

文章编号: 0253-2239(2006)10-1495-6

# 基于二阶滤波器的消光起伏谱颗粒测量结果\*

许亚敏 于 彬 刘 蕾 沈建琪

(上海理工大学理学院, 上海 200093)

**摘要:** 消光起伏频谱法是一种新的测量两相流系统中颗粒粒径分布和浓度的方法, 装置简单, 操作方便, 适合实时、在线测量。采用二阶低通滤波器对起伏的透射率信号分析, 得到消光起伏频谱实验数据, 并利用改进的Chahine循环方法计算得到颗粒的粒径分布和浓度信息。重点讨论高浓度情况, 包括对特征函数频率响应的修正和对其阶高修正两个方面, 得到修正参量并运用到反演算法中从而得到正确的测量结果。测量结果表明, 通过高浓度修正, 消光起伏频谱法可以在很大的颗粒浓度动态范围得到合理的测量结果, 其可测颗粒最大体积分数视颗粒的大小而定。

**关键词:** 光学计量; 消光起伏频谱法; 反演算法; 高浓度修正; 颗粒测量

中图分类号: O436.2; TB46 文献标识码: A

## Measurements on Particle by Transmission Fluctuation Spectrometry Using Second Order Filter

Xu Yamin Yu Bin Liu Lei Shen Jianqi

(School of Science, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093)

**Abstract:** The transmission fluctuation spectrometry (TFS), a new method can measure the particle size distribution (PSD) and particle concentration simultaneously in two-phase fluid system. With simple optical arrangement and easy operation, the method can be applied to real-time, online measurements. The transmission signal with fluctuations are analyzed by using a second order low pass filter (LPF), and the experimental data of transmission fluctuation spectra in the frequency domain are obtained. The particle size distributions and concentrations are extracted from the experimental data with the modified Chahine iterations. Effects on the spectra of transmission fluctuations of the high concentration are discussed. The high concentration correction includes frequency response to characteristic function and step height of the transition function. Parameters for the high concentration correction are achieved and further employed in the inversion algorithm, and reasonable measurement results are obtained. Analysis to the measurement data shows that, with the high-concentration correction, the particle size distribution and particle concentration can be recovered within a broad dynamic range and the largest measurable particle volume concentration depends on the particle size.

**Key words:** optical metrology; transmission fluctuation spectrometry; inversion algorithm; high-concentration correction; particle sizing

### 1 引 言

消光起伏频谱法是近年来发展起来的一种测量两相流系统颗粒粒径分布和浓度的方法。它装置简

单、操作方便, 适合实时、在线测量。当两相流流过窄激光束时, 由于颗粒的散射和吸收导致透射光信号起伏, 通过对这些起伏的透射光信号作频谱分析

\* 国家自然科学基金(NSFC50376041)和上海市教育发展基金曙光计划(04SG49)资助课题。

作者简介: 许亚敏(1981~), 女, 山东聊城人, 上海理工大学硕士研究生, 主要从事凝聚态物理方面的研究。

E-mail: xuym\_2003@163.com

导师简介: 沈建琪(1965~), 男, 浙江桐乡人, 上海理工大学教授, 主要从事光学测试技术方面的研究。

E-mail: shejq@online.sh.cn

收稿日期: 2005-11-02; 收到修改稿日期: 2006-03-14

可得到颗粒的粒径分布和浓度信息。

在早期的研究中,消光起伏频谱采用一阶低通滤波器获得<sup>[1,2]</sup>。理论研究和实验证明,结合高浓度修正方法,该技术可在较大的动态浓度范围得到合理的颗粒信息<sup>[2]</sup>。但由于信号滤波器的传递函数比较平坦,使得消光起伏频谱曲线对频率响应不敏感、对颗粒粒径分布测量的分辨力较低。

理论分析表明,选择二阶或更高阶的低通滤波器可有效提高测量分辨力<sup>[3]</sup>。高阶滤波器普遍存在选择品质因子参量问题。一个大数值的品质因子使消光起伏频谱变得比较陡,由此可望提高测量分辨力。但它同时导致在不同浓度下测量得到的消光起伏频谱形状差异很大,对测量非常不利。因此,选择一个合适的品质因子很重要。与二阶滤波器相比,更高阶的滤波器所得的消光起伏频谱并没有表现出很大的优势。相反,在滤波器的设计和参量选择方面显得复杂且成本也高。模拟计算表明,对二阶低通滤波器,当  $Q$  的数值大于 0.707 时,消光起伏频谱会出现一个峰,其高度与  $Q$  值有关。而采用品质因子  $Q=0.707$  时既可以使消光起伏频谱得到有效改善且也不会导致很大的设计技术和数据处理上的困难。不过,由于二阶滤波器的传递特性与一阶滤波器不同,消光起伏频谱的高浓度效应会有所差别。因此,实验研究中,采用品质因子  $Q=0.707$  的二阶低通滤波器来处理起伏的透射光信号,由此得到不同浓度下的消光起伏频谱;研究其高浓度效应并与模拟计算结果相比较,从而选择合理的修正参量进而通过反演计算得到颗粒粒度分布和浓度信息。

在消光起伏频谱法中,当颗粒浓度动态范围较大时,需要作高浓度效应修正,即在反演计算中根据具体情况对矩阵不断修改<sup>[2]</sup>。这在一般的反演算法(如 Twomey 算法等<sup>[4~9]</sup>)中无法实现,而循环算法为这种修正提供了方便<sup>[10~12]</sup>。因此,本文反演计算

采用改进的 Chahine 循环算法<sup>[12]</sup>。

## 2 消光起伏频谱法测量原理

### 2.1 理论基础

根据层模型,单层透射频谱<sup>[2]</sup>(用透射率平方的平均值表示):

$$e(T_{ML}^2) = 1 - \beta \cdot (2 - \chi) + \beta^2 \cdot (1 + \epsilon), \quad (1)$$

$\beta$  为单层浓度,  $\chi$  和  $\epsilon$  是描述频谱的特征函数。当单层的浓度较小时,  $\beta$  的高阶项可以忽略不计,则

$$\ln e(T_{ML}^2) \approx -\beta \cdot (2 - \chi). \quad (2)$$

根据层模型,三维颗粒系统是由一系列相对独立的单层组成,单层的厚度至少等于一个颗粒的直径:

$$\Delta Z_{ML} = \frac{P}{1.5} x, \quad (3)$$

其中  $P$  为结构参量且  $P \geq 1.5$ <sup>[13]</sup>,  $x$  为颗粒粒径。

窄平行光束由于自身的衍射效应会导致发散。实验中采用会聚的高斯光束,并将高斯光束的束腰置于测量区中心。则

$$\begin{aligned} \ln e(T_{TOT}^2) &= \frac{1.5}{P} \frac{1}{x} \int_{Z_1}^{Z_2} \ln e(T_{ML}^2) dZ \approx \\ &= -\frac{1.5}{x} C_V \int_{Z_1}^{Z_2} \{2 - \chi[\Lambda(Z, x)]\} dZ = \\ &= -C_{PA} \int_{Z_1}^{Z_2} \{2 - \chi[\Lambda(Z, x)]\} dZ, \quad (4) \end{aligned}$$

其中  $Z_1, Z_2$  是光程的上下限,  $\Lambda(Z, x) = D(Z)/x$  是光束-颗粒直径比,  $C_V$  是体积浓度,  $C_{PA}$  是颗粒投影面积浓度。

对于浓度比较低的多分散颗粒系统,假定颗粒随机分布,颗粒位置之间无影响,则可把多分散颗粒系看作由一系列单分散系统组成。因此多分散颗粒系统的消光起伏频谱可表示如下:

$$\sum_j \underbrace{\Delta Z \cdot C_{PA}(\bar{x}_j) \Delta x_j}_{x_j} \cdot \underbrace{\frac{1}{\Delta Z} \int_{Z_1}^{Z_2} \{2 - \chi[\Psi_i, \Lambda(Z, \bar{x}_j)]\} dZ}_{A_{i,j}} = \underbrace{-\ln e(T_{\Psi_i}^2)}_{B_i}, \quad (5)$$

$\bar{x}_j$  表示颗粒在第  $j$  区间  $\Delta x_j$  内的平均粒径,  $\Psi_i$  为无因次频率 ( $\Psi_i = \frac{\pi x}{v} f_i$ ,  $v$  为颗粒流速,  $f_i$  为不同滤波器的截止频率,  $B_i$  为第  $i$  低通滤波器的实验测量值,  $A_{i,j}$  是反演矩阵,由理论计算得到。通过反演算

法求解可得到  $X_j$ (即颗粒的粒径信息和浓度信息)。

### 2.2 Chahine 反演算法

反演算法是颗粒测量中普遍应用的一种算法。近年来,已经发展了很多反演算法<sup>[4~10]</sup>,如 Philips 和

Twomey 发展的最小二乘法、Tikhonov 法则、L-curve 方法、Backus-Gilbert 反演法、Chahine-Twomey 迭代算法等。其中大部分算法只适用于求解线性方程  $A \cdot X=B$  的逆问题。而 Chahine 算法则是一个非线性迭代方法,其显著优点是能在循环过程中根据计算情况对矩阵逐步修正。由 Ferri 给出的 Chahine 迭代算法修正式为<sup>[12]</sup>

$$X_j^{(p+1)} = X_j^{(p)} \cdot \sum_{i=1}^M W_{i,j} \frac{B_i^{(meas)}}{B_i^{(p)}}, \quad (6)$$

其中  $W_{i,j}$  为归一化权重因子,表达式为

$$W_{i,j} = A_{i,j} / \left( \sum_{i=1}^M A_{i,j} \right). \quad (7)$$

对于高浓度颗粒系统,消光起伏频谱要受到层结构和颗粒交叠效应的影响<sup>[2]</sup>。(1)式中  $\beta$  的二阶项以及颗粒交叠的效应不可忽略,因此消光起伏频率谱表达式就不再是一个线性关系式,这时就必须用非线性迭代方法(如 Chahine 算法)来进行反演,而且要在反演算法中进行高浓度修正。

### 2.3 高浓度修正

#### 2.3.1 关于频谱响应的修正

与一阶低通滤波器情况类似<sup>[2]</sup>,通过对转换函数作归一化处理,取其与低浓度下理论值的差值,最后由模拟计算得到一个描述归一化差值函数的经验公式并通过实验验证<sup>[14]</sup>:

$$\Delta \hat{\Theta}_N(\Psi') = A \cdot \Psi'^b \cdot (m^{-\Psi'} - n^{-\Psi'} \cdot c), \quad (8)$$

$$\Psi' = \Psi \cdot e^{0.1E}, \quad (9)$$

其中  $E$  为消光值,定义为透射率平均值的负对数  $E = -\ln e(T)$ 。

图 1 给出了归一化差值曲线的实例,这些曲线由对不同粒径的颗粒系实测得到。它们大致重合说

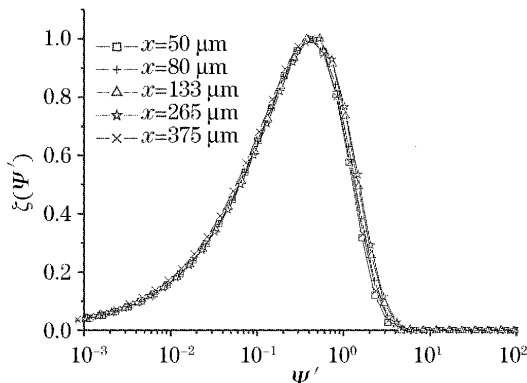


图 1 由测量数据分析得到的不同粒径颗粒系的归一化差值经验曲线

Fig.1 Normalized deviation of the transition functions obtained from the measurements on particle suspensions with different particle sizes

明所得到的差值曲线代表了颗粒高浓度效应的共性,可用来对实测数据进行修正。可取其中任意一条曲线对应的参量( $A, b, m, n, c$ )来作高浓度修正,也可通过对这些曲线取平均处理得到相应参量并应用到反演程序中。本文中所选参量为  $A = 11.22, b = 0.694, m = 5.0749, n = 5.0750, c = 0.6761$ 。

由模拟计算知表示差值强度的  $M$  与消光值  $E$  成正比关系<sup>[2]</sup>:

$$M = M(E) = k \cdot E, \quad (10)$$

斜率  $k$  与光束-颗粒直径比  $\Delta$ 、光程-粒径比  $\Delta Z/x$  有关。实验中采用了会聚高斯光束,光束直径和光束穿过颗粒系统的光程固定不变,因此斜率  $k$  只与颗粒的粒径有关。图 2 是根据实测得出的斜率与颗粒粒径的关系图,可表示为:

$$k = \begin{cases} 0.043 : x < 60 \mu\text{m} \\ 0.123 \cdot (1 - e^{-x/30})(0.5 - e^{-1200/x}) : \\ x \geq 60 \mu\text{m}, \end{cases} \quad (11)$$

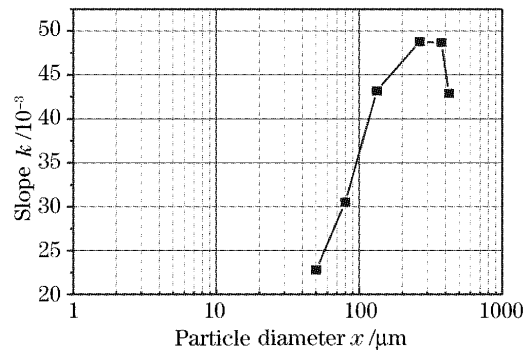


图 2 斜率  $k$  与颗粒粒径  $x$  的关系

Fig.2 Dependence of the slope  $k$  on the particle size  $x$

#### 2.3.2 关于阶高的修正

转换函数  $\Theta(\Psi)$  的最大值  $\Theta(\Psi \rightarrow 0) = 2$  与最小值  $\Theta(\Psi \rightarrow \infty)$  之差称为转换函数的阶高  $\Theta_{SH}$ :

$$\Theta_{SH} = \Theta(\Psi = 0) - \Theta(\Psi \rightarrow \infty) = 2 - \Theta(\Psi \rightarrow \infty). \quad (12)$$

转换函数阶高与颗粒交叠效应和层结构效应有关,其变化情况比较复杂<sup>[2,14]</sup>。理论分析表明,阶高和颗粒浓度的依赖关系与数据处理时采用滤波器的传递特性(即滤波器的阶数和品质因子)无关,因此消光起伏频谱用一阶低通滤波器处理时得出的阶高修正公式(13)同样适用于二阶滤波器的情况:

$$\Theta_{SH} = 2 - \Theta(\Psi \rightarrow \infty) = \eta_{SH} [2 - \Theta(\Psi \rightarrow \infty, C_V \rightarrow 0)], \quad (13)$$

其中  $\Theta(\Psi \rightarrow \infty, C_V \rightarrow 0)$  是浓度非常低时转换函数的下限,可理论计算得到。系数  $\eta_{SH}$  的表达式参见文献<sup>[2]</sup>。

### 3 实验结果

#### 3.1 颗粒的粒径分布

实验测量了粒径在 50~425 μm 范围内的单分散颗粒系,每个单分散颗粒系颗粒体积浓度的变化范围在一个数量级左右。用单模 He-Ne 激光器作光源,会聚高斯光束的束腰直径大约 24 μm,测量区光程为 ΔZ=5.5 mm,颗粒在测量区内流速 v=1.98 m/s。信号分析系统采用品质因子为 0.707、截止频率可调的二阶低通滤波器。

反演计算采用改进的 Chahine 循环法,图 3 和图 4 给出部分测量结果。横坐标是颗粒粒径,纵坐标是颗粒投影截面的累积分布 Q<sub>2</sub>(x)[由(14)式计算得到]。每个浓度下的测量用相应的消光值来表示:

$$Q_2(\bar{x}_i) = \frac{\sum_{j=1}^i C_{PA}(\bar{x}_j) \Delta x_j}{\sum_{j=1}^N C_{PA}(\bar{x}_j) \Delta x_j} \quad (14)$$

$1 \leq i \leq N, j = 1, 2, \dots, N$

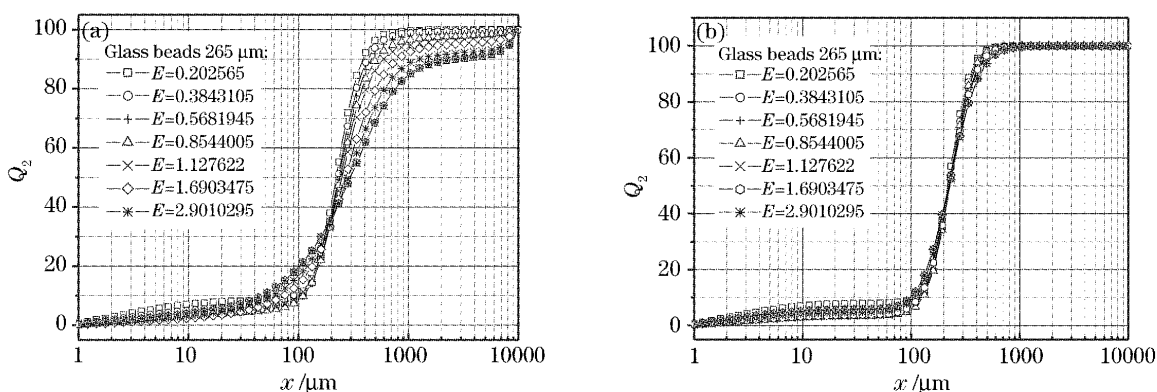


图 3 265 μm 的玻璃球在不同浓度下的粒径分布曲线。(a)没有经过高浓度修正的,(b)高浓度修正后的粒径分布曲线

Fig. 3 Particle size distributions of 265 μm glass beads measured at different concentrations. (a) Without, (b) with high-concentration correction

图 3(a)是对平均粒径 265 μm 的玻璃球颗粒系的测量结果,反演计算中没有作高浓度修正。从图中可以看出颗粒粒径分布曲线随着颗粒浓度的增大而逐渐变宽,中位径 x<sub>50</sub> 逐渐偏向大粒径范围。导致测量粒径分布向大粒径范围偏移的原因是颗粒交叠效应。当颗粒浓度较大时,不同层上的颗粒会在投影面上相互交叠,使所得到的消光起伏频谱向低频范围偏移。当颗粒高浓度效应在反演计算中没有得到修正时,计算得到的颗粒粒径显然会比实际情况大。同时也导致颗粒粒径分布相应展宽。在反演计

算中加入高浓度修正后的结果如图 3(b)所示,所得到的颗粒累积分布在不同浓度下基本一致。其结果显然比较理想。

图 4 给出不同粒径的颗粒在高浓度情况下的测量结果。虚线表示经高浓度修正的结果,实线表示未经高浓度修正的粒径分布。其中 50 μm 和 80 μm 的曲线是对 SiC 非球形颗粒的测量结果,其余是对玻璃球颗粒的测量结果。

从图 4 可看出,高浓度修正后的颗粒粒径分布要比没有修正时窄,考虑到测量对象均是单分散颗粒系,说明高浓度修正后所得结果与实际值更接近。

图 5 为比较一阶低通滤波器和二阶低通滤波器所得关于颗粒粒径分布的测量结果。空心点曲线表示一阶滤波器的情况,实心点曲线表示二阶滤波器的情况。图中关于 50 μm 和 80 μm 的 SiC 颗粒粒径分布看不出明显差别。然而,对玻璃球颗粒的测量存在明显区别。单从计算结果看,用二阶滤波器处理的情况更加理想,因为所得中位径与一阶滤波器情况下相比更接近测量试样的标称值,而这些标称值是在样品制备时分别通过衍射散射法和读数显微镜得出的。

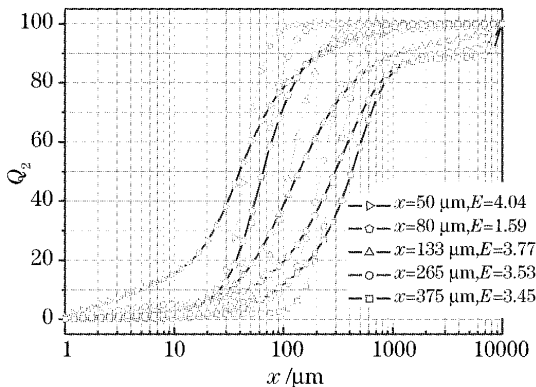


图 4 不同粒径的颗粒在高浓度修正前后的曲线对比  
Fig. 4 Particle size distribution with and without high-concentration correction

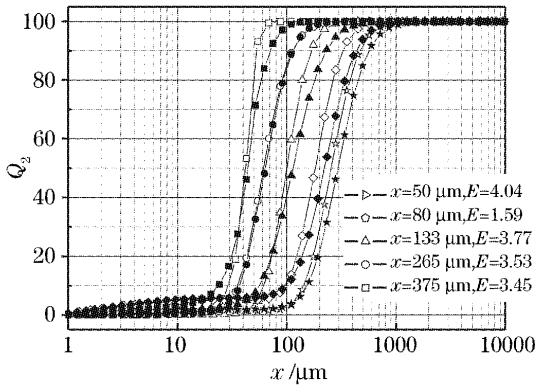


图 5 分别用一阶滤波器和二阶滤波器得到的颗粒粒径分布比较

Fig. 5 Particle size distribution with the 1st order and the 2nd order low-pass filter

3.2 颗粒浓度

球形颗粒体积分数可由颗粒的投影面积频度分布  $C_{PA}$  计算得到<sup>[2]</sup>：

$$C_V = \sum_{j=1}^N \frac{\bar{x}_j}{1.5} \cdot C_{PA}(\bar{x}_j) \Delta x_j. \quad (15)$$

颗粒的体积分数也可对所测量的试样通过称重的办法(重量除以颗粒密度和测量体系的总体积)得到。图 6 比较直径 265  $\mu\text{m}$  的玻璃球颗粒在有高浓度修正和无高浓度修正两种情况下体积分数的测量结果。经高浓度修正后,测量结果是过原点且斜率接近 1 的直线,由消光起伏频谱法测得的颗粒体积分数与称重法所得结果一致。反之,在无高浓度修正时,当颗粒浓度较低时二者结果基本一致;随着浓度逐渐增大,消光起伏频谱法的测量结果开始偏大,这是由高浓度效应导致的。消光起伏频谱法测量颗粒体积分数是通过颗粒粒径分布计算得到的。因此,其测量结果取决于颗粒粒径分布的测量结果,当不作高浓度修正时,颗粒粒径分布的测量结果变宽、中位径变大,由此导致所得的颗粒体积分数比实际

情况大。

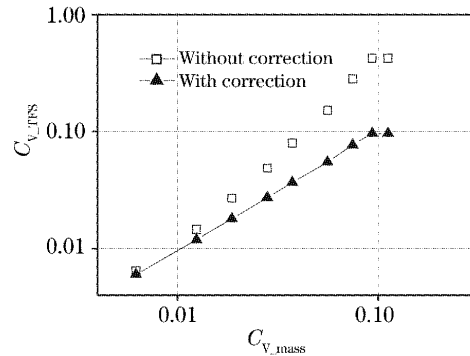


图 6 由消光起伏频谱法(TFS)得到的颗粒体积分数和称重法所得结果的比较

Fig. 6 Comparison of the particle volume fraction obtained by TFS and by weight

图 7 给出对不同试样在各种浓度下经过高浓度修正后得到的颗粒体积分数测量结果。图 7(a)中试样为玻璃球颗粒,图 7(b)为片状 SiC 颗粒。当颗粒为球形时,由消光起伏频谱法测量得到的体积分数与称重法所得结果基本一致。然而,当颗粒为非球形时,消光起伏频谱法测量的体积分数与称重法所得结果相比明显偏大。这是因为颗粒体积分数的测量是由颗粒粒径分布通过公式(15)计算得到的,公式(15)中隐含了颗粒为球形的假设。建立在球形颗粒假设基础上所得到的结果使用在非球形颗粒测量中会导致结果偏大。因此,当颗粒为非球形时,应在公式(15)中使用颗粒球形度因子  $\psi_{v,s} (\leq 1)$ ：

$$C_V = \sum_{j=1}^N \frac{\bar{x}_j}{1.5} \psi_{v,s}(\bar{x}_j) C_{PA}(\bar{x}_j) \Delta x_j. \quad (16)$$

4 结 论

对消光起伏频谱法进行实验研究,采用品质因子为 0.707 的二阶低通滤波器处理透射率起伏信号,得到消光起伏频谱,然后利用改进的 Chahine 循

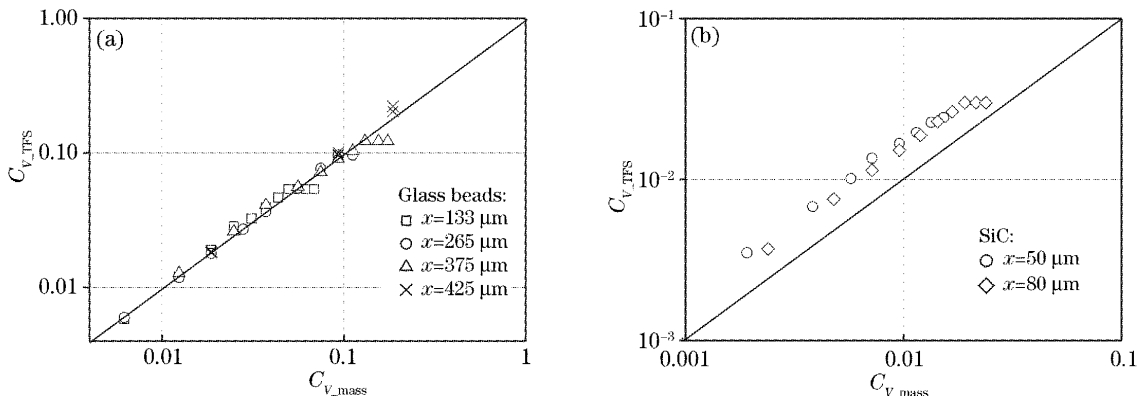


图 7 关于颗粒体积分数的测量结果

Fig. 7 Experimental results on volume concentrations. (a) Glass beads, (b) SiC

环方法计算得到颗粒的粒径分布和浓度信息。

当颗粒浓度动态范围较大时,需要作高浓度效应修正,包括了对频率响应的修正和对阶高的修正两个方面。高浓度修正方法及其参量的选定通过结合模拟计算和实验得到,并应用在反演计算中。

测量结果表明,通过高浓度修正,消光起伏频谱法可在很大的颗粒浓度动态范围得到合理的测量结果,其可测颗粒最大体积分数与颗粒大小有关。例如,对 425  $\mu\text{m}$  的颗粒测量,其最大可测体积分数大于 20%。对一阶低通滤波器和二阶低通滤波器测量结果的比较发现,采用二阶低通滤波器的效果更好一些。

从理论上说,消光起伏频谱法的颗粒粒径测量上限没有受到任何限制,测量下限则与光束直径有关。这是由于光束截面对消光起伏信号的空间平均作用与光学系统的参量有关。实验中选用了束腰直径为 24  $\mu\text{m}$  的高斯光束,在测量区中光束的等效平均直径约为 50  $\mu\text{m}$ 。如果要延伸测量下限,可减小测量区的光程。此外,可测颗粒体积分数也与测量区的光程有关,减小光程有助于提高可测颗粒体积分数。

### 参 考 文 献

- 1 Jianqi Shen, Ulrich Riebel. Particle size analysis by transmission fluctuation spectrometry: Experimental results obtained with a Gaussian beam and analog signal processing[J]. *Part. Part. Syst. Charact.*, 2003, **20**(4): 250~258
  - 2 Jianqi Shen. *Particle Size Analysis by Transmission Fluctuation Spectrometry: Fundamentals and Case Studies* [D]. Cuvillier Verlag Gottingen, 2003
  - 3 Yamin Xu, Jianqi Shen, Xiaoshu Cai. Spectral analysis of transmission fluctuations in particle sizing[C]. 5th International Symposium on Multiphase Flow, Heat Mass Transfer and Energy Conversion, 2005. 156~158
  - 4 S. Twomey. On the numerical solution of Fredholm intergral equations of the first kind by the inversion of the linear system produced by quadrature[J]. *J. Assoc. Comput. Mach.*, 1963, **10**(1): 97~101
  - 5 F. Stratmann, A. Wiedensohler. A new data inversion algorithm for dm<sub>ps</sub>-measurements[J]. *J. Aerosol. Sci.*, 1996, **27**(Suppl., 1): 339~340
  - 6 Milind Kandlikar, Gurumurthy Ramachandran. Inverse methods for analyzing aerosol spectrometer measurements: A critique review[J]. *J. Aerosol Sci.*, 1999, **30**(4): 413~437
  - 7 Per C. Hansen. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve[J]. *SIAM Rev.*, 1992, **34**(4): 561~580
  - 8 Per C. Hansen, Dianne C. O'Leary. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems[J]. *SIAM J. Sci. Comp.*, 1993, **14**(6): 1487~1503
  - 9 Roel Snieder. The role of nonlinearity in inverse problems[J]. *Inverse Problem*, 1998, **14**(3): 387~404
  - 10 O. Dubovik, T. Yokota, Y. Sasano. Improved technique for data inversion and its application to the retrieval algorithm for ADEOS/ILAS[J]. *Adv. Space Res.*, 1998, **21**(3): 397~403
  - 11 Moustafa T. Chahine. Determination of the temperature profile in an atmosphere from its outgoing radiance[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1968, **58**(12): 1634~1637
  - 12 Fabio Ferri, Alessandra Bassini, Enrico Paganini. Modified version of the chahine algorithm to invert spectral extinction data for particle sizing[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(25): 5829~5839
  - 13 Ulrich Riebel, Udo Krauter. Extinction of radiations in sterically interacting systems of a monodisperse spheres. Part 1: Theory [J]. *Part. Part. Syst. Charact.*, 1994, **11**(3): 212~221
  - 14 Yamin Xu, Jianqi Shen. Simulation on high concentration effects of transmission fluctuation spectrometry[J]. *Chin. J. Lasers*, 2006, **33**(2): 253~260 (in Chinese)
- 许亚敏,沈建琪. 消光起伏光谱法高浓度效应的模拟计算[J]. *中国激光*, 2006, **33**(2): 253~260