

文章编号: 0253-2239(2005)09-1249-5

单轴晶体中的负折射现象研究*

罗海陆 胡 巍 易煦农 刘海英 朱 静

(华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

摘要: 分析了在各向同性介质和单轴晶体界面实现负折射的最佳条件。计算发现,通过调节光轴角和各向异性参量可以使得负折射现象更为明显,获得最佳光轴角和最大入射临界角。各向异性强的晶体实现负折射的入射角范围可能会很大。讨论了单轴晶体中和负折射率介质中的负折射现象的区别;负折射率介质中的负折射是由负的折射率引起的,单轴晶体中是由于各向异性决定的。同时还发现单轴晶体中的能流负折射现象不能实现 Pendry 在理论上所预言的完美透镜。

关键词: 光学材料; 负折射; 单轴晶体; 色散方程; 完美透镜

中图分类号: O435.1 文献标识码: A

Investigation of Negative Refraction in a Uniaxial Crystal

Luo Hailu Hu Wei Yi Xunong Liu Haiying Zhu Jing

(Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631)

Abstract: By relying on dispersion equation, optimal conditions for negative refraction in the interface between isotropic medium and anisotropic crystal are investigated. The negative refraction phenomenon can be very evident when the optical axial angle and anisotropic parameters are arranged appropriately. The optimal optical axis angle and corresponding maximum incident critical angle are given. For strong anisotropy crystal, the maximum incident angle that yields the negative refraction could be very large. Further, the difference of negative refraction associated with uniaxial crystal and with negative index media is discussed. In negative index media the negative refraction is caused by a negative refractive index, whereas in the case of anisotropic crystal, the negative refraction is a natural result of dispersion relation in anisotropic media. It is found that the uniaxial crystal slab is not suitable for constructing perfect lens, firstly predicted by Pendry.

Key words: optical materials; negative refraction; uniaxial crystal; dispersion equation; perfect lens

1 引 言

由于巨大的潜在应用价值,负折射现象引起了人们的浓厚兴趣^[1~5]。最重要的是负折射率介质在理论上可以实现完美透镜(Perfect lens)^[6]。用无限大的负折射率介质板制成的完美透镜可将光束的各个角谱成分完美地聚焦于一点。聚焦光斑的精度可以达到小于波长的尺度。如果将其制成光学镜头,可以使 DVD 的数据存储量扩大 100 倍;如果应用于医疗磁共振(MRI)仪器,也将大大提图像的清晰度^[7,8]。负折射率介质大多为周期排列的微观金属单元结构^[2~5],损耗高,且只能在微波段实现负折射,应用前

景受到限制。最近 Zhang 等^[9]在实验中发现:光线在两个沿光轴成 45°角切割的正折射率的单轴晶体界面出现了负折射现象,证明在不具有负折射率的介质中同样可以实现负折射,被认为是实现完美透镜的另一个重要尝试。Liu 等^[10]分析了单轴晶体中实现负折射入射角的范围,发现各向同性介质和单轴晶体界面也会同时出现负折射现象。

本文进一步分析了在各向同性介质和单轴晶体界面实现负折射的最佳条件。能流在各向同性介质和单轴晶体界面实现负折射时入射角处于一个很小的范围内^[10]。为使单轴晶体中的负折射现象更为明

* 国家自然科学基金面上项目(60278013)、广东省自然科学基金团队项目(20003061)和教育部霍英东教育基金(81058)资助课题。

作者简介:罗海陆(1980~),男,华南师范大学硕士研究生,主要从事负折射率介质中光传输的研究。

E-mail: hailuluo@163.com

收稿日期:2004-11-01;收到修改稿日期:2004-11-29

显,总希望实现负折射的入射角范围更大一些。计算发现可以通过调节光轴角、各向异性参量以及各向同性介质的折射率使入射临界角达到最大值,获得实现负折射的最佳光轴角和最大入射临界角。单轴晶体中的负折射现象完全是由单轴晶体的各向异性决定的,在各向同性介质和单轴晶体界面能流可能发生负折射而波矢量仍然发生正折射,这和负折射率介质中的负折射性质^[1~5]不同。最后分析了单轴晶体中的能流负折射现象不能实现完美透镜。

2 单轴晶体中的光学传输性质

设单轴晶体无吸收、无旋光,其介电常量张量 $\boldsymbol{\epsilon}$ 在主轴坐标系 XOZ 中(参见图 1)可以表示为

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} n_o^2 & 0 & 0 \\ 0 & n_o^2 & 0 \\ 0 & 0 & n_e^2 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中 n_o 和 n_e 分别为晶体中寻常光(o光)和非常光(e光)的主折射率;o光的折射率不依赖于波矢 \mathbf{k} 的方向,其能流(坡印亭矢量)可由 $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ 给出, \mathbf{S} 方向与波矢 \mathbf{k} 方向一致,这与各向同性介质中的光传输是一样的。e光折射率不仅依赖于波矢 \mathbf{k} 方向,而且能流 \mathbf{S} 方向与波矢 \mathbf{k} 方向存在离散角^[11,12]。引入传输坐标系 xoz ,其中 z 轴与晶体界面垂直,光轴位于 xoz 平面内, φ 为光轴和晶体界面的夹角即光轴角。传输坐标系 xoz 是在主轴坐标系 XOZ 基础上绕 y 轴顺时针旋转了 $\pi/2 + \varphi$ 得到的。不失一般性,

假设波矢也位于 xoz 平面内($k_{ty} = 0$),则在两组坐标系中波矢满足变换关系:

$$\left. \begin{aligned} k_{tx} &= -k_{tx} \sin \varphi - k_{tz} \cos \varphi, \\ k_{tz} &= k_{tx} \cos \varphi - k_{tz} \sin \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

于是 e 光在传输坐标系 xoz 中的色散方程可以表示为

$$\begin{aligned} (k_{tx} \cos \varphi - k_{tz} \sin \varphi)^2 / n_o^2 + \\ (k_{tx} \sin \varphi + k_{tz} \cos \varphi)^2 / n_e^2 = k_0^2, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $k_0 = \omega/c$ 为真空中波数。(3)式给出了光轴角成任意角度时各波矢分量间的关系。

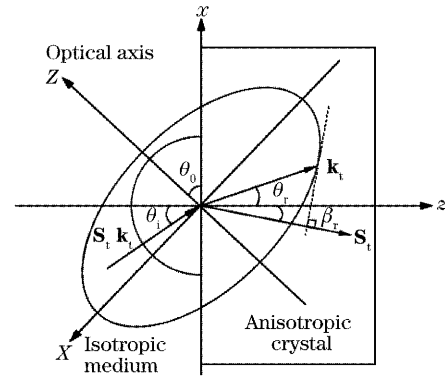


图 1 单轴晶体负折射机理

Fig. 1 Mechanism for negative refraction by uniaxial crystal

在图 1 中波矢量面为一个二维超表面,波矢和能流的入射角可由 $\tan \theta_i = k_{ix} / k_{iz}$ 给出;波矢折射角可由 $\tan \theta_r = k_{tx} / k_{tz}$ 得到,由色散方程(3)式和连续性条件 $k_{ix} = k_{tx}$ 即可以得到波矢折射角的具体表达式:

$$\tan \theta_r = \frac{2(n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0) n_i \sin^2 \theta_i}{n_i(n_e^2 - n_o^2) \sin 2\theta_0 \sin \theta_i + 2n_o n_e \sqrt{(n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0) - n_i^2 \sin^2 \theta_i}} \quad (4)$$

由于单轴各向异性,e光能流 \mathbf{S}_t 方向与波矢 \mathbf{k}_t 方向不一致。e光光路实际上是能流的方向,e光能流的折射角可以由 $\tan \beta_r = S_{tx} / S_{tz}$ 给出。所以有必要分析波矢分量和能流分量间的关系,其中能流分量可以表示为:

$$\mathbf{S}_{tx} = -\mathbf{E}_{tz} \times \mathbf{H}_{ty}, \quad \mathbf{S}_{tz} = \mathbf{E}_{tx} \times \mathbf{H}_{ty}. \quad (5)$$

在主轴坐标系中描述波矢分量和电场分量间关系是比较方便的。由电位移矢量散度方程 $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$, 可以得出主轴坐标系 XOZ 中波矢分量与电场分量满

足关系

$$n_o^2 k_{ix} E_{tx} + n_e^2 k_{iz} E_{tz} = 0, \quad (6)$$

将这一关系变换到传输坐标系,其中传输坐标系 xoz 和主轴坐标系 XOZ 中电场矢量之间的关系可以写成

$$\begin{cases} E_{tx} = -E_{tx} \sin \theta_0 - E_{tz} \cos \theta_0, \\ E_{tz} = E_{tx} \cos \theta_0 - E_{tz} \sin \theta_0, \end{cases} \quad (7)$$

综合上述关系和边界连续性条件即可以得到 e 光在传输坐标系 xoz 中能流的折射角 β_r :

$$\tan \beta_r = \frac{(n_o^2 - n_e^2) \sin \theta_0 \cos \theta_0 \sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0 - n_i^2 \sin^2 \theta_i} + n_o n_e n_i \sin \theta_i}{(n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0) \sqrt{n_o^2 \cos^2 \theta_0 + n_e^2 \sin^2 \theta_0 - n_i^2 \sin^2 \theta_i}}, \quad (8)$$

从(4)式,(8)式可以看出:由于波矢折射角和能流折射角的具体表达式的区别,那么当波矢发生正折射($\theta_i/\theta_r > 0$),能流就有可能发生负折射($\theta_e/\theta_r < 0$)。

3 单轴晶体中的负折射

从(8)式可以看出,能流的折射角的大小取决于晶体参量、入射角大小、光轴角取值和各向同性介质的折射率。通过对这些参量的分析即可以得出能流负折射情况。以正单轴晶体钽酸钷中能流出现负折射为例,其晶体参量为 $n_o = 2.0177$, $n_e = 2.2508$ ($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$)^[11]。取各向同性介质为空气($n_t = 1$),光轴角 $\theta_0 = \pi/4$ 。由(8)式和(7)式可以得出波矢折射角 θ_r 与能流折射角 β_r 随入射角 θ_i 变化的关系,如图 2 所示。图 2 中虚线表示波矢折射角 θ_r 随入射角 θ_i 的变化关系,实线表示能流折射角 β_r 随入射角 θ_i 的变化关系。可以看出只有入射角在一定的区间范围内能流才会发生负折射^[11]。正负单轴晶体能流均可以发生负折射,实现负折射的入射角范围为

$$0 \leq \theta_i \leq |\theta_{ic}|, \quad (9)$$

其中 θ_{ic} 为能流发生负折射时入射角的临界角。

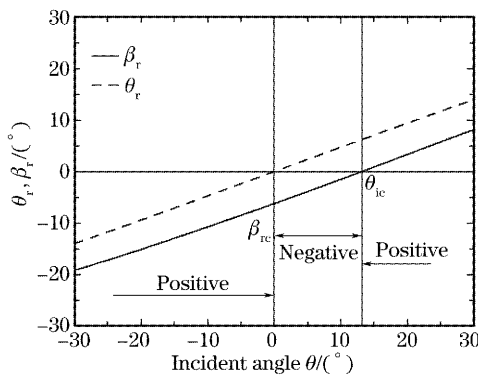


图 2 钽酸钷晶体中波矢折射角 θ_r , 能流折射角 β_r 与入射角关系

Fig. 2 Refractive angle β_r for energy flow and transmitted wave vector angle θ_r as a function of incident angle θ_i for a positive uniaxial crystal YVO₄

波矢折射角随入射角变化曲线总通过坐标原点,说明无论是在正单轴晶体还是负单轴晶体中波矢都不会发生负折射。要使能流负折射现象更为明显,需要入射角的范围更大。从图 2 可以看出当 $\beta_r = 0$ 入射角 θ_i 取临界值,于是由(8)式可以得出

$$|\theta_{ic}| = \arcsin \left[\frac{|(n_e^2 - n_o^2)|}{n_i} \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0}{n_e^2 \cos^2 \theta_0 + n_o^2 \sin^2 \theta_0}} \right], \quad (10)$$

临界角 θ_{ic} 取值决定于晶体参量、光轴角 θ_0 以及各向同性介质的折射率 n_i 。当光轴角取 0° 或 90° 两个特殊值时,无论入射角在什么范围内取值能流都不会发生负折射($\theta_{ic} = 0$)。

能流在出现负折射时,具有不同各向异性参量的晶体入射角临界值 θ_{ic} 随光轴角 θ_0 的变化关系,如图 3 所示。正单轴晶体各向异性参量越大,可获得负折射的入射角范围就越大。由(10)式即可以得出最佳光轴角 θ_{opt} :

$$\theta_{opt} = \arccos[\sqrt{1/(\gamma+1)}], \quad (11)$$

其中各向异性参量 $\gamma = n_e/n_o$ 。光轴角 θ_{opt} 的取值只与单轴晶体的各向异性参量 γ 有关,与各向同性介质的折射率 n_i 无关。再将(11)式代入(10)式即可以得到与最佳光轴角相应的入射临界角的最大取值:

$$\theta_{ic}^{max} = \arcsin \left[\frac{1}{n_i} (n_e - n_o) \right], \quad (12)$$

其中 θ_{ic}^{max} 不仅与单轴晶体的各向异性参量 γ 有关,而且还与各向同性介质的折射率 n_i 有关。以钽酸钷晶体为例,其各向异性参量为 $\gamma = 1.1155$ 。由(11)式即可以得出实现负折射最佳光轴角为 $\theta_{opt} = 46.57^\circ$, 所能得到相应的入射角临界角最大值 $\theta_{ic}^{max} = 13.48^\circ$ 。

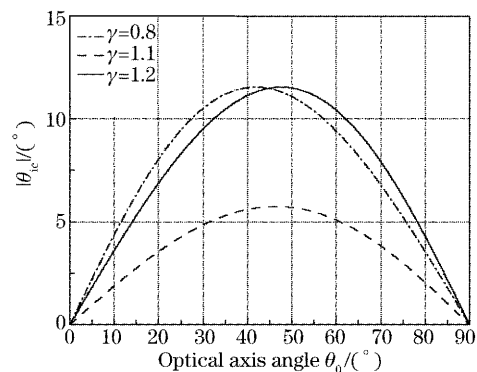


图 3 不同各向异性参量的晶体入射角 $|\theta_{ic}|$ 与光轴角 θ_0 关系, $n_o = n_i$

Fig. 3 Dependence of critical angle $|\theta_{ic}|$ on optical axis angle θ_0 for several typical uniaxial crystal, where $n_o = n_i$

图 4 为最佳光轴角 θ_{opt} (虚线) 和相应的入射角临界角所能取的最大值 θ_{ic}^{max} 随各向异性参量 γ 的变化关系。在图 4 中可以看出,当 $\gamma = 1$ 时能流不会发生负折射,这与各向同性介质中所得出的结论是一致的。当各向异性参量 $\gamma \approx 1$ 时,最佳光轴角 θ_{opt} 在 45° 左右。当晶体各向异性参量越大时,允许负折射的入射角区间也就越大。各向异性参量达到 $\gamma = 2$ 时,则可以在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 入射角范围内实现能流的负折

射。相信随着纳米材料和光子晶体技术的发展,各向异性参量达到 $\gamma=2$ 的晶体是可能实现的。

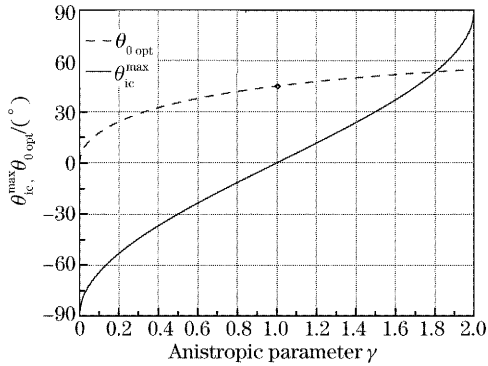


图 4 最佳光轴角 θ_{0opt} 和入射角最大值 θ_{ic}^{max} 与各向异性参量 γ 的关系, $n_o = n_e$

Fig. 4 The optimal optical axis angle θ_{0opt} and maximum incident angle θ_{ic}^{max} as a function of anisotropy parameter γ , where $n_o = n_e$

4 最强负折射角

由(8)式可以发现当入射角 $\theta_i=0$ 时,其折射角 β_c 取临界值,于是折射角临界值可以表示为

$$\beta_{rc} = \arctan\left[\frac{(\gamma^2 - 1)\sin\theta_0\cos\theta_0}{\cos^2\theta_0 + \gamma^2\sin^2\theta_0}\right], \quad (13)$$

折射临界角的取值与晶体的各向异性参量及光轴角的大小有关。同样要使能流负折射现象更为明显,要求折射角的范围最大。折射临界角最大值可以通过对光轴角 θ_0 的适当选取来实现,光轴角的最佳取值为

$$\theta_{0opt} = \arcsin[\sqrt{1/(\gamma^2 + 1)}], \quad (14)$$

这和实现最大入射角的最佳光轴角的表达式(11)不同。从(14)式可以看出要实现最强能流负折射角的光轴角的选取只与单轴晶体的各向异性参量有关,而与各向同性介质的折射率无关。要实现能流的负折射,晶体的最佳光轴角只由其本身的异性参量决定,与外界入射条件无关。将(14)式代入(13)式即可以得到折射临界角最大值为

$$\beta_{rc}^{max} = \arctan[(\gamma^2 - 1)/(2\gamma)], \quad (15)$$

其中最大偏折角 β_{rc}^{max} 只与晶体的各向异性参量有关,这和从各向同性介质入射到单轴晶体的结论不同。

图 5 为能流的负折射角取最大值时,最佳光轴角 θ'_{0opt} (虚线)和临界角最大值 β_{rc}^{max} 随各向异性参量 γ 的变化关系。当 $\gamma=1$ 时能流不会发生负折射,这与各向同性介质中的结论是一致的。

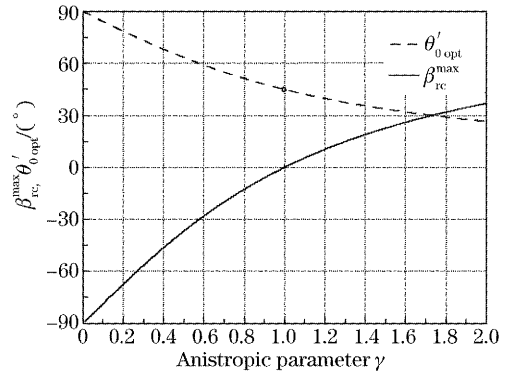


图 5 最佳光轴角 θ'_{0opt} 和临界角最大值 β_{rc}^{max} 与各向异性参量 γ 的关系

Fig. 5 The optimal optical axis angle θ'_{0opt} and maximum bending angle β_{rc}^{max} as a function of anisotropy parameter γ

5 结 论

单轴晶体的负折射现象,只是入射角在一定范围内能流发生了负折射,不是单轴晶体具有负折射率,因为单轴晶体中的 o 光和 e 光的主折射率均为正值。单轴晶体中能流出现负折射完全是由单轴晶体本身的各向异性性质决定的,故单轴晶体中出现能流负折射其本质和负折射率介质出现的负折射性质完全不同^[13]。单轴晶体出现的能流负折射现象并不意味着做成完美透镜,因为完美透镜要求对于不同角度入射光线的折射率均为负值,这样才能使光束的各角谱成分完美的聚焦于一点^[7]。在单轴晶体中只有入射角在一定的范围内能流才会出现负折射,光束的某些角谱成分不能聚焦;e 光在单轴晶体中传输时还会出现像散等特性^[14],不能用单轴晶体板做成完美透镜。单轴晶体中的能流负折射性质在理论上可以用来制造新颖的光子器件^[9,15],其潜在的应用价值值得深入研究。

致谢 感谢与郭旗教授的深入讨论。

参 考 文 献

- 1 V. G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ [J]. *Sov. Phys. Usp.*, 1968, **10**(4): 509~514
- 2 D. R. Smith, Willie J. Padilla, D. C. Vier *et al.*. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(18): 4184~4187
- 3 R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schutz. Experimental verification of a negative index of refraction[J]. *Science*, 2001, **292**(5514): 77~79

- 4 C. G. Parazzoli, R. B. Greegor, K. Li *et al.*. Experimental verification and simulation of negative index of refraction using Snell's law[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(10): 1074011~1074014
- 5 Andrew A. Houck, Jeffrey B. Brock, Isaac L. Chuang. Experimental observations of a left-handed material that obeys Snell's law[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(13): 1374011~1374014
- 6 J. B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(18): 3966~3969
- 7 John Pendry. Positively negative[J]. *Nature*, 2003, **423**(6935): 22~23
- 8 D. R. Smith, J. B. Pendry, M. C. K. Wiltshire. Metamaterials and negative refractive index[J]. *Science*, 2004, **305**(5685): 788~792
- 9 Yong Zhang, B. Fluegel, A. Mascarenhas. Total negative refraction in real crystals for ballistic electrons and light[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(15): 1574041~1574044
- 10 Zheng Liu, Zhifang Lin, S. T. Chui. Negative refraction and omnidirectional total transmission at a planar interface associated with a uniaxial medium[J]. *Phys. Rev. B*, 2004, **69**(11): 1154021~1154026
- 11 Max Born, Emil Wolf. *Principles of Optics* [M]. 7th ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 790~808
- 12 L. D. Landau, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii. *Electrodynamics of Continuous Media* [M]. 2nd ed., New York: Pergamon Press, 1984. 331~340
- 13 J. Pacheco, T. M. Grzegorzcyk, B.-I. Wu *et al.*. Power propagation in homogeneous isotropic frequency-dispersive left-handed media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(25): 2574011~2574014
- 14 Luo Hailu, Hu Wei, Yi Xinong *et al.*. The vectorial properties of paraxial beams propagating in a uniaxial crystal[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(9): 2947~2952 (in Chinese)
罗海陆, 胡 巍, 易晓农 等. 傍轴光束在单轴晶体中传输的光矢量性质[J]. *物理学报*, 2004, **53**(9): 2947~2952
- 15 Cliffercl M. Krowne. Negative-refractive bicrystal with broken symmetry produces asymmetric electromagnetic fields in guided-wave heterostructures[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(5): 0539021~0539024