

文章编号: 0253-2239(2006)01-0116-5

复杂分光仪器中的像差研究*

朱向冰^{1,2,3} 陈 瑾² 邓善熙¹ 付绍军³

1 合肥工业大学仪器仪表学院, 合肥 230009
2 安徽师范大学物理系, 芜湖 241000
3 中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 合肥 230029

摘要: 为提高分光仪器的性能,采用两个椭球面镜和一个椭球面消像差光栅分光。光源发出的光线被第一个椭球面镜反射,产生特定的波前,经过光栅衍射以后,不同波长的光波被第二个椭球面镜汇聚到探测器的不同位置上。系统具有复杂的像差特性和成像特性,根据费马原理,参考第二代全息变线距光栅的制作光路和理论,建立坐标系,定义两个椭球面上的入射角和反射角,确定各元件的位置变量,确立基本几何关系,将光程函数分为两部分:由衍射引起的光程变化和几何位置引起的光程变化,将两部分都按级数展开,给出了高阶像差的解析形式。对于平面、柱面、球面光栅和反射镜也可以使用这些公式。像差的解析式和光路也可以用于各种分光仪器中。

关键词: 光学器件; 消像差光栅; 费马原理; 椭球面

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

Aberrations in Complex Spectral Instruments

Zhu Xiangbing^{1,2,3} Chen Jin² Deng Shanxi¹ Fu Shaojun³

1 School of Instrumentation, Hefei University of Technology, Hefei 230009
2 Department of Physics, Anhui Normal University, Wuhu 241000
3 National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China, Hefei 230029

Abstract: To improve the quality of the spectral instruments, two ellipsoidal mirrors and an ellipsoidal aberration-reduced grating are used. Reflected by the first ellipsoidal mirror, the wave front of the light is changed, and after passing the grating the light is focused on different positions of the detector according to the difference of the wavelength by the second mirror. The spectral instruments are with complex aberration and imaging characteristics. According to Fermat principle, consulting the second generation varied-line-space gratings fabrication optical layout and theory, the coordinate system is setup, the angles of incidence and reflection are defined, the elements are located, and the basic geometrical relation is established. The optical path function is divided into two parts, one is associated with the diffraction, and the other is associated with the optical path change by the geometrical position. After the power series of the above two optical path are expanded, the analytical expressions of the high-order aberration are derived, which are useful in the plane, cylinder, spherical gratings, as well as reflector. And the expressions of the aberrations and the optical layout can be used in other spectral instruments.

Key words: optical devices; aberration-reduced gratings; Fermat principle; ellipsoidal surface

1 引 言

消像差光栅具有特殊的基底形状和刻线密度分布,如I~V型光栅,因而具有聚焦和消像差能力^[1,2]。分光仪器中使用消像差光栅能够减少光学元件,减少

杂散光,增加出射光强。使用消像差光栅的分光仪器具有体积小、重量轻、结构牢固、扫描机构简单等优点。消像差光栅在软 X 线研究、天文卫星、光纤通讯、同步辐射、惯性约束核聚变等领域有良好的应用前

* 国家自然科学基金(10272098)、国家 863 计划(2003AA849020)安徽师范大学博士科研基金和重点学科资助课题。

作者简介: 朱向冰(1973~),男,安徽南陵人,副教授,博士,主要从事光学加工和检测、图形处理。

E-mail: zxbbingz@yahoo.com.cn

收稿日期: 2005-03-01; 收到修改稿日期: 2005-06-07

景^[3~7]。随着消像差光栅的理论和工艺的发展,该光栅也将在常规分光仪器中得到推广。

目前消像差光栅的理论主要是简单光路中的成像理论和全息加工理论。简单光路中只包含入射点、出射点、光栅三个元件。在实际使用中虽然会插入反射镜,但它们的作用是汇聚光线或改变狭缝的位置^[8,9],光路仍然是简单光路。考虑到以后的发展,有必要研究更为复杂的光路中的成像原理。我们借鉴第二代全息摄制光路的理论^[10],推导出包含椭球面镜、椭球面光栅的分光仪器的成像理论,在光路中椭球面镜的作用是形成特殊的入射波前,不能够看作简单光路。

2 光路和坐标系

复杂光路中不仅包含光栅、源点和像点,还包含 1 到 2 个辅助镜,这两个辅助镜可以是球面镜、柱面镜等。球面和柱面都是椭球面的特殊情况,下面给出使用两个椭球面镜的情况。

在图 1 中,椭球面光栅 G 上的坐标系为 XYZ , 原点 O 是椭球面的顶点, YZ 平面在原点和光栅相切, Y 轴垂直于过原点的光栅刻槽, X 轴是光栅的法向, XY 平面是主平面。两个椭球面镜 M_1 、 M_2 的顶点是 O_1 、 O_2 ,在 M_1 和 M_2 表面建立类似的直角坐标系 $X_1Y_1Z_1$ 和 $X_2Y_2Z_2$, 原点分别是 O_1 和 O_2 。 X_1Y_1 、 X_2Y_2 都在主平面内。

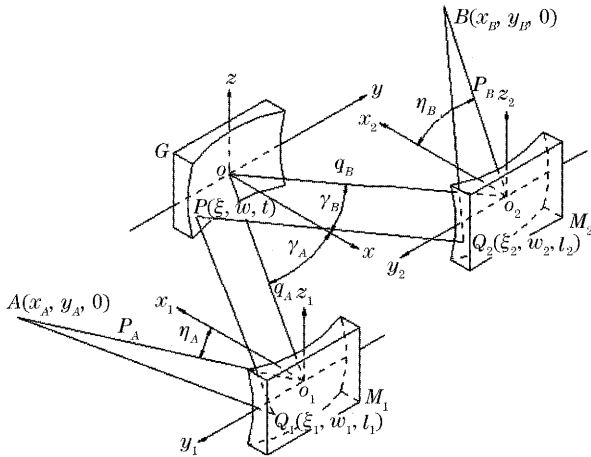


图 1 复杂光路(A 为源点,B 为像点, M_1 和 M_2 椭球面镜,G 为椭球面光栅)

Fig. 1 Optical layout in complex spectral instruments (A is a point source, B is the image, M_1 and M_2 are ellipsoidal mirrors, and G is an ellipsoidal grating)

A 是源点,B 是像点,从 A 发出的光线被 M_1 反射,经过光栅 G 衍射,被 M_2 反射,汇聚到 B 点。光

线 AO_1 反射后成为 O_1O ,衍射后成为 OO_2 ,在 O_2 点变成光线 O_2B ,同样 AQ_1PQ_2B 是另一条光线, Q_1 , Q_2 ,P 分别在 M_1 , M_2 ,G 上。用 p_A 和 q_A 表示 AO_1 和 O_1O 的长度, p_B 和 q_B 表示 BO_2 和 O_2O 的长度,在 O_1 的入射角是 η_A ,在 O 的入射角是 γ_A ,衍射角是 γ_B ,在 O_2 上的反射角是 η_B 。当光线 AO_1 在坐标系 $X_1Y_1Z_1$ 的第一象限时, η_A 为正,第四象限时为负。同样 O_2B (或 O_1O 和 OO_2) 在坐标系 $X_2Y_2Z_2$ (坐标系 XYZ) 的第一象限时, η_B 为正,第四象限时为负。光路关于主平面上下对称。

在坐标系 XYZ 中,光栅表面 P 点的坐标是 (ξ, ω, l) 。在坐标系 $X_1Y_1Z_1$ 中 A 的坐标为 $(x_A, y_A, 0)$, Q_1 的坐标为 (ξ_1, ω_1, l_1) 。同样在 $X_2Y_2Z_2$ 中 B 的坐标为 $(x_B, y_B, 0)$, Q_2 的坐标为 (ξ_2, ω_2, l_2) 。 a_i, b_i, c_i 是 M_i 的半轴,定义 $R_i = b_i^2/a_i$, $\rho_i = c_i^2/a_i$ 用无下标的 a, b, c, R, ρ 表示光栅的参量。

3 基本关系

从 A 发出波长为 λ 的任意光线,经过 M_1 反射、G 衍射、 M_2 反射到达 B 点的光程为

$$\psi(\lambda) = AQ_1 + Q_1P + PQ_2 + Q_2B + Nm\lambda = M + Nm\lambda, \quad (1)$$

M 中包含了所有几何长度,是真空中光程,N 为刻槽分布函数,表示 P 点到坐标原点 O 的刻槽数,有正负之分,m 为衍射级次。

如果能够理想成像,从 A 点发出的所有光线都应该汇聚在 B 点,根据费马原理,无论 P 点在光栅表面的位置怎么变化,光程总是相同的。对 $\psi(\lambda)$ 关于 Y、Z 两坐标在原点附近展开:

$$\psi(\lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} F_{ij} \omega^i l^j = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} (M_{ij} + N_{ij} m \lambda) \omega^i l^j, \quad (2)$$

式中 M_{ij} 、 N_{ij} 分别是 M、N 展开的。各高阶系数分别对应各种像差, F_{10} 对应光栅方程, F_{20} 对应离焦量, F_{02} 和 F_{04} 对应像散, F_{30} 对应彗差, F_{12} 和 F_{22} 对应像散彗差, F_{40} 对应球差^[11,12]。如果采用复杂的刻槽分布形式和基底面形能使各高阶项系数 F_{ij} 全部为 0,满足费马原理,就能完全消除像差和理想成像。一般情况下计算 F_{ij} 的过程首先是求解 M_{ij} 。用 $M_A = AQ_1 + Q_1P$ 和 $M_B = PQ_2 + Q_2B$ 分别表示光栅衍射前和衍射后的分量,相应地,

$$M_{ij} = M_{Aij} + M_{Bij}.$$

在图1中,衍射前和衍射后的的光路基本一致,也应该具有一致的数学形式,只需要求出 M_{Aij} ,将各下标中的 $A,1$ 换成 $B,2$ 就可以计算出 M_{Bij} ,下面主要介绍 M_{Aij} 。

4 级数展式

4.1 中间变量

为计算方便,我们使用下式^[5]:

$$F_A = AQ_1 + Q_1P,$$

其中 F_A 表示从 A 点发出的光线经过 Q_1 反射到光栅表面的任意点 P 的光程。

推导出下列中间结果:

$$(A_{01})_A = (A_{11})_A = (A_{21})_A = (A_{03})_A = 0,$$

$$(A_{10})_A = -\frac{\cos \gamma_A}{A_A q_A \cos \eta_A},$$

$$(A_{20})_A = \frac{(A_{10})_A}{2} \left[\frac{2 \cos \gamma_A}{r_A} (\tan \eta_A + \tan \gamma_A) - \frac{\tan \gamma_A}{R} - \frac{(A_{10})_A}{R_1} \left(1 + \frac{6q_A K_A}{\cos \gamma_A} \right) \tan \eta_A \right], \quad (4)$$

$$(B_{10})_A = (B_{20})_A = (B_{02})_A = (B_{12})_A = 0,$$

$$(B_{01})_A = 1/(B_A q_A), \quad (5)$$

式中参量是

$$A_A = \frac{1}{q_A} + \frac{1}{p_A} - \frac{2 \sec \eta_A}{R_1}, \quad B_A = \frac{1}{q_A} + \frac{1}{p_A} - \frac{2 \cos \eta_A}{\rho_1}, \quad (6)$$

$$r_A = q_A + \left(\frac{1}{p_A} - \frac{2 \sec \eta_A}{R_1} \right)^{-1}, \quad r'_A = q_A + \left(\frac{1}{p_A} - \frac{2 \cos \eta_A}{\rho_1} \right)^{-1}, \quad (7)$$

$$K_A = \frac{\cos \gamma_A}{r_A} - \frac{(A_{10})_A}{R_1}, \quad U_A = \frac{1}{r_A} + \frac{(B_{01})_A \cos \eta_A}{\rho_1}. \quad (8)$$

4.2 M 的形式

知道了 A 点的 A_{ij} ,就能够求出 M_{Aij} 的形式,下面给出几个 M_{Aij} 的具体表达式。

$$\begin{cases} M_A = [(\xi_1 - x_A)^2 + (w_1 - y_A)^2 + l_1^2]^{1/2} + [(\xi - \xi_1)^2 + (w - w_1)^2 + (l - T)^2]^{1/2} - (p_A + q_A), \\ M_A = \sum_{i=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} M_{Aij} \omega^i l^j, \end{cases} \quad (9)$$

M_A 是衍射前 A 点发出的不同方向的光线和光线 AQ_1 的光程差。对上式作关于 w, l 的展开:

$$M_{A00} = 0, \quad (10)$$

$$M_{A11} = -\sin \gamma_A, \quad (11)$$

$$M_{A20} = T_A/2, \quad T_A = \cos^2 \gamma_A / r_A - \cos \gamma_A / R, \quad (12)$$

$$M_{A02} = \bar{S}_A/2, \quad \bar{S}_A = 1/r'_A - \cos \gamma_A / \rho, \quad (13)$$

$$M_{A30} = \frac{T_A \sin \gamma_A}{2r_A} - \frac{(A_{10})_A^2}{R_1} K_A \sin \eta_A, \quad (14)$$

$$M_{A12} = \frac{\sin \gamma_A}{2r'_A} \left[\frac{1}{r'_A} - \left(\frac{r'_A}{r_A} \right) \frac{\cos \gamma_A}{\rho} \right] + \frac{(A_{10})_A (B_{01})_A V_A \sin \eta_A}{\rho_1}, \quad (15)$$

$$M_{A40} = \frac{1}{8} \left\{ \frac{T_A}{r_A} \left(\frac{4 \sin^2 \gamma_A}{r_A} - T_A \right) + \frac{S_A}{R^2} + \frac{2(A_{10})_A^2}{R_1} K_A (E_{40})_A \cos \eta_A + \frac{2(A_{10})_A^3}{R_1^2} \left[\frac{\cos \gamma_A}{r_A \cos \eta_A} - \frac{(A_{10})_A \cos \eta_A}{a_1} \right] \right\}, \quad (16)$$

$$M_{A22} = \frac{1}{4} \left\{ \frac{2 \sin^2 \gamma_A}{r_A^2} \left[\bar{S}_A + \frac{1}{r'_A} \left(\frac{r'_A}{r_A} - 1 \right) \right] - \frac{1}{r_A} \left[T_A \bar{S}_A + \frac{\cos \gamma_A}{R r'_A} \left(1 - \frac{r_A}{r'_A} \right) \right] + \frac{S_A}{R \rho} + \frac{2(r_A - r'_A)}{r_A r_A^3} (\tan \eta_A + 2 \tan \gamma_A) \tan \eta_A \cos^2 \gamma_A + \frac{(A_{10})_A}{R_1} (E_{22})_A + \frac{(B_{01})_A}{\rho_1} (G_{22})_A \right\}, \quad (17)$$

$$M_{A04} = \frac{1}{8} \left\{ \frac{S_A}{\rho^2} - \frac{1}{r'_A} \left[\bar{S}_A + \frac{\cos^2 \gamma_A}{\rho^2} \left(\frac{r'_A}{r_A} - 1 \right) \right] + \frac{(B_{01})_A}{\rho_1} (G_{04})_A \right\}, \quad (18)$$

以上各式中有关参量为

$$S_A = 1/r_A - \cos \gamma_A/a_1, \quad (19)$$

$$\bar{S}_1 = 1/p_A - \cos \gamma_A/\rho_1, \quad (20)$$

$$S_1 = 1/p_A - \cos \eta_A/a_1, \quad (21)$$

$$V_A = \cos \eta_A/r'_A + (B_{01})_A/R_1, \quad (22)$$

$$(E_{40})_A = \frac{6}{R} \tan \eta_A \tan \gamma_A - \frac{\cos \gamma_A}{r_A} [1 + \tan \eta_A (7 \tan \eta_A + 12 \tan \gamma_A)] + 3K_A \tan^2 \eta_A \left[1 + \frac{6(A_{10})_A q_A}{R_1 \cos \gamma_A} \right], \quad (23)$$

$$(E_{22})_A = (A_{10})_A \cos \eta_A \left[\frac{6}{\rho} K_A \tan \eta_A \tan \gamma_A + \frac{1}{r_A^2} + (B_{01})_A^2 \left(\frac{\sin \eta_A \tan \eta_A}{\rho_1 q_A} - \frac{1}{\rho_1 a_1} + \frac{4 \tan^2 \eta_A}{p_A^2} + \frac{\bar{S}_1}{p_A} + \frac{S_1 \sec \eta_A}{\rho_1} \right) \right] - 4(B_{01})_A \left\{ \frac{K_A}{r'_A} - 2U_A \tan \eta_A \left[\frac{\cos \gamma_A}{r'_A} (\tan \eta_A + \tan \gamma_A) - \frac{(A_{10})_A q_A}{R_1} U_A \tan \eta_A \right] \right\}, \quad (24)$$

$$(G_{22})_A = \frac{2(A_{20})_A}{q_A} \sin \eta_A \cos \eta_A (1 + 2q_A U_A) - \frac{4(A_{10})_A}{r_A} \sin^2 \eta_A \cos \gamma_A \left[\frac{1}{r'_A} + \frac{(B_{01})_A}{p_A} \right] - \frac{(A_{10})_A^2 (B_{01})_A}{p_A^2} (1 + \sin^2 \eta_A) + \frac{(B_{01})_A}{q_A} \cos \eta_A \cos \gamma_A \left\{ \frac{q_A \cos \gamma_A}{r_A^2} - \frac{\tan \eta_A \tan \gamma_A}{R} - \frac{2 \tan \eta_A}{r_A} [(A_{10})_A \sin \eta_A - \sin \gamma_A] \right\}, \quad (25)$$

$$(G_{04})_A = -\frac{4(A_{10})_A}{\rho} V_A \sin \eta_A \tan \gamma_A - (B_{01})_A \cos \eta_A \left[2U_A^2 - \frac{(A_{10})_A \sin^2 \eta_A}{\rho_1 q_A \cos \gamma_A} (1 + 2q_A U_A)^2 \right] + \frac{(B_{01})_A^2}{\rho_1} \left[\frac{\sin^2 \eta_A}{q_A} + 2(B_{01})_A \cos \eta_A \left(\frac{1}{\rho_1} - \frac{1}{a_1} \right) \right], \quad (26)$$

以上各式是复杂光路中计算 M_{Aij} 的公式, M_{Aij} 对应了衍射前由于面形的影响产生的像差。由于光路和光栅关于 XY 平面(主平面)对称, l 或 l_1 的奇次项为零。

只要将各下标 A, 1 换成 B, 2 就可以计算出 M_{Bij} , 两者之和就是 M_{ij} 。

5 结 论

给出了 M_{Aij} 的表达式, 通过它能得到 M_{ij} 的具体形式, 根据光栅表面的刻线密度能够求出 N_{ij} , 进而求出具体光路中的 F_{ij} (像差)。在设计光路和光栅时, 通过具体的像差要求 F_{ij} 算出 N_{ij} 和 M_{ij} , M_{ij} 反映了反射镜和光栅的面型, 以及各元件的空间位置, 由 N_{ij} 求出光栅的密度。本文仅是从理论的角度提出一种新的分光仪器设计方案, 采用这种方案可能会进一步改善分光仪器的性能, 下一步的工作是完善理论工作和编写程序, 以及和过去的方案比较, 然而仪器的性能和加工制作有很大关系, 还需要制作出分光仪器以进一步验证。

本文以椭球面光栅和反射镜为基础推导出这些

表达式, 对于柱面、球面、平面都实用, 如果采用平面反射镜, 就变成简单光路了。有时候可能只要用到一个反射镜, 只需要将反射镜所在的光路部分按本文的公式展开, 另一部分用简单光路中的公式展开, 两者之和就是 M_{ij} , 本文不再赘述。

参 考 文 献

- 1 M. C. Hettrick. Aberrations of varied line-space grazing incidence gratings in converging light beams[J]. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(18): 3221~3235
- 2 S. Singh. Diffraction gratings: aberrations and applications[J]. *Optics & Laser Technology*, 1999, **31**: 195~218
- 3 Mu Canjun, Yuan Baoqing, Bai Jintao *et al.*. Matrix analysis of dispersion in aberration-free grating stretcher[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(10): 1156~1159 (in Chinese)
- 穆参军, 袁保庆, 白晋涛等. 消像差光栅展宽器中色散量的矩阵分析[J]. *光子学报*, 2003, **32**(10): 1156~1159
- 4 Zhu Xiangbing, Fu Shaojun, Ye Weiwan *et al.*. Theory, design, manufacture and measurement of aberration reducing gratings [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2003, **11**(4): 354~358 (in Chinese)
- 朱向冰, 傅绍军, 叶为全等. 消像差光栅的理论及实验研究[J]. *光学精密工程*, 2003, **11**(4): 354~358
- 5 Wen Zhiyu, Chen Gang, Wen Zhongquan. A hybrid integrated micro fiber spectrometer design, simulation and primary experiments[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 740~744 (in Chinese)

- 温志渝, 陈刚, 温中泉. 混合集成微型光纤光谱仪的设计模拟及实验[J]. 光学学报, 2003, **23**(6): 740~744
- 6 Cheng Yuanli, Zhao Yongpeng, Song Jianwei *et al.*. A flat-field XUV spectrograph with 30~50 nm flat region[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(7): 651~654 (in Chinese)
- 程元丽, 赵永蓬, 宋健伟等. 一种平场范围在 30~50 nm 的平焦场光谱仪[J]. 强激光与粒子束, 2003, **15**(7): 651~654
- 7 Shi Lun. Study on the fabrication of sub-nanometer varied-line space gratings[J]. *Optical Technique*, 2003, **29**(3): 320~322, 326 (in Chinese)
- 时 轮. 一种亚纳米级变栅距衍射光栅制作方法的研究[J]. 光学技术, 2003, **29**(3): 320~322, 326
- 8 M. Koike, T. Yamazaki, Y. Harada. Design of holographic gratings recorded with aspheric wave-front recording optics for soft X-ray flat-field spectrographs[J]. *J. Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, 1999, **101~103**: 913~918
- 9 E. Ishiguro, H. Ohashi, Li-Jun Lu *et al.*. Design of a monochromator with varied line space plane gratings for a soft X-ray undulator beamline of Spring-8[J]. *J. Electron Spectroscopy and Related Phenomena*, 1999, **101~103**: 979~984
- 10 T. Namioka, M. Koike. Aspheric wave-front recording optics for holographic gratings[J]. *Appl. Opt.*, 1995, **34**(13): 2180~2186
- 11 C. Palmer. Theory of second-generation holographic diffraction gratings[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1989, **6**(8): 1175~1188
- 12 Zhu Xiangbing, Fu Shaojun, Ye Weiquan *et al.*. Interferometric measurement of the line density of varied-line-space gratings[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(11): 1354~1358 (in Chinese)
- 朱向冰, 傅绍军, 叶为全等. 变线距光栅线密度的干涉测量[J]. 光学学报, 2003, **23**(11): 1354~1358

国内知名光学期刊联合举行订户调查活动

2005年10月10日~12月31日,《光学学报》、《中国激光》、《光子学报》、《应用激光》、《应用光学》、《激光与光电子学进展》、《红外与毫米波学报》、《量子电子学报》、《强激光与粒子束》、《原子与分子物理学报》和 *Chinese Optics Letters* 等国内 11 家知名光学期刊联合举行了订户调查活动。活动采用了在相关期刊中插入调查表、给有关读者寄发调查表等形式。通过陆续回收的调查表,我们得到了许多很好的建议,例如增加综述、加快发表周期等,我们将根据具体情况尽量满足读者的要求。

经过公开抽奖,抽取了一等奖 2 名,获得 MP3 各一个;二等奖 3 名,获得 U 盘各 1 个。三等奖 10 名,获得激光雕刻玻璃镇纸各 1 个。

获奖名单如下:

一等奖

朱绮伦(北京) 葛毓华(上海)

二等奖

徐晓辉(北京) 魏耀林(天津) 冯永财(西安)

三等奖

陈焕矗(山东) 周正干(北京) 杨帆(北京) 邢建湘(湖南) 林坚(福建)
黄绮雯(广州) 黄莉娟(湖南) 李景镇(深圳) 任韧(西安) 佟成国(哈尔滨)

对本次活动的参与者表示衷心的感谢!

光学期刊联合编辑部