

文章编号: 0253-2239(2005)09-1186-5

图像深度估计的光学微分方法

阳庆国 刘立人 郎海涛

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 讨论了光学微分方法在图像深度估计问题中的应用。基于线性成像理论对 Farid 提出的光学微分模型进行了推广,即用于图像深度估计的两幅图像在成像过程中可以满足任意阶的线性微分关系。此模型拓宽了光学微分的概念,使两次成像之间关系有了更多的光学微分形式。围绕如何选择合适的光学微分关系以使系统的整体性能达到最优,分析了光学成像系统的参量对于图像深度估计的精度以及纵向分辨力的影响,并且对光学微分方法中的关键光学元件-光学掩模板的构建方法及优化问题也作了初步的探讨。

关键词: 成像光学; 被动成像; 深度估计; 光学微分; 光学掩模板

中图分类号: TP75 文献标识码: A

Range Estimation by Optical Differentiation

Yang Qingguo Liu Liren Lang Haitao

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: The application of optical differentiation method in passive range estimation was discussed. The concept of optical differentiation is extended to a more general model based on the linear property of imaging system. In this model, the distribution of the images' intensity for depth recovery can be formulated as an arbitrary order linearly differential form and it gives us more selections of the optical differential form between the two processes of imaging. For the improvement of the ranging system, the influence of the optical system's parameter on the ranging precision and the longitudinal resolution is analyzed. The design and optimization of the optical masks are also briefly investigated.

Key words: imaging optics; passive imaging; range estimation; optical differentiation; optical mask

1 引 言

提取二维图像中的第三维深度信息一直是人们所关注的课题,传统被动成像方式的图像深度估计方法主要是利用双目视差以及运动视差的原理,即利用两个相机同时不同的空间位置或者利用一个相机移动对同一场景成像,然后在拍摄到的两幅或多幅相异图像中寻找对应点,利用空间的几何关系计算出景物到镜头的距离,即图像的深度。很显然,图像之间的差异是由相机在两个或者一系列离散的不同观察位置对场景成像获得的,可以说是属于光学离散差分图像深度估计的范畴。这些方法都需要确定相机的精确位置,而且由于图像是由相机在不同的空间位置拍摄的,图像之间存在着“特征匹

配”和“图像遮挡”等困扰^[1],由此增加了系统的复杂性及计算量。Farid 提出了一种连续的光学微分方法^[2],图像对相机观察位置的连续微分关系是通过借用一对光学掩模板和一个静态相机来获得的,因为是同一相机的两次成像,所以不存在上面的缺点,且其算法简单,易于实现其在实时性较高的系统中的应用。这种方法的一个缺点是只考虑了两种特殊的光学微分形式,一定程度地限制了光学微分方法的应用。

本文是对这一方法的理论延伸,把光学微分模型推广到了一般的形式,从而使得光学微分形式的选择更加灵活多样,为提高整个系统的性能增加了更多的可能性。基于这种微分模型,文中具体分析

作者简介: 阳庆国(1979~),男,中国科学院上海光学精密机械研究所硕士研究生,主要从事三维成像、计算机视觉的研究。E-mail: yungore@ustc.edu

收稿日期: 2004-11-05; 收到修改稿日期: 2005-01-18

了两个特例,并对系统进行了精度分析,简单地讨论了光学掩模板的构建方法及其优化设计问题。

2 光学微分

考虑在一标准成像系统的镜头前紧贴放置一块光强透过率连续变化的光学掩模板 $M(u)$, 它的透过率函数值是 $[0, 1]$ 之间的实数, 光照射到镜头上则在不同的空间位置依据掩模板的透过率被不同程度地衰减。作几何光学近似后, 点光源经过这样的成像系统后, 在离焦的探测平面上的光强分布是和掩模函数形状成比例缩放的光斑图样。如果用 $h(x)$ 表示这个系统的一维几何点扩散函数, 则有

$$h(x) = \frac{1}{\alpha} M\left(\frac{x}{\alpha}\right), \quad (1)$$

$$\alpha = 1 - \frac{s}{f} + \frac{s}{Z}, \quad (2)$$

α 为光斑图样尺寸与光阑孔径尺寸的比例缩放因子, f 为透镜焦距, s 为像探测平面到镜头的距离。 α 是物距 Z 的单值函数。注意这里的 α 可正可负, 前者对应于探测平面位于聚焦像面的前面, 而后者则对应于探测平面位于聚焦像面的后面。

2.1 光学微分的一般模型

一般的成像系统都是线性系统。考虑两块光学掩模板, 其掩模函数满足以下关系, 即其中一块的透过率函数是另外一块的透过率函数的各阶微分的线性组合:

$$M_1(u) = M(u),$$

$$M_2(u) = a_m M^{(m)}(u) + a_{m-1} M^{(m-1)}(u) + \dots + a_0 M(u),$$

其中 $a_k (k = 1, \dots, m)$ 为不全为零的常数。对于线性成像系统, 探测平面上接受的光强分布是许多的点源通过成像系统后光斑强度分布的叠加。如果用 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 分别表示对应于光学掩模板为 $M_1(u)$ 和 $M_2(u)$ 成像后的光强分布, 由(1)式定义有

$$g_1(x) = \int \frac{1}{\alpha(x_p)} M\left[\frac{x-x_p}{\alpha(x_p)}\right] f(x_p) dx_p, \quad (3)$$

$$g_2(x) = \int \frac{1}{\alpha(x_p)} \left\{ \sum_{k=0}^m a_k M^{(k)}\left[\frac{x-x_p}{\alpha(x_p)}\right] \right\} \times f(x_p) dx_p, \quad (4)$$

其中 $f(x_p)$ 是景物的理想几何像的光强分布。如果比例因子 α 在几何像点 x_p 点附近保持不变(前平面近似), 则从(3)式和(4)式中很容易得出下面的关系:

$$\sum_{k=0}^m a_k \alpha^k g_1^{(k)}(x) = g_2(x), \quad (5)$$

(5) 式中 $g_1(x)$ 和 $g_2(x)$ 及它们对图像空间坐标的各阶导数都是可测量的量, 因此可以从中求解包含有图像深度信息比例因子 α 来。由于图像的高阶微分对噪声比较敏感, 所以基于实际的考虑, 一般只用到图像的一阶和二阶微分, 下面结合物理思想给出两个实例。

2.2 光学视点微分

点光源通过中心在位置为 ν 的光学掩模板 $M(u)$ 成像后, 离焦探测面上的光强分布为

$$h(x; \nu) = \frac{1}{\alpha} M\left(\frac{x}{\alpha} - \nu\right), \quad (6)$$

ν 在这里等效于立体视觉中相机的观察位置。假设光学掩模函数连续可微, 且在孔径边界趋于零。图像光强分布对光学掩模板位置的微量变化可以在(6)式中对 ν 在 $\nu = 0$ 处求一阶导数:

$$I_\nu(x) = \left. \frac{\partial h(x; \nu)}{\partial \nu} \right|_{\nu=0} = -\frac{1}{\alpha} M'\left(\frac{x}{\alpha}\right), \quad (7)$$

从(7)式可以看出, 图像对相机观察位置的微分量可以直接通过第二块掩模板 $M'(u)$ 直接得到, 同样图像对空间坐标的微分量为

$$I_x(x) = \left. \frac{\partial h(x; \nu)}{\partial x} \right|_{\nu=0} = \frac{1}{\alpha^2} M'\left(\frac{x}{\alpha}\right), \quad (8)$$

联合(7)和(8)式得出

$$- \alpha I_x(x) = I_\nu(x)$$

从上面的关系中知道, α 是这两个微分量之间的比值。具体的计算流程可以参考图 1。为了增加算法对噪声的抗干扰能力, 一般是在图像的一个邻域内进行平均计算。下面给出光学视点微分法的二维最小二乘算法:

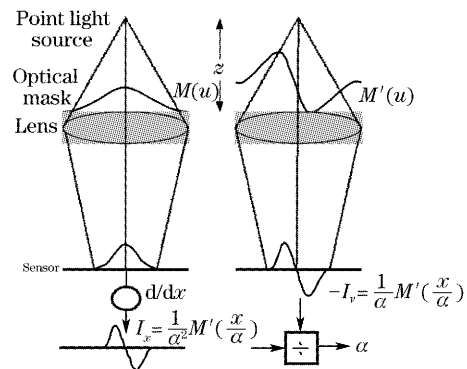


图 1 图像深度估计的光学视点微分方法
Fig. 1 Range estimated by optical viewpoint differentiation

$$\alpha = - \sum_{(x,y) \in P} [I_u(x,y)I_x(x,y) + I_w(x,y)I_y(x,y)] / \left(\sum_{(x,y) \in P} \{[I_x(x,y)]^2 + [I_y(x,y)]^2\} + \epsilon^2 \right)$$

其中 P 为像点 (x, y) 附近的邻域, I_u 和 I_w 分别为光学视点微分的横向分量和纵向分量, I_x 和 I_y 分别是图像对空间坐标的横向偏微分以及纵向偏微分, ϵ 为避免解的奇异性而附加的一小量。

2.3 光学孔径尺寸微分

改变成像系统的通光孔径大小能够改变图像的景深和离焦量。基于离焦的图像深度估计技术正是它的离散形式^[3~6]。下面给出一种对光阑孔径尺寸连续微分的方法。对于孔径尺寸为 σ 的光学掩模板 $M_1(u) = \frac{1}{\sigma}G\left(\frac{u}{\sigma}\right)$ 的成像系统, 由前面的成像模型可知, 其一维几何点扩散函数为

$$h_1(x) = \frac{1}{\alpha}M_1\left(\frac{x}{\alpha}\right) = \frac{1}{\alpha\sigma}G\left(\frac{x}{\alpha\sigma}\right), \quad (10)$$

式中因子 $1/\sigma$ 是为了保证孔径尺寸的变化不会引起平均光强的变化。(10) 式对光阑孔径尺寸 σ 进行偏微分, 得到微分量:

$$\frac{\partial h_1(x)}{\partial \sigma} = \frac{1}{\alpha\sigma^2} \left[-G\left(\frac{x}{\alpha\sigma}\right) - \frac{x}{\alpha\sigma}G'\left(\frac{x}{\alpha\sigma}\right) \right] = \frac{1}{\sigma} \frac{1}{\alpha} \left[-M_1(u) - uM'(u) \right], \quad (11)$$

由(11) 式知道, 如果第二块掩模板 $M_2(u)$ 具有一 $M_1(u) - uM'(u)$ 的形式, 则除了相差一常数外, 通过第二块掩模板所成的像即是对光学孔径的微分量。

与前面的光学掩模板设计不同, 为了用光学孔径尺寸微分的方法进行图像深度估计, 光学掩模板的透过率函数必需满足线性的约束条件, 本文同样从数学上的简单和实际的考虑, 只引入了二阶微分线性约束:

$$-M_1(u) - uM'(u) = \sigma^2 M_1''(u) + \mu M_1'(u) + nM_1(u), \quad (12)$$

这是一个变系数二阶齐次微分方程, 为了使方程有解, 且满足实际的物理条件(即光学掩模板的透过率在边界上趋于零), 所以方程(12) 右边的常数 σ, μ 为实数, n 为正偶数(如果是奇数, 则两块掩模板函数都为奇函数, 它们的线性组合也是奇函数, 所以总会出现负的透过率, 这与实际的物理条件不符合)。方程的通解为

$$M_1(u) = \frac{c_1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{u^2 + 2\mu u}{2\sigma^2}\right) H_n\left(\frac{u + \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right) + \frac{c_2}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{u^2 + 2\mu u}{2\sigma^2}\right) {}_1F_1\left[-\frac{n}{2}; \frac{1}{2}; \left(\frac{u + \mu}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2\right],$$

其中第二个解一般是用误差函数表示的非解析解, 可以略去。所以对于光学孔径微分方法来说, 第一块掩模板的透过率函数的一般形式是一个高斯函数与一个厄米多项式的乘积。其中二阶微分系数 σ 是高斯函数的标准方差, 也是光阑孔径的有效尺寸。一阶微分系数 μ 为光学掩模板的中心位置。

由约束条件(12) 知道, 第二块掩模板的透过率函数是第一块的两阶微分的线性组合:

$$M_2(u) = \frac{1}{\sigma} [\sigma^2 M_1''(u) + \mu M_1'(u) + nM_1(u)], \quad (13)$$

(13) 式和(5) 式对比可以得到 α 的一元二次方程:

$$\alpha^2 \sigma^2 \frac{d^2 I(x)}{dx^2} + \alpha \mu \frac{dI(x)}{dx} + nI(x) = \sigma I_\sigma(x), \quad (14)$$

式中 I_σ 表示通过第二块光学掩模板成像后的图像强度分布, 也是对光阑孔径尺寸的微分量。方程根的取舍可以根据相机的具体设置来判断, 例如可以设置相机聚焦于无穷远, 即像探测平面在像方一倍焦距处, 由(2) 式可知, α 永远取正值。

考虑一种特殊的中心在原点的高斯掩模函数, 即(14) 式中的 $\mu = 0, n = 0$ 。即得到 Farid 给出光学孔径尺寸微分掩模函数, 它是(14) 式的一个特解。同样可以推出它的二维最小二乘算法:

$$\alpha^2 = \frac{\sum_{(x,y) \in P} I_\sigma(x,y) \nabla^2 I(x,y)}{\sum_{(x,y) \in P} \sigma [\nabla^2 I(x,y)]^2 + \epsilon^2},$$

这里 ∇^2 表示图像拉普拉斯算子。值得注意的是, 通过改变光学孔径尺寸的基于离焦的图像深度估计方法也导出了类似的结果^[7,8]。不同的是, 它只是图像随光学孔径变化的离散差分形式。

3 光学掩模板及其优化设计

光学微分方法中最重要的光学元件是光学掩模板, 它的光学透光率函数的设计对于整个系统的性能有着重要的影响。首先它的设计必须符合物理的实际条件, 即它的透过率函数值必须是 $[0, 1]$ 之间的实数。但是大多数的微分板, 如实例中的光学视点微分法和光学孔径尺寸微分法中的光学掩模板都会出现负值, 所以不能直接用它们, 而如果直接加以常数使之满足条件的话, 又会破坏两块掩模板之间的线性微分关系。由于成像系统的线性性质, 可以使用一种线性构建的方法。例如对于光学视点微分, 可以

由掩模板对 $M(u), M'(u)$ 构造两块正板 $M_1(u)$ 和 $M_2(u)$:

$$\begin{cases} M_1(u) = \frac{1}{b_1}[M(u) + c_1M'(u)], \\ M_2(u) = \frac{1}{b_2}[M(u) - c_2M'(u)], \end{cases}$$

其中,选取合适的 c_1, c_2 使 $M_1(u), M_2(u)$ 大于零,最好的情况是使它们的最小值为零。 b_1 和 b_2 为归一化常数。对于高阶的情形,也可以直接选择合适的组合系数 a_k 使 $M_1(u), M_2(u)$ 同时都为正值函数。

其次,满足上面这些条件的掩模函数形式很多,到底什么样的函数形式能使系统的性能达到最优,这也是一个值得考虑的问题。从提高系统的信噪比和测距精度的角度来考虑的话,从后面的精度分析来看,光学孔径尺寸大小以及光的总透过率是一个非常关键的因素。所以可以提出使系统有最大的光透过率的标准来衡量掩模函数的优劣。下面具体讨论一种平衡两块光学掩模板使它们之间的光透过率之差最小的衡量标准

$$\nu = \int_{-r}^r [M_2(u)^2 - M_1(u)^2] du = \int_{-r}^r F(u) du,$$

其中 r 是光学孔径的半径,

$$F(u) = \left[\sum_{k=0}^m a_k M^{(k)}(u) \right]^2 - M(u)^2,$$

借助于变分工具^[9],要使泛函 ν 最小,它的一次变分应等于零,即 $M(u)$ 满足欧拉-泊松方程:

$$F_M - \frac{d}{du} F_{M'} + \frac{d^2}{du^2} F_{M''} - \dots + (-1)^m \frac{d^m}{du^m} F_{M^{(m)}} = 0,$$

例如对于光学视点微分方法,有 $F(u) = M'(u)^2 - M(u)^2$,它应该满足下面的方程:

$$M''(u) + M(u) = 0,$$

此方程的通解为 $M(u) = c_1 \cos u + c_2 \sin u$ 。考虑 $M(u) = \cos u, M'(u) = -\sin u$,直接用它们来构建两块正的掩模板时会出现问题,因为在 $[-\pi, \pi]$ 区间内 $\cos(\pi/2) = 0, -\sin(\pi/2) = -1$,所以不可能用线性组合的方式来构造非负的掩模板。但是可以从解中导出另外一个可行的三角函数形式:

$$M_1(u) = \frac{1}{2}(1 + \cos u), \quad M_2(u) = -\frac{1}{2}\sin u.$$

图 2 画出了这种函数以及他们构成的非负光学掩模函数,为了比较,同时附上了高斯函数形状的图形,计算表明,这种上移的余弦函数的光透过效率为 0.5,而高斯形状只有 0.36。所以这种函数形式的掩模板具有更高的信噪比。当然还可以提出其它的一些衡量标准,借助于变分方法来寻找合适的解。

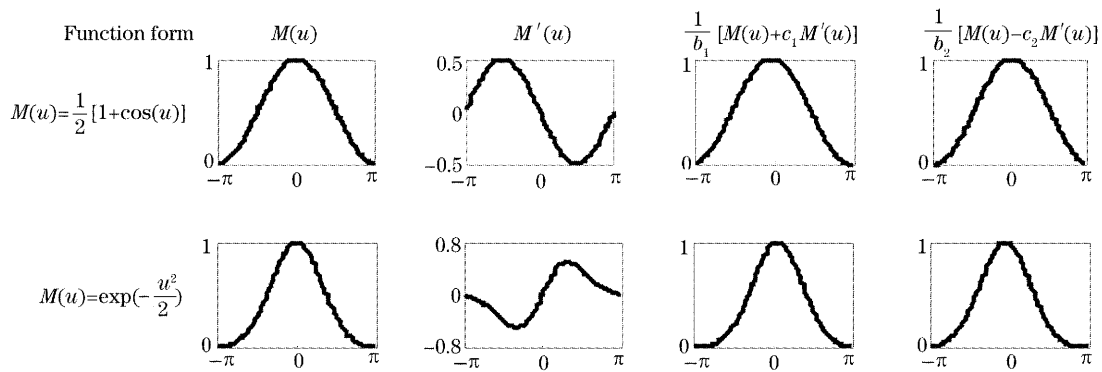


图 2 视点微分的最优光学掩模函数

Fig. 2 Optimal masks function for viewpoint differentiation

4 精度分析和纵向分辨力

4.1 精度分析

由前面的光学视点微分方法知道,光学微分方法和立体视觉方法的基本框架结构都是基于双目视差的原理。由基本的三角几何关系知道物距 $Z = sb/\Delta$, 这里 s 是透镜到像探测平面的距离; b 是两相机对间的距离,即基线距离; Δ 是图像对间的差异。

在光学微分法里光学掩模板的宽度就相当于基线距离。比例因子就是造成图像差异的原因。所以图像之间的差异 Δ 对于估计的距离 Z 的精度可以表示为

$$\left| \frac{\partial Z}{\partial \Delta} \right| = \left| \frac{sb}{\Delta^2} \right| \propto \frac{Z^2}{sb},$$

由上式知道,精度跟物距的平方成正比,跟掩模板的宽度和像探测平面到镜头距离成反比。所以宽的光学掩模板和大的光透过效率对提高系统的测距精度

有着非常大的影响。

4.2 纵向分辨力

由于光学微分方法同时也是基于系统的离焦测量,当两个光轴方向上相距足够近的物体成像在探测面上时。由于离焦模糊的影响,探测器就有可能分辨不出这两个物体。图像模糊半径 r_b 跟光阑孔径半径 R 存在一个比例关系:

$$r_b = |\alpha| R = \frac{R}{1/f - 1/Z} \left| \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{Z} \right) - s \right|,$$

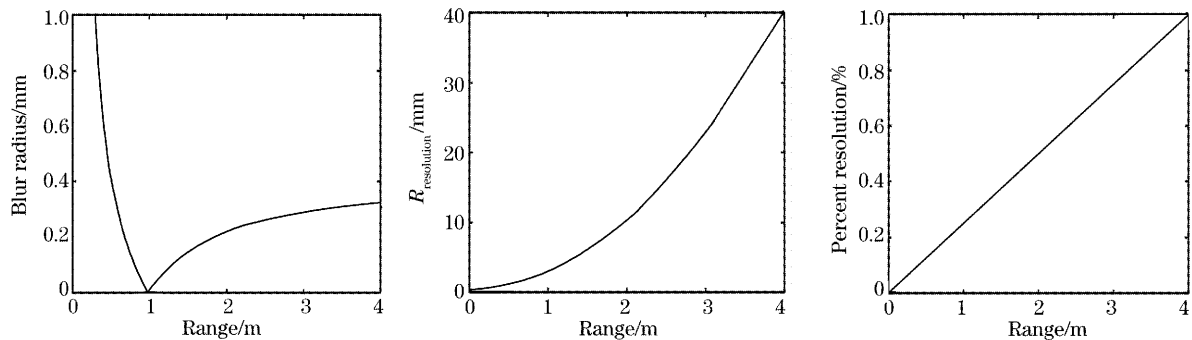


图3 图像深度估计系统的纵向分辨力示意图。(a)图像的模糊量随距离的变化曲线(这里选择系统参量使得聚焦面在物距1 m处,即1 m远处的模糊半径为0), (b), (c)纵向分辨力和相对分辨力随距离的变化曲线(成像系统参量:

$$f=50 \text{ mm}; s=50 \text{ mm}; R=80 \text{ mm}, \lambda=0.01 \text{ mm})$$

Fig.3 Illustration of the longitudinal resolution of ranging system. (a) The amount of blur as a function of depth (where the imaging parameters were chosen so that the focal plan at 1 m, i. e. blur radius is 0 at 1 m), (b), (c) the resolution and percent resolution for a fixed set of imaging parameters($f=50 \text{ mm}; s=50 \text{ mm}; R=80 \text{ mm}, \lambda=0.01 \text{ mm}$)

5 结 论

本文从理论上分析了光学微分思想在图像深度估计中的应用,基于线性成像理论建立了光学微分的一般模型。较之于 Farid 的光学微分方法,此模型对于两次成像之间的微分关系有了更多,更灵活的选择;而光学掩模板的优化设计问题则给出了选择怎样的掩模函数和微分关系才能使系统的性能达到最优。因此本文对于应用光学微分方法进行图像深度估计有着重要的理论指导意义。

参 考 文 献

- 1 Zeng Jiyong, Su Xianyu. A new rectification method of stereo pairs without calibration for cameras[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(5): 628~632 (in Chinese)
曾吉勇,苏显渝. 一种无相机标定的立体图像对校正新方法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(5): 628~632
- 2 H. Farid, E. P. Simoncelli. Range estimation by optical differentiation[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1998, **15**(7): 1777~1786

如果用 λ 表示探测器的子像素分辨力。则系统的纵向分辨力可以表示为

$$R_{\text{resolution}} = \left| \frac{\lambda}{\partial r_b / \partial Z} \right| = \frac{Z^2 \lambda}{R s}.$$

图3给出了模糊量随距离的变化曲线以及纵向分辨力和相对分辨力随距离的关系。同样可以看出,系统的纵向分辨力跟光阑孔径尺寸,像探测平面到镜头距离以及探测器的分辨能力有关。

- 3 A. Pentland, S. Scherock, T. Darrell *et al.*. Simple range cameras based on focal error[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1994, **11**(11): 2925~2934
- 4 M. Subbarao, T. C. Wei, G. Surya. Focused image recovery from two defocused images recorded with different camera settings [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, **4**(12): 1613~1628
- 5 V. M. Bove. Entropy-based depth from focus[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1993, **10**(4): 561~566
- 6 A. N. Rajagopalan, N. Chaudhuri. Optimal recovery of depth from defocused images using an MRF model[J]. *IEEE Sixth International Conference on Computer Vision*, 1998, **4**(7): 1047~1052
- 7 G. Surya, M. Subbarao. Depth from defocus by changing camera aperture: a spatial domain approach[C]. *Proceedings of the IEEE Computer Society Conference on CVPR*, New York, 1996, **15**(17): 61~67
- 8 M. Watanabe, S. K. Nayar. Minimal operator set for passive depth from defocus[J]. *IEEE Computer Society Conference on CVPR*, 1996, **18**(20): 431~438
- 9 Chen Weigong. *The Principle of Mechanical Calculus of Variation* [M]. Shanghai: Tongji University Press, 1989. 50~55 (in Chinese)
陈位官. *力学变分原理* [M]. 上海: 同济大学出版社, 1989. 50~55