内,积分内核函数用多个分段连续三阶多项式代替。求解积分时采用高斯-勒让德 4 点积分方法。对一个周期分了 20 个小区间。运用 Matlab 语言编制了相应的计算程序。作为验证数值程序的可靠性,首先对单个线电荷进行了分析,所取参量与文献[4]一致,计算结果(如图 2 所示)与文献完全一致,这说明我们的数值程序是可靠的。另外还可以通过(16)式的守恒关系验证结果的可靠性。当选取正弦结构及线电荷的参量为 $L = 1.25 \mu\text{m}$, $h/L = 0.1$, $\lambda_0 = 3.75 \mu\text{m}$, $\beta = 0.5$ 时,(16)式等式两边结果之比为 99.99%,在误差范围内满足守恒关系。

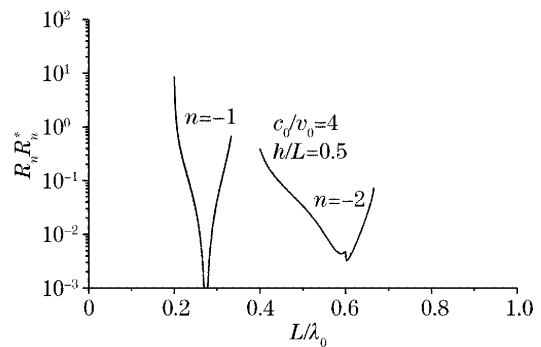


图 2 单个线电荷辐射密度 $R_n^* R_n$

Fig. 2 Radiation intensity $R_n^* R_n$ for a line charge

图 3(a)~图 3(c)分别对短周期光栅、低能量线电荷(电压为几十千伏)的辐射场密度进行了数值计算。一般情况下,辐射阶数越高,辐射场密度越小^[2~5],本文只讨论辐射密度高的一 1 阶电磁波辐射情况。图 3 中的 c_0/v_0 表示真空中的光速与线电荷的速度之比。 h/L 表示正弦光栅深度与光栅周期

之比, N 表示线电荷的个数, n 表示辐射阶数, 光栅周期为 0.3 mm。选取的线电荷调制频率为 $f_0 = 15$ GHz。以上工作参量, 在现有技术条件下均是是可以实现的。从图 3 可以看出, 不同频率点或者不同观察角度所对应的辐射场密度不同, 其辐射密度在 f/f_0 为整数倍时出现最大, 最大值之间有 $N-2$ 个次最大 ($N \geq 3$), 其谱宽为 $\delta f/f_0 = 1/N$, 随 N 增大谱宽越小, 即频谱变窄。可以通过调节线电荷调制频率 f_0 与线电荷个数 N 实现辐射电磁波频率锁定。比较图 3(a)~图 3(c) 可以看出, 同样参量下线电荷的速度越小辐射频率范围越小; h/L 比值越大即光栅深度越深, 辐射场密度变小。但对以上参量的改变辐射场密度变化都相对较小。图 4、图 5 为 -1 阶辐射能量角分布情况, 所取的频率为线电荷调制频率的整数倍。图中曲线 (a)~(c) 所取的参

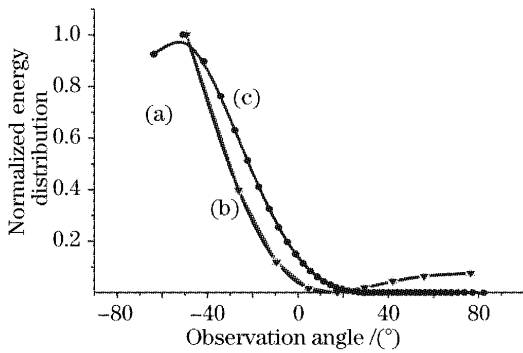


图 4 辐射能量角分布随观察角度的变化

Fig. 4 Angular distribution of Smith-Purcell radiation (SPR) normalized energy as a function of observation angle for low-energy line charges

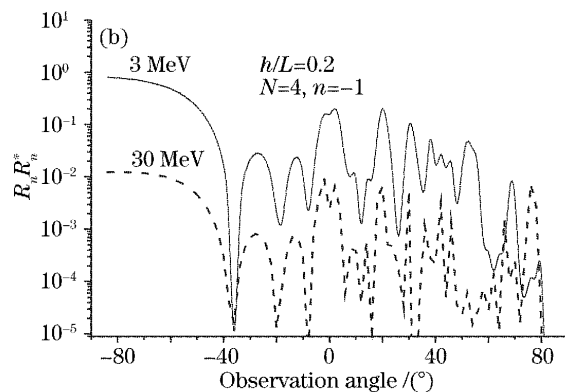
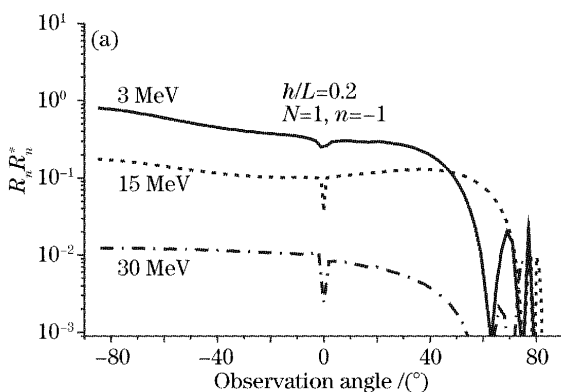


图 6 高能线电荷辐射密度 $R_n^* R_{-n}$

Fig. 6 Radiation intensity $R_n^* R_{-n}$ for high-energy line charges

以上分析结果表明, 对高能量与低能量的电荷参量, 适当选择光栅尺寸与线电荷串间隔周期, 都可

使辐射波频率工作于太赫兹波段, 这对发展太赫兹波段新型激光器件是有意义的。

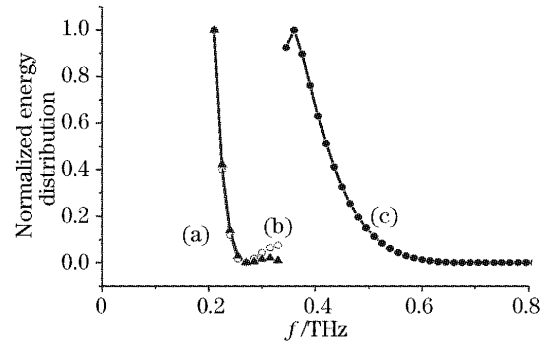


图 5 辐射能量角分布随频率的变化

Fig. 5 Angular distribution of Smith-Purcell radiation normalized energy as a function frequency f

量分别对应图 3(a)~图 3(c)。从图 4 中可以看出, 在这种参量条件下, 垂直于线电荷运动方向辐射能量较小, 最大辐射能量几乎与电荷运动方向相反。图 5 为辐射能量角分布随辐射波频率的变化, 从图中可以看出线电荷速度越大, 最大辐射能量向高频方向移动, 辐射波最大辐射能量角分布所对应的频率工作于太赫兹波段。

图 6 对长周期光栅、高能线电荷的辐射情况进行了数值计算, 光栅周期为 1 cm, 其他参量如图中所示。从图 6 可以看出, 线电荷能量越高, 辐射场密度减小较快。从图 7、图 8 可以看出, 对高能电荷, 辐射能量几乎靠近电荷运动方向, 具有强烈的定向性。随电荷能量升高, 辐射能量同样向高频方向移动, 其辐射波长将远小于光栅周期。辐射波最大辐射能量角分布所对应的频率同样可以工作于太赫兹波段。

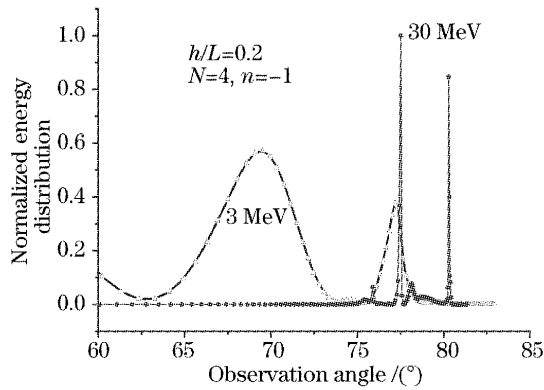


图 7 辐射能量角分布随观察角度的变化

Fig. 7 Angular distribution of Smith-Purcell radiation normalized energy as a function of observation angle for low-energy line charges

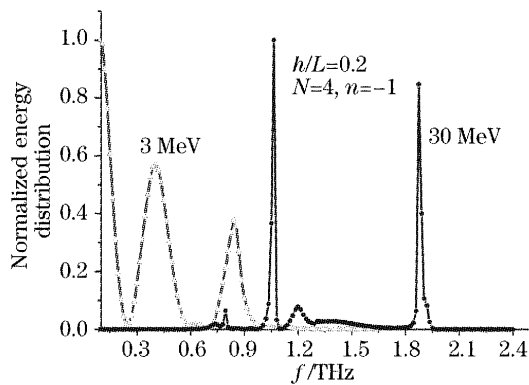


图 8 辐射能量角分布随频率的变化

Fig. 8 Angular distribution of Smith-Purcell radiation normalized energy as a function frequency f

6 结 论

采用积分方法对短周期光栅、低能量线电荷串与长周期光栅、高能量的线电荷串的辐射特性进行了分析,并进行了数值计算。分析表明, N 个线电荷串与反射光栅作用产生的辐射场密度,在频率是线电荷调制频率的整数倍处出现最大;最大辐射密度是单个线电荷的 N^2 倍。因此,可以通过增加线电荷个数 N ,来提高辐射密度,还可以通过调节线

电荷调制频率 f_0 实现辐射电磁波频率锁定。随电荷能量增高,辐射能量向高频方向移动,并具有强烈的定向性。因此要获得基于史密斯-帕塞尔效应的太赫兹波段新型激光器件可通过控制光栅与线电荷参量。本项工作将对研究太赫兹波段新型激光器件具有一定的参考意义。

参 考 文 献

- 1 S. J. Smith, E. M. Purcell. Visible light from localized surface charges moving across a grating[J]. *Phys. Rev.*, 1953, **92**(15): 1069
- 2 Hu Song, Wei Shikang, Zhan Li *et al.*. 15-wavelength Brillouin erbium-doped fiber laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(2): 212~215 (in Chinese)
胡松,尉仕康,詹黎等. 15 波长输出的布里渊掺铒光纤激光器[J]. *光学学报*, 2005, **25**(2): 212~215
- 3 Chen Jiayu, Wang Minghong, Yang Ziqiang *et al.*. Novel Smith-Purcell tunable radiation source[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(11): 1289~1292 (in Chinese)
陈嘉钰,王明红,杨梓强等. 新型史密斯-帕塞尔效应可调辐射源研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(11): 1289~1292
- 4 Zhang Bingyuan, Chen Meng, Li Gang *et al.*. Study on diode-side-pumped mode-locked laser with semiconductor saturable absorber mirror[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(1): 59~62 (in Chinese)
张丙元,陈檬,李港. 激光二极管侧面抽运 Nd:YAG 锁模激光器的研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(1): 59~62
- 5 S. E. Korbly, A. S. Kesar, J. R. Sirigiri *et al.*. Observation of frequency-locked coherent terahertz Smith-Purcell radiation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(5): 054803-1~054803-4
- 6 Avi Gover. Superradiant and stimulated superradiant emission in prebunched electron-beam radiators. I. Formulation[J]. *Phys. Rev. Special Topics—Accelerators and Beams*, 2005, **8**(3): 030701-1~030701-15
- 7 A. Gover, E. Dyunin. Superradiant and stimulated superradiant emission in prebunched electron-beam radiators[J]. *Phys. Rev. Special Topics—Accelerators and Beams*, 2005, **8**(3): 030702-1~030702-17
- 8 P. M van den Berg. Smith-Purcell radiation from a line charge moving parallel to a reflection grating[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1973, **63**(6): 689~698
- 9 P. M. van den Berg. Diffraction theory of a reflection grating [J]. *Appl. Sci. Res.*, 1971, **24**(6): 261~293
- 10 O. Haeblerlé, P. Rullhusen, J. M. Salomé *et al.*. Smith-Purcell radiation from electrons moving parallel to a grating at oblique incidence to the rulings [J]. *Phys. Rev. E*, 1997, **55**(4): 4675~4683