

文章编号: 0253-2239(2006)01-0039-4

基于双频投影条纹的全自动相位解包裹方法*

雷志辉 李健兵

(国防科大航天与材料工程学院, 长沙 410073)

摘要: 为了在相位轮廓测量术中更简便可靠地获取待测面的相位场, 提出了一种利用双频投影条纹的叠栅特性进行全自动相位解包裹的方法。该方法通过分析双频投影条纹的条纹级数之间及相位之间的关系, 推导了一套利用该双频条纹的相位主值获取真实相位场的公式。在利用这套公式进行解包裹时, 各点的相位求取都是单独进行的, 因此不会出现误差传递的现象; 同时求解的相位场保持了相移法求解的相位精度。实验证实了该方法的可行性, 并得到很好的测量结果。

关键词: 光学测量; 投影条纹; 相位解包裹; 相移; 叠栅条纹

中图分类号: TP391.4 文献标识码: A

Full Automatic Phase Unwrapping Method Based on Projected Double Spatial Frequency Fringes

Lei Zhihui Li Jianbing

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073)

Abstract: In order to simply obtain the phase of a surface in phase measuring profilometry (PMP), a fully automatic phase unwrapping method based on projected double spatial frequency fringes has been deduced. In this method, a series of formulas are deduced by analysing the relationship between the orders of and phase of the two fringes. Since the phase unwrapping is done on each point separately, the error propagation is avoided. Experiment has proved this method feasible, and a good measurement result is obtained.

Key words: optical measurement; projected fringe; phase unwrapping; phase shift; Moiré fringe

1 引 言

相位测量轮廓术(Phase measuring profilometry, PMP)是一种重要的三维测量方法, 具有较高的测量精度。精确地获取待测面的相位是该方法的关键问题之一^[1,2]。相移法是目前最常用的相位测量方法, 其测量精度较高, 但只能得到 $[-\pi, \pi]$ 的相位主值^[3,4]。要得到全场真实的相位场, 就需要解包裹, 解包裹是个很容易出错的过程。Macy^[5], Catherine^[6], 江桂荣^[7]等在双频投影相位解包裹方面进行了研究, 但他们得到的结论适用的范围很小, 而且相移法求解的相位误差会被放大很多倍。本文利用双频投影条纹的叠栅特性, 推导了适用性更广的相位解包裹公

式, 同时保持了相移法原有的相位求解精度。

2 系统构成与工作原理

常用的光路图如图 1 所示。摄像机光心与参考平面距离为 L , 与投影仪光心的距离为 d , 两光心连线与参考平面的夹角为 θ , 同时摄像机光轴与参考平面垂直, 弯曲面为待测量面。对于摄像机 CCD 面阵上某点, 其对应参考平面上 C 点, 实际摄取的是待测表面 D 点的图像。由于待测面上 D 点、参考平面上 A 点及投影平面上 E 点位于投影仪同一投影射线上, 所以此三点的相相位同。设 $BD = h$, 有下列公式成立^[2]:

* 国家自然科学基金(10472133)资助课题。

作者简介: 雷志辉(1962~), 湖南常德人, 副教授, 主要从事固体力学、摄影测量学、图像处理等领域的研究。

E-mail: zhihuilei@hotmail.com

收稿日期: 2005-01-13; 收到修改稿日期: 2005-05-20

$$\frac{1}{h} = \frac{1}{L - d \sin \theta} + \frac{d \cos \theta - (d \sin \theta / L) \overline{O_r C}}{(L - d \sin \theta) \overline{AC}}, \quad (1)$$

若系统参量 L, d, θ 均确定且已知, 则求取 h 只跟 $\overline{O_r C}$ 及 \overline{AC} 有关, 而 $\overline{O_r C}$ 由图像坐标很容易得到, (1) 式的关键是求 \overline{AC} 。考虑到参考平面上点的坐标与其相位有一一对应的关系, 若知道 A 点的相位, 便可得到 A 的图像坐标, 进而求得 \overline{AC} 。从而关键问题即为精确获取 A 点相位。

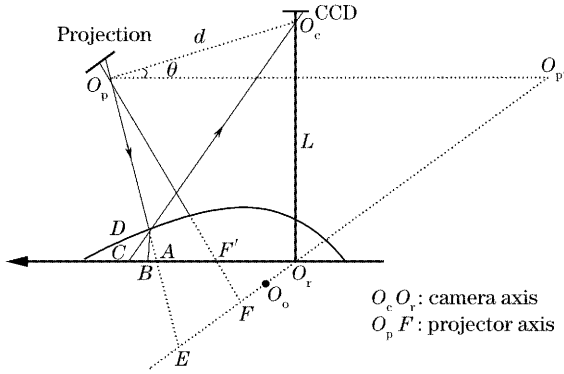


图 1 投影系统光路图

Fig. 1 Principle figure of the projection system

3 相位解包裹

$O_r O'_r$ 所在的面与投影仪的条纹生成面平行, 称为投影平面, 投影在其上的条纹节距假设为 p 。投影平面上某点 O 处条纹级数为 0, E 处条纹级数设为 n (包含小数位, 如 $n = 1.52$)。 n 可分为整数部分 N 与小数部分 Δn , 且 Δn 与相位主值 φ 的关系应符合 $\Delta n = (\varphi + \pi) / 2\pi$ 。若以 DLP 投影仪分别投影两种不同空间频率的栅线 (节距分别为 p_1, p_2) 于待测面上, 对于同一投影测量系统上的同一测量点, 会有 $\overline{O_{o1} E_1} = \overline{O_{o2} E_2}$, 即

$$p_1 n_1 = p_2 n_2, \quad (2)$$

其中: $\begin{cases} n_i = N_i + \Delta n_i, \\ N_i \in \mathbf{Z}, \Delta n_i \in [0, 1), i = 1, 2. \end{cases}$

其中 \mathbf{Z} 表示整数集合。由 (2) 式可得

$$\begin{cases} n_1 = \frac{p_2(n_1 - n_2)}{p_2 - p_1} = \frac{p_2(N_1 - N_2 + \Delta n_1 - \Delta n_2)}{p_2 - p_1}, \end{cases} \quad (3a)$$

$$\begin{cases} n_2 = \frac{p_1(n_1 - n_2)}{p_2 - p_1} = \frac{p_1(N_1 - N_2 + \Delta n_1 - \Delta n_2)}{p_2 - p_1}, \end{cases} \quad (3b)$$

$$N_1 - N_2 = \frac{p_2 - p_1}{p_1} n_2 + \Delta n_2 - \Delta n_1, \quad (3c)$$

从 (3) 式求解 n_1 或 n_2 需要知道 $N_1 - N_2$, 这可以借助叠栅条纹获取一些信息。两种不同节距的平行条纹相加 (减) 时, 会形成节距为 $p_1 p_2 / (p_2 - p_1)$ 的叠栅条纹。根据叠栅条纹的特性, 若某点位于第 m 级与第 $m + 1$ 级叠栅条纹内, 则

$$\left. \begin{aligned} x &\in \left[\frac{m p_1 p_2}{p_2 - p_1}, \frac{(m + 1) p_1 p_2}{p_2 - p_1} \right) \\ n_2 &= x / p_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow n_2 \in \left[\frac{m p_1}{p_2 - p_1}, \frac{(m + 1) p_1}{p_2 - p_1} \right),$$

代入 (3c) 式得

$$\begin{aligned} N_1 - N_2 &\in \\ &[m + \Delta n_2 - \Delta n_1, (m + 1) + \Delta n_2 - \Delta n_1), \end{aligned} \quad (4)$$

又

$$\Delta n_1, \Delta n_2 \in [0, 1) \Rightarrow \Delta n_2 - \Delta n_1 \in (-1, 1), \quad (5)$$

(4) 式, (5) 式结合得

$$N_1 - N_2 \in (m - 1, m + 2), \quad (6)$$

而 $N_1 - N_2 \in \mathbf{Z}$, 所以:

$$N_1 - N_2 \in \{m, m + 1\}, \quad (7)$$

将 (4) 式分为两种情况讨论

1) $\Delta n_2 - \Delta n_1 > 0$ 时, 则 $N_1 - N_2 > m$, 由 (7) 式得 $N_1 - N_2 = m + 1$;

2) $\Delta n_2 - \Delta n_1 \leq 0$ 时, 则 $N_1 - N_2 < m + 1$, 由 (7) 式得 $N_1 - N_2 = m$ 。

结合 $\Delta n_i = (\varphi_i + \pi) / (2\pi)$, 上式讨论的两种情况变为

$$1) \varphi_2 - \varphi_1 > 0 \text{ 时, 则 } N_1 - N_2 = m + 1; \quad (8a)$$

$$2) \varphi_2 - \varphi_1 \leq 0 \text{ 时, 则 } N_1 - N_2 = m. \quad (8b)$$

将 (8) 式 [包含 (8a) 及 (8b) 两个式子, 下同] 代入 (3) 式的前面两式可以求得两种条纹的条纹级数 n_1, n_2 , 进而根据 $\Phi = -\pi + 2\pi n$ 求得解包后两种条纹的相位 Φ_1, Φ_2 :

1) $\varphi_2 - \varphi_1 > 0$ 时, 则

$$\begin{cases} \Phi_1 = -\pi + \frac{p_2 [2\pi(m + 1) + \varphi_1 - \varphi_2]}{p_2 - p_1}, \\ \Phi_2 = -\pi + \frac{p_1 [2\pi(m + 1) + \varphi_1 - \varphi_2]}{p_2 - p_1}, \end{cases} \quad (9a)$$

2) $\varphi_2 - \varphi_1 \leq 0$ 时, 则

$$\begin{cases} \Phi_1 = -\pi + \frac{p_2 (2\pi m + \varphi_1 - \varphi_2)}{p_2 - p_1}, \\ \Phi_2 = -\pi + \frac{p_1 (2\pi m + \varphi_1 - \varphi_2)}{p_2 - p_1}. \end{cases} \quad (9b)$$

为了使叠栅条纹的检测变得方便, 可以设计三频投影条纹。三频条纹将得到三种叠栅条纹 (节距的表达式为 $|p_i p_j / (p_i - p_j)|, i, j = 1, 2, 3, i \neq j$), 按

本文介绍的方法很容易为叠栅条纹定级(即确定 m 值)。三频投影将增加系统的投影任务,但也得到了更多条纹,为测量系统提供了更多信息。利用这些信息来提高相位测量精度的方法作者将发表专门的文章进行讨论。

为了简便,通常控制 p_1 和 p_2 使 $p_1 p_2 / (p_2 - p_1)$ 较大,那么整个视场均位于 1 级叠栅条纹以内,此时 $m = 0$, (9) 式得到简化,简化后的式子与江桂荣等^[7] 得到的结论相同。分析表明,要使 $p_1 p_2 / (p_2 - p_1)$ 较大,那么要求 p_1 和 p_2 差值较小且节距较大。但节距大则条纹分辨细节的能力变弱,对精度要求很高的测量任务不利。

4 减小相位误差的方法

可以看出,用(9)式进行计算时,因为将 $\varphi_1 - \varphi_2$ 乘以了 $p_2 / (p_2 - p_1)$ 和 $p_1 / (p_2 - p_1)$ 的因子(此两因子都是比较大的数),显然会使 $\varphi_1 - \varphi_2$ 的误差被放大很多倍,这大大“浪费”了相移法的相位求解精度,所以需要对此方法进行改进。

用 $\Phi = 2\pi N + \varphi$ 进行相位恢复时,则可避免乘积因子的对误差的影响。 N 是整数级条纹, $N = \text{ent}(n + 100) - 100$ [这其中的先加 100 再减 100 是为了使 N 取不大于 n 的最大整数,如 $\text{ent}(-1.5) = -1$, $\text{ent}(-1.5 + 100) - 100 = -2$], 所以

$$\Phi_1 = 2\pi N_1 + \varphi_1 = 2\pi \left\{ \text{ent} \left[\frac{p_2 (N_1 - N_2 + (\varphi_1 - \varphi_2) / 2\pi)}{p_2 - p_1} + 100 \right] - 100 \right\} + \varphi_1,$$

从而得到实际计算时用的式子:

1) $\varphi_2 - \varphi_1 > 0$ 时,则

$$\begin{cases} \Phi_1 = 2\pi \left\{ \text{ent} \left[\frac{p_2 (m + 1 + (\varphi_1 - \varphi_2) / 2\pi)}{p_2 - p_1} + 100 \right] - 100 \right\} + \varphi_1 \\ \Phi_2 = 2\pi \left\{ \text{ent} \left[\frac{p_1 (m + 1 + (\varphi_1 - \varphi_2) / 2\pi)}{p_2 - p_1} + 100 \right] - 100 \right\} + \varphi_2, \end{cases} \quad (10a)$$

2) $\varphi_2 - \varphi_1 \leq 0$ 时,则

$$\begin{cases} \Phi_1 = 2\pi \left\{ \text{ent} \left[\frac{p_2 (m + (\varphi_1 - \varphi_2) / 2\pi)}{p_2 - p_1} + 100 \right] - 100 \right\} + \varphi_1 \\ \Phi_2 = 2\pi \left\{ \text{ent} \left[\frac{p_1 (m + (\varphi_1 - \varphi_2) / 2\pi)}{p_2 - p_1} + 100 \right] - 100 \right\} + \varphi_2, \end{cases} \quad (10b)$$

(9)式求出的相位误差较大,但其整体上与实际相位比较接近,不会出现很大的跳跃;(10)式求取相位时需要取整,故可能会出现 2π 和 -2π 等跳跃。若利用(10)式求出的相位(记为 Φ^1)对(9)式求取的相位(记为 Φ^2)进行校正则可将这些跳跃去除,校正的方法如下:

首先对 Φ^1 进行平滑,平滑后的相位称作参考相位,仍记为 Φ^1 。取图像上某点进行研究,将 Φ^2 与 Φ^1 进行对比,若两者之差的绝对值在 π 以内,则认为该点 Φ^2 是正确的,没有出现取整误差。如果 Φ^2 与 Φ^1 之差的绝对值大于 π ,则该点有可能出现了取整误差,是否出现了取整误差跟该点处 Φ^1 是否出现跳跃有关;若该点 Φ^1 没有出现跳跃,那么该点 Φ^2 出现了取整误差,将 Φ^2 削峰即可;若 Φ^1 出现了跳跃,那么说明该点相位本身就存在跳跃, Φ^2 应向左右两边与其最相差最小的 Φ^1 接近。其他各点的校正方法与该点相同。至此,相位校正完毕。

4 实验及结论

本实验的待测面为平板上突出的一座拱桥,拱桥上设有黑色标志点,其高度由游标卡尺测量得到,卡尺精度 0.02 mm。选择适当的系统参量 L, d, θ , 并且选用 $p_1 = 40, p_2 = 42$ 可使 1 级叠栅条纹覆盖整个视场。实验结果如图 2 所示(数据来自拱桥面上某点 Y):

图 2(a)为摄像机摄取投影了正弦条纹的待测面图像,间距为 P_1 ;

图 2(b)为待测面上某 Y 位置利用相移法求解出的相位主值图;

图 2(c)为利用(9)式从相位主值恢复出的相位图;

图 2(d)为利用(10)式从相位主值恢复出的相位图;

图 2(e)是以图 2(c)相位对图 2(d)相位进行校正后得到的相位图;

图 2(f)是从图 2(e)相位求出的高度分布。

图 2(a)中拱桥上的黑色标志点]

测量值与真实值进行比较的结果如表 1[对应

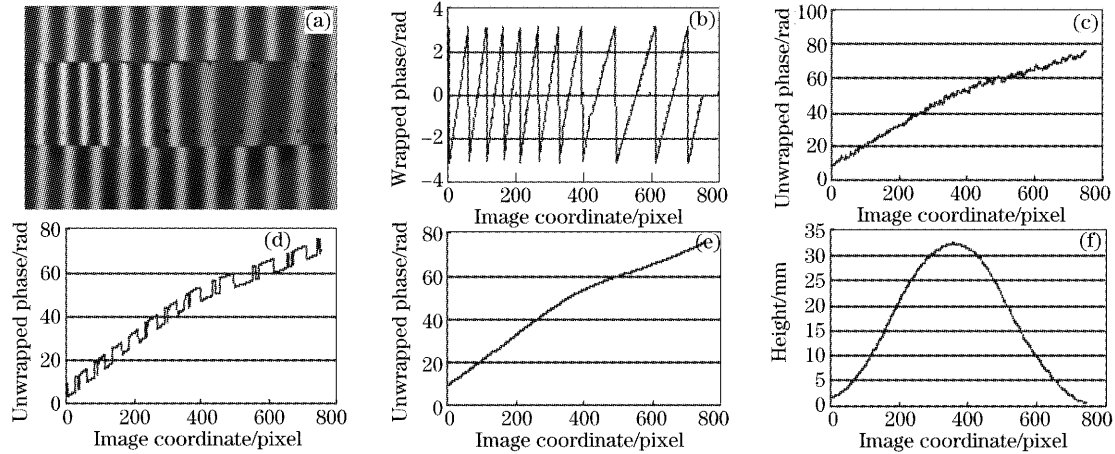


图 2 实验结果

Fig. 2 Experiment results

表 1 测量值与真实值比较的结果

Table 1 Comparison between measurement results and real results

No.	Real result	Measurement result	Error
1	3.58	3.51	-0.07
2	7.50	7.37	-0.13
3	16.24	16.19	-0.05
4	28.70	28.75	0.05
5	34.14	34.10	-0.04
6	32.84	32.90	0.06
7	28.68	28.77	0.09
8	20.42	20.36	-0.06
9	12.86	12.95	0.09
10	8.44	8.50	0.06
11	4.72	4.61	-0.11
12	2.26	2.33	0.07
Average error		-0.004	
σ		0.081	

从实验结果可以看出,利用双频投影条纹的特性求解相位场的方法,能够简便有效地把相移法得到的锯齿形相位主值场恢复为真实的相位场。

从图 2(c)~图 2(e)可以看到,(9)式求解出的相位误差很大,振荡非常明显,但却整体上与真实相位差不太远;(10)式求解出的相位却出现明显的阶梯现象,这是由取整引起的。(9)式求解的相位对与(10)式求解出的相位进行校正,得到的相位精度与相移法求取的相位精度相同,非常光滑。

为了简便,常控制 p_1 和 p_2 使整个视场均位于 1 级叠栅条纹之内,这要求两种条纹的频差小且条纹节距大。一般情况下,节距较小的条纹分辨细节

的能力较强。故在某些对精度要求很高的测量任务中,应考虑采用小节距的投影条纹,在多级叠栅条纹内解相。

参 考 文 献

- Niu Xiaobing, Lin Yuchi, Zhao Meirong *et al.*. Principles of 3-D profilometry measurement using grating projection and key technique analysis[J]. *Chin. J. Scientific Instrument*, 2001, **22** (4)Suppl.: 203~205 (in Chinese)
牛小兵,林玉池,赵美蓉等.光栅投影三维测量的原理及关键技术分析[J].*仪器仪表学报*, 2001, **22**(4)增刊: 203~205
- Xu Qinghong, Zhong Yuexian, You Zhifu. System calibration technique of profilometry by projected grating [J]. *Optical Technique*, 2000, **26**(2):126~133 (in Chinese)
许庆红,钟约先,由志福.光栅投影轮廓测量的系统标定技术[J].*光学技术*, 2000, **26**(2): 126~133
- Yu Qifeng, Lu Hongwei, Liu Xiaolin. *Precisely Measurement and Motion Metric Based on Image* [M]. Beijing: Science Press, 2002 (in Chinese)
于起峰,陆宏伟,刘肖琳.基于图像的精密测量与运动测量[M].北京:科学出版社, 2002
- Yang Huilin. *Study and Application of Key Knowledge in 3D Measurement System Based on Projected Grating Method* [D]. Jilin: Changchun University of Science and Technology, 2002. 12~35 (in Chinese)
杨会玲.投影栅线三维形状测量中的关键技术研究与应用[D].吉林:长春理工大学, 2002. 12~35
- William W. Macy, Jr. Two-dimensional fringe-pattern analysis[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(23): 3898~3901
- Catherine E. Towers, David P. Towers, Julian D. C. Jones. Time efficient Chinese remainder theorem algorithm for full-field fringe phase analysis in multi-wavelength interferometry[J]. *Opt. Exp.*, 2004, **12**(6): 1136~1147
- Jiang Guirong. Two-frequency method of absolute phase determination in profilometry and error analysis[J]. *J. Appl. Opt.*, 2003, **24**(6): 38~40 (in Chinese)
江桂荣.双频相位测量轮廓术及其误差分析[J].*应用光学*, 2003, **24**(6): 38~40