

文章编号: 0253-2239(2006)01-0096-5

# 含衍射光学元件的薄透镜系统初级像差的 $PWC$ 表示

曾吉勇<sup>1,2</sup> 金国藩<sup>1</sup> 王民强<sup>1</sup> 严瑛白<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 清华大学精密仪器系, 北京 100084  
<sup>2</sup> 清华大学清华-富士康纳米科技研究中心, 北京 100084)

**摘要:** 为了形成与中国传统光学设计体系相衔接的折衍混合光学设计的理论和方法, 研究了  $PWC$  表示的折衍混合薄透镜系统初级像差理论, 建立了赛德尔像差和数与  $P, W, C$  的函数关系, 以及  $\bar{P}_\infty, \bar{W}_\infty, \bar{C}_\infty$  与衍射透镜结构的函数关系。采用  $PWC$  表示的初级像差理论和高折射率设计方法, 获得了折衍混合消色差李斯特型中倍显微物镜的初始结构, 结果表明其赛德尔像差和数的理论值与设计值相吻合, 从而验证了折衍混合光学系统  $PWC$  表示的初级像差理论和高折射率设计方法。优化设计结果与传统李斯特型物镜相比较, 具有更长的工作距, 且像质显著提高, 由于前组为单片塑料透镜, 有利于批量生产。

**关键词:** 光学设计; 折-衍混合系统;  $PWC$  方法; 初级像差; 显微物镜; 消色差  
中图分类号: O435.2 文献标识码: A

## $PWC$ Primary Aberration Expression of Thin Lens System Including Diffractive Optical Elements

Zeng Jiyong<sup>1,2</sup> Jin Guofan<sup>1</sup> Wang Minqiang<sup>1</sup> Yan Yingbai<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Department of Precision Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084  
<sup>2</sup> Tsinghua-Foxconn Nanotechnology Research Center, Tsinghua University, Beijing 100084)

**Abstract:** To form the theory and method of hybrid refractive-diffractive (HRD) optical design that can join to the Chinese conventional optical design system, the primary aberration theory expressed by  $PWC$  about HRD systems has been investigated, and the function relation between Seidel sums and  $P, W, C$ , between  $\bar{P}_\infty, \bar{W}_\infty, \bar{C}_\infty$  and the diffractive lens structure have been established. Using the  $PWC$  primary aberration theory and the ultra-high index design method, the original structure of the achromatic HRD medium-power Lister-type microscope objectives has been obtained. The result shows that its design of Seidel sums tallies with the theoretic value, so the  $PWC$  primary aberration theory and the ultra-high index design method about HRD systems proved to be effective. Comparing with the conventional two doublet design, it is shown our hybrid objective has a larger work distance and a higher imaging quality, and is suitable for mass production because the front is a singlet plastic lens.

**Key words:** optical design; hybrid refractive-diffractive (HRD) system;  $PWC$  method; primary aberrations; microscope objective; achromatic

## 1 引 言

折衍混合光学系统能有效地降低生产成本, 提高成像质量, 受到越来越多的光学设计者的重视<sup>[1~3]</sup>。衍射结构和折射透镜都是通过对光程适当延迟实现光波波阵面的调制, 因此衍射光学元件可以等效为折射透镜, 这个等效透镜称为衍射透镜。Sweat 提出了衍射透镜的概念<sup>[4,5]</sup>, 将衍射结构当作折射率无限大的薄透镜。基于这种高折射率模型,

Buralli、Wenjun Li 等研究了折衍混合光学系统的初级像差理论<sup>[3,6,7]</sup>, 由于采用 Welford<sup>[8]</sup> 或 Smith 描述<sup>[9]</sup>, 并不适用于中国传统的<sup>[10,11]</sup> 光学设计方法。本文研究了含衍射结构的薄透镜系统初级像差的  $PWC$  表示, 建立了 Seidel 像差和数与  $P, W, C$  的函数关系, 以及  $\bar{P}_\infty, \bar{W}_\infty, \bar{C}_\infty$  与衍射透镜结构的函数关系, 从而将传统的薄透镜系统初级像差  $PWC$  表示推广到了含衍射元件的光学系统; 结合

作者简介: 曾吉勇(1964~), 男, 江西永丰人, 副教授, 清华大学精密测量技术与仪器国家重点实验室博士后, 主要从事折衍混合光学系统和体全息存储物镜研究。E-mail: zengjiyoung7@163.com

收稿日期: 2005-02-04; 收到修改稿日期: 2005-05-09

中倍消色差显微物镜设计实例,详细介绍了折衍混合光学系统设计的 PWC 方法,设计结果与传统的二组双胶合物镜进行了比较。

## 2 含球面衍射透镜的薄透镜系统的单色初级像差

将衍射光学元件等效为折射率无穷大的薄球面透镜,一般球面薄透镜系统的单色初级像差和数公式<sup>[11]</sup>适用于含衍射结构的球面薄透镜系统,即

初级球差和数

$$S_1 = \sum hP, \quad (1)$$

初级彗差和数

$$S_2 = \sum h_z P - J \sum W, \quad (2)$$

初级像散和数

$$S_3 = \sum \frac{h_z^2}{h} P - 2J \sum \frac{h_z}{h} W + J^2 \sum \varphi, \quad (3)$$

初级弧矢场曲和数

$$S_4 = J^2 \sum \mu \varphi, \quad (4)$$

初级畸变和数

$$S_5 = \sum \frac{h_z^3}{h^2} P - 3J \sum \frac{h_z^2}{h^2} W + J^2 \sum \frac{h_z}{h} \varphi (3 + \mu), \quad (5)$$

其中  $P$ 、 $W$  为光学系统的内部参量。 $h$  为轴上点发出经过孔径边缘的第一辅助光线在各个透镜组上的投射高, $h_z$  为视场边缘发出经过孔径光阑中心的第二辅助光线在各透镜组上的投射高。 $\varphi$  为各透镜组的光焦度, $J$  为拉格朗日不变量。含衍射透镜的薄透镜系统,衍射透镜的折射率  $n_d = \infty$ ,其倒数  $\mu_d = 1/n_d = 0$ ,故

$$\sum \mu \varphi = \sum \mu_d \varphi_d + \sum \mu_r \varphi_r = \sum \mu_r \varphi_r,$$

下标为  $r$  的量对应于折射透镜,下标为  $d$  的量对应于衍射透镜。故含衍射透镜的薄透镜系统的初级弧矢场曲和数和初级畸变和数分别为

$$S_4 = J^2 \sum \mu_r \varphi_r, \quad (6)$$

$$S_5 = \sum \frac{h_z^3}{h^2} P - 3J \sum \frac{h_z^2}{h^2} W + J^2 \sum \frac{h_z}{h} (3\varphi + \mu_r \varphi_r). \quad (7)$$

## 3 含衍射透镜的薄透镜系统的初级色差

### 3.1 衍射透镜的折射率、阿贝数和部分色散

由于衍射透镜的光焦度与波长成正比<sup>[6]</sup>:

$$\varphi(\lambda) = \frac{\lambda}{\lambda_0} \varphi_0, \quad (8)$$

而折射透镜的光焦度与折射率成正比:

$$\varphi(\lambda) = [n(\lambda) - 1](C_1 - C_2), \quad (9)$$

比较(8)式和(9)式,衍射透镜的等效折射率与波长成正比:

$$n(\lambda) = C\lambda + 1. \quad (10)$$

由于折射率很大,因此  $C$  是很大的一个量。设  $\lambda_C$ 、 $\lambda_S$ 、 $\lambda_L$  分别为设计的闪耀波长、光谱区的短波长和长波长,对应的折射率分别为  $n_C$ 、 $n_S$ 、 $n_L$ ,则阿贝数为

$$v = \frac{n_C - 1}{n_S - n_L} = \frac{\lambda_C}{\lambda_S - \lambda_L}, \quad (11)$$

相对部分色散为

$$P = \frac{n_S - n_C}{n_S - n_L} = \frac{\lambda_S - \lambda_C}{\lambda_S - \lambda_L}. \quad (12)$$

由(11)式可知,衍射透镜为负的阿贝数,这与光学材料的色散特性相反,利用衍射透镜这一特性可以较好地校正光学系统的色差。

### 3.2 含衍射透镜薄透镜系统的初级色差

初级轴向色差和数

$$S_{1C} = \sum h^2 C, \quad (13)$$

初级垂轴色差和数

$$S_{2C} = \sum h h_z C, \quad (14)$$

其中

$$C = \sum \frac{\varphi}{v}. \quad (15)$$

## 4 $\bar{P}_\infty$ 、 $\bar{W}_\infty$ 与单片折衍混合球面透镜结构的函数关系

将衍射透镜和基材视为双胶合透镜。设单片折衍混合透镜结构参量为折射率  $n_1$ 、 $n_2$ ,第一片透镜的光焦度  $\varphi_1$ ,透镜弯曲系数  $Q$ ,则混合透镜结构参量和  $\bar{P}_\infty$ 、 $\bar{W}_\infty$  的函数关系为<sup>[11]</sup>

$$\bar{P}_\infty = a(Q - Q_0)^2 + P_0, \quad (16)$$

$$\bar{W}_\infty = -\frac{a+1}{2}(Q - Q_0) + W_0, \quad (17)$$

其中:

$$P_0 = c - b^2/(4a), \quad (18)$$

$$Q_0 = -b/(2a), \quad (19)$$

$$W_0 = \frac{1 - \varphi_1}{3} - \frac{3 - a}{6} Q_0, \quad (20)$$

其中:

$$a = 1 + 2 \frac{\varphi_1}{n_1} + 2 \frac{1 - \varphi_1}{n_2}, \quad (21)$$

$$b = \frac{3}{n_1 - 1} \varphi_1^2 - \frac{3}{n_2 - 1} (1 - \varphi_1)^2 - 2(1 - \varphi_1), \quad (22)$$

$$c = \frac{n_1}{(n_1 - 1)^2} \varphi_1^3 + \frac{n_2}{(n_2 - 1)^2} (1 - \varphi_1)^3 + \frac{n_2}{n_2 - 1} (1 - \varphi_1)^2. \quad (23)$$

#### 4.1 衍射面在前表面

$n_1 = \infty$ , 由(21) ~ (23) 式得到

$$a = 1 + 2 \frac{\varphi_r}{n_r},$$

$$b = -\frac{3}{n_r - 1} \varphi_r^2 - 2\varphi_r,$$

$$c = \frac{n_r}{(n_r - 1)^2} \varphi_r^3 + \frac{n_r}{n_r - 1} \varphi_r^2,$$

$n_r, \varphi_r$  分别为折射透镜的折射率和光焦度。在中国玻璃库中计算得到  $a \in [1.99, 2.26]$ , 平均值  $a = 2.15$ ,  $(a + 1)/2 = 1.5761$ ,  $W_0 \in [0.099, 0.12]$ , 平均值  $W_0 = 0.11$ 。由(16) 式、(17) 式得

$$\bar{P}_\infty = 2.15(Q - Q_0)^2 + P_0, \quad (24)$$

$$\bar{W}_\infty = -1.5761(Q - Q_0) + 0.11. \quad (25)$$

#### 4.2 衍射面在后表面

$n_2 = \infty$ , 由(21) 式 ~ (23) 式得到

$$a = 1 + 2 \frac{\varphi_r}{n_r},$$

$$b = \frac{3}{n_r - 1} \varphi_r^2 - 2(1 - \varphi_r),$$

$$c = \frac{n_r}{(n_r - 1)^2} \varphi_r^3 + (1 - \varphi_r)^2.$$

在中国玻璃库中计算得到  $a \in [1.98, 2.27]$ , 平均值  $a = 2.15$ ,  $(a + 1)/2 = 1.5761$ ,  $W_0 \in [0.146, 0.17]$ , 平均值  $W_0 = 0.16$ 。由(16) 式、(17) 式得

$$\bar{P}_\infty = 2.15(Q - Q_0)^2 + P_0, \quad (26)$$

$$\bar{W}_\infty = -1.5761(Q - Q_0) + 0.16. \quad (27)$$

## 5 含非球面衍射透镜的薄透镜系统的单色初级像差

### 5.1 非球面偏离球面的附加光程差

非球面面型采用二次曲面为母面的表达式

$$x = \frac{cr^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2r^2}} + A_4r^4 + A_6r^6 + A_8r^8 + \dots, \quad (28)$$

其中  $x$  为表面到与表面顶点相切的平面的距离,  $r$  为

表面到光轴的距离,  $k$  为二次曲面系数,  $C$  为表面的近轴曲率半径,  $A_{2i}$  为  $2i$  阶的非球面系数。将二次曲面表达式展开, 非球面面型写为

$$x = \frac{1}{2}cr^2 + \left[ \frac{1}{8}c^3(1+k) + A_4 \right]r^4 + \left[ \frac{1}{16}c^5(1+k)^2 + A_6 \right]r^6 + \dots, \quad (29)$$

非球面偏离球面的附加光程差为

$$\Delta_{\text{asphere}} = (n-1) \left\{ \left[ \frac{1}{8}c^3k + A_4 \right]r^4 + \left[ \frac{1}{16}c^5(2k+k^2) + A_6 \right]r^6 + \dots \right\}. \quad (30)$$

### 5.2 含非球面衍射透镜的薄透镜系统的单色初级像差

对于光阑与折衍混合透镜密接的情况, 非球面附加光程差产生的赛德尔和数增量为<sup>[12]</sup>

$$\Delta S_1 = (n-1)(c^3k + 8A_4)h^4, \quad (31)$$

$$\Delta S_2 = \Delta S_3 = \Delta S_4 = \Delta S_5 = 0. \quad (32)$$

令  $\Delta P = (n-1)(c^3k + 8A_4)h^3$ , 对于光阑与透镜组非密接情况, 由(1) 式、(3) 式、(6) 式、(7) 式和(31) 式、(32) 式得到含非球面衍射透镜的单色初级像差公式:

$$S_1 = \sum h(P + \Delta P), \quad (33)$$

$$S_2 = \sum h_z(P + \Delta P) - J \sum W, \quad (34)$$

$$S_3 = \sum \frac{h_z^2}{h}(P + \Delta P) - 2J \sum \frac{h_z}{h}W + J^2 \sum \varphi, \quad (35)$$

$$S_4 = J^2 \sum \mu_r \varphi_r, \quad (36)$$

$$S_5 = \sum \frac{h_z^3}{h^2}(P + \Delta P) - 3J \sum \frac{h_z^2}{h^2}W + J^2 \sum \frac{h_z}{h}(3\varphi + \mu_r \varphi_r). \quad (37)$$

## 6 折衍混合消色差李斯特型中倍显微镜物镜

实际计算中, 不可能对折射率无限大的透镜进行光线追迹, 为此应在保证高折射率模型的有效性和计算机数据处理能力范围内选取折射率。在 ZEMAX 软件的 CHINESES 玻璃库中按式  $n(\lambda) = \lambda \times 10^7 + 1$  建立了名为 DOE 的材料, 对应的 F 光、d 光和 C 光的折射率分别为 4862、5877 和 6564, 在可见光光谱区阿贝数  $v = -3.542$ , 相对部分色散  $P = 0.596$ 。

物镜要求数值孔径  $NA=0.3$ , 放大倍率  $\beta=-10$  倍, 物像共轭距  $L=180$  mm, 物高  $y_1=-10$  mm。这类中倍显微物镜要求校正球差、彗差、像散和轴向色差, 通常由前后二组双胶合透镜构成(图 1)<sup>[11]</sup>, 本文的设计前组双胶合透镜用单片折衍混合塑料透镜代替。

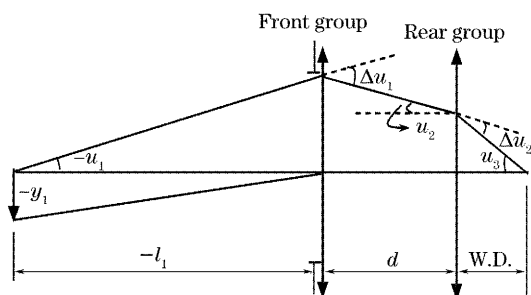


图 1 显微物镜结构

Fig. 1 Configuration of microscope objective

取前后组间隔  $d=14.9$  mm, 物距  $l_1=-148.7$  mm。偏角分配为前组 0.15, 后组 0.18。设光阑和前组密接, 计算得到物镜的外部参量(表 1): 第一、二辅助光线在前后组的入射高  $h_i, h_{zi}$ , 前后组光焦度  $\varphi_i$  和焦距  $f_i$ 。

表 1 外部参量

Table 1 External parameter

	$h_i$	$h_{zi}$	$\varphi_i$	$f_i$	$h_i\varphi_i(\Delta u_i)$
Front group	4.461	0	0.033625	29.74	0.15
Rear group	2.673	1	0.067340	14.85	0.18

根据像差校正要求和物镜的外部参量得到初级像差方程:

$$S_1 = \bar{P}_{1\infty t} - 0.8\bar{W}_{1\infty t} + 1.0368\bar{P}_{2\infty} + 2.7662\bar{W}_{2\infty} + 1.7145 = 0, \quad (38)$$

$$S_2 = \bar{P}_{2\infty} + \bar{W}_{2\infty} - 1.1574\bar{W}_{1\infty t} - 1.085 = 0, \quad (39)$$

$$S_3 = \bar{P}_{2\infty} - 0.665\bar{W}_{2\infty} - 0.5434 = 0, \quad (40)$$

后组为冕玻璃在前的 K7-ZF4 组合, 选取  $\bar{P}_{2\infty} = 0.414, \bar{W}_{2\infty} = -0.195$  满足方程(40)以校正像散, 由此计算相应的后组曲率半径。由方程(38)、(39), 前组提供  $\bar{P}_{1\infty t} = -2.2, \bar{W}_{1\infty t} = -0.748$  以校正球差和彗差。前组采用塑料 480R ( $n_d = 1.5253, \nu = 55.9$ ) 为基底, 衍射结构置于前表面, 由色差校正条件得到前组衍射透镜和折射透镜的光焦度分配  $\varphi_d = 0.0582, \varphi_r = 0.9418$ , 由(18)式、(19)式得到  $P_0 = 1.7913, Q_0 = 1.5548$ 。由(25)式得到彗差校正条件  $Q = 2.0996311$ , 从而计算前组混合单透镜各面

的曲率半径。

由(24)式得到混合透镜球面项提供的  $\bar{P}_{1\infty}$ , 由  $\Delta\bar{P}_{1\infty} = \bar{P}_{1\infty t} - \bar{P}_{1\infty}$  得到非球面项应提供的  $\Delta\bar{P}_{1\infty}$ 。令二次项系数为零, 则由  $A_4 = \frac{\Delta\bar{P}_{1\infty}(h_1\varphi_1)^3}{8(n-1)h_1^3}$  计算出 4 阶非球面系数。

物镜的初始结构详见表 2, 初级像差和数  $S_1 = -0.001995, S_2 = 0.000132, S_3 = -0.000029, S_{1C} = 0.000052, S_{2C} = 0.000018$ , 在初始结构中彗差  $S_2$ , 像散  $S_3$  和轴向色差  $S_{1C}$  和垂轴色差  $S_{2C}$  均已良好校正, 球差  $S_1$  过校正是在计算衍射透镜非球面系数  $A_4$  时假设物在无穷远导致的。经进一步优化后物镜结构详见表 3, 衍射结构转化为相位函数表示  $\phi(r) = \sum_{i=1}^3 C_{2i}r^{2i}$ , 其中  $C_2 = -12.370029, C_4 = 0.2078025, C_6 = -0.00247685$ 。设计的折衍混合物镜与按相同技术要求设计的二组双胶合物镜<sup>[11]</sup>的总长(T. L.)、工作距(W. D.)和点列图均方根半径比较详见表 4, 结果表明折衍混合物镜较二组双胶合物镜总长更短、工作距更长、像质显著改善, 更为重要的是前组采用单片塑料设计, 适宜批量生产, 因此能有效降低成本。

表 2 初始结构

Table 2 Original design

Surf.	$r$ /mm	$d$ /mm	Glass
1*	13.78229440	0.00001	DOE
2	13.78235766	0.1	480R
3	81.490	14.9	
4	8.168	0.1	K7
5	-8.127	0.1	ZF4
6	-23.8		

$$* A_4 = -3.74404 \times 10^{-9}$$

表 3 高折射率表示的优化设计

Table 3 Optimized design with the ultra-high index expression

Surf.	$r$ /mm	$d$ /mm	Glass
OBJ	Infinity	153.12	
STO*	16.51024131	0	DOE
2	16.51034865	2	480R
3	99.9418	12.43	
4	8.6779	3	K7
5	-8.0177	1.8	ZF4
6	-20.3372	7.66	

$$* A_4 = -3.51986 \times 10^{-9}, A_6 = 3.53041 \times 10^{-11}$$

表 4 折衍混合设计与常规设计比较

Table 4 Compared hybrid design with conventional design

Field of view	RMS spot radius / $\mu\text{m}$					T. L. /mm	W. D. /mm
	0	0.3	0.5	0.7	1.0		
Hybrid design	2.398	2.870	4.084	6.256	11.387	19.23	7.66
Two doublet	3.200	4.315	5.065	7.245	12.179	22.47	6.77

## 7 结 论

本文研究了含衍射光学元件的薄透镜系统初级像差的  $PWC$  表示,建立了赛德尔像差和数与  $P$ 、 $W$ 、 $C$  的函数关系,以及  $\bar{P}_\infty$ 、 $\bar{W}_\infty$ 、 $\bar{C}_\infty$  与衍射透镜结构的函数关系。从而丰富了  $PWC$  表示的光学设计理论。通过对折衍混合消色差李斯特型中倍显微物镜的设计,验证了折衍混合光学系统  $PWC$  表示的初级像差理论和高折射率方法。

### 参 考 文 献

- Zhao Liping, Wu Minxian, Jin Guofan *et al.*. Spherochromatism correction of a hybrid refractive-diffractive singlet [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(5): 621~626 (in Chinese)  
赵丽萍, 邬敏贤, 金国藩 等. 折衍混合单透镜的色球差校正研究[J]. *光学学报*, 1998, **18**(5): 621~626
- Zhang Huijuan, Wang Zhaoqi, Fu Rulian *et al.*. Design of hybrid refractive-diffractive ultra-wide-angle eyepieces[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(1): 85~88 (in Chinese)  
张慧娟, 王肇圻, 傅汝廉 等. 折衍混合超广角视场目镜系统的设计[J]. *光学学报*, 2003, **23**(1): 85~88
- Cui Qingfeng, Kuang Yuguang. Design principle of hybrid apochromats[J]. *Acta Optica Sinica*, 1995, **15**(4): 499~503 (in Chinese)  
崔庆丰, 匡裕光. 混合复消色差透镜组的设计原理[J]. *光学学报*, 1995, **15**(4): 499~503
- W. C. Sweat. Describing holographic optical elements as lenses[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(6): 803~808
- W. C. Sweat. Mathematical equivalence between a holographic optical elements and a ultra-high index lens[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1979, **69**(3): 486~487
- D. A. Buralli, G. M. Morris. Design of a wide field diffractive landscape lens[J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(18): 3950~3959
- Wenjun Li. Hybrid diffractive refractive broad-band design in visible wavelength region[C]. *Proc. SPIE*, 1996, **2689**: 101~111
- W. T. Welford. *Aberrations of Optical Systems* [M]. Bristol: Adam Hilger Ltd. Technol. House, 1986
- W. J. Smith. *Modern Optical Engineering* [M]. New York: McGraw-Hill, Inc., 1990. 315~319
- Wang Zhijiang. *Foundation of Optical Design Theory* [M]. Beijing: Science Press, 1985 (in Chinese)  
王之江. *光学设计理论基础*[M]. 北京: 科学出版社, 1985
- Yuan Xucang. *Optical Design* [M]. Beijing: Science Press, 1983 (in Chinese)  
袁旭沧. *光学设计*[M]. 北京: 科学出版社, 1983
- Lin Dajian. *Engineering Optical System Design* [M]. Beijing: China Machine Press, 1987 (in Chinese)  
林大键. *工程光学系统设计*[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987