

文章编号: 0253-2239(2005)09-1161-5

三个非平行波导间的耦合

贾玉斌

(北京大学微电子研究院, 北京 100871)

摘要: 提出一种分析非平行波导的简明方法——耦合系数推广法, 把非平行波导几何图形的变化直接转化成波导耦合系数中波导间距的变化, 即对耦合系数进行了巧妙的推广, 把波导间距的变化以指数的形式潜入到耦合微分方程中, 建立了非平行三波导系统的耦合方程。这些耦合方程包含了非平行波导传输的全部信息, 即非平行波导输出光的振幅和相位, 非平行传输波导的长度及其夹角, 非平行波导输入端口的间距, 能量转换与波导参量的关系等。对这些微分方程作巧妙的数学变换, 得到非平行三波导耦合系统输出光的完整分析解, 分析和讨论了对称和不对称输入初始条件下三个非平行波导的耦合情况。由此可以优化非平行波导的设计参量。

关键词: 集成光学; 非平行波导; 耦合方程; 能量转换

中图分类号: TN256 文献标识码: A

Coupling Among Three Nonparallel Waveguides

Jia Yubin

(Institute of Microelectronics, Peking University, Beijing 100871)

Abstract: A novel concise analytical method of the coupling among three nonparallel waveguides — extended coupling coefficient method is reported. The change of nonparallel-waveguide geometric shape is directly translated into the one of the interval among the parallel waveguides in the coupling coefficient, in other words, the coupling coefficient is extended technologically, the change of the distance among parallel waveguides is included in coupling equations by exponent, and the novel coupling-mode equations are derived for three nonparallel waveguides. These coupling-mode equations include all information such as the amplitude and phase of the nonparallel waveguides, the distances among input ports and the angle, the propagation distance and the power translating with these parameters, etc. . Using the skilled mathematic conversion, the perfect analytical solutions are obtained by solving the equations. The coupling among three nonparallel waveguides is analyzed and discussed for symmetrical and asymmetrical initial conditions. In accordance with these analytic solutions, the optimum parameters can be presented for the nonparallel waveguide structures.

Key words: integrated optics; non-parallel waveguides; coupled equation; power exchange

1 引言

光波导器件常常包含非平行结构, 如方向耦合器、干涉调制器和 X 型光开关^[1], 以及微机械光开关^[2]的等的输入/输出部分。由于集成光学器件的发展, 光波导耦合理论得到了进一步的发展, 有两种具有代表性的理论, 一种是 1986 年由 Hardy 和 Streifer^[3,4] 提出了矢量理论, 后来由 Haus^[5] 和 Chuang^[6] 分别对这种理论做了进一步的完善; 另一种是 1988 年由 Syms 和 Peall^[7,8] 提出的标量理论。

这些理论方法对光波导的耦合问题, 特别是锥形结构的光波导耦合作了较为精确的描述。1990 年 Huang 进一步用 Haus 矢量分析方法, 对非平行双波导锥形耦合器作了进一步的理论研究。尤其对波前倾斜效应^[9] 和能量转换^[10] 作了较为深入的分析计算, 但这些分析方法都是把非平行波导的几何图形的变化转化成折射率的变化, 分析和计算比较复杂, 一般都是给出数值结果。

本文提出了一种新的解决非平行波导耦合问题

作者简介: 贾玉斌(1964~), 男, 山西人, 北京大学微电子研究院副教授, 博士, 主要从事集成光学、微光机电系统、微机电系统方面研究。E-mail: ybjia@ime.pku.edu.cn

收稿日期: 2004-04-12; 收到修改稿日期: 2004-09-24

的方法——耦合系数推广法。这种方法是基于平行波导的各个波导的理想模,把非平行波导几何图形的变化直接转化成平行波导耦合系数中波导间距的变化,即,对耦合系数进行了巧妙的推广,建立了三个非平行波导的耦合方程,分析和讨论了对称和不对称输入初条件下三个非平行波导的耦合,得到一些有益的结果。

2 基本理论

2.1 三个平行波导的耦合方程

下面的分析是基于二维波导结构,但这些分析结果也适用于三维波导结构(用有效折射率方法可以把三维波导结构转化为二维波导结构)。三个平行波导的耦合方程为^[11]

$$\frac{dA_1}{dz} = -jK_1 A_2 \exp(-j2\delta_1 z), \quad (1)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -jK_1 A_1 \exp(j2\delta_1 z) - jK_3 A_3(z) \exp(j2\delta_3 z), \quad (2)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -jK_3 A_2 \exp(-j2\delta_3 z), \quad (3)$$

式中 A_1, A_2 和 A_3 分别是三个光波导中场的振幅, $2\delta_1 = \beta_2 - \beta_1, 2\delta_3 = \beta_2 - \beta_3$, 其中 β_1, β_2 和 β_3 为波导 1、波导 2 和波导 3 的传播常量, K_1 和 K_3 分别是波导 1 和波导 2, 波导 2 和波导 3 间的耦合系数。

2.2 耦合系数和波导结构参量间的关系

对于同样的波导材料和尺寸两个平行波导间的耦合系数与波导结构参量关系如下^[12]:

$$K = \frac{2ph^2}{\beta(\omega + 2/p)(h^2 + p^2)} \exp(-ps), \quad (4)$$

式中 $p^2 = \beta^2 - n_2^2 k^2, h^2 = n_1^2 k^2 - \beta^2, k = 2\pi/\lambda, \beta$ 是每个波导的传播常量, s 是两个平行波导间的距离。 ω 为波导的宽度, n_1, n_2 为波导材料的折射率。(4) 式是建立非平行波导耦合方程的物理基础。

3 三个非平行波导的耦合方程

三个非平行波导间的耦合系统见图 1, 因为波导 1 和波导 3 间的耦合较小, 为了简化分析忽略了这种耦合, 假定三个非平行波导的材料和尺寸是相同的, 波导间的夹角较小, 波导 1 和波导 2, 波导 2 和波导 3 两两相互作用的模式相位沿作用长度准确地匹配。即 $2\delta_1 = 0$ 和 $2\delta_3 = 0, K_1 = K_3 = K$ 。(4) 式表明, 两个平行波导间的耦合系数与波导间的距离成负指数关系, 图 1 中的三个非平行波导间的耦合可以

看成是波导 1 和波导 2 及波导 2 和波导 3 无数个间距不同的平行波导的叠加。在(4)式中波导 1 和波导 2 间的距离做如下变换: $s \rightarrow s + z \tan \theta$, 可以得到

$$K_{\text{no-parallel}} = \frac{2ph^2}{\beta\omega(h^2 + p^2)} \exp(-ps - pz \tan \theta) = K \exp(-pz \tan \theta), \quad (5)$$

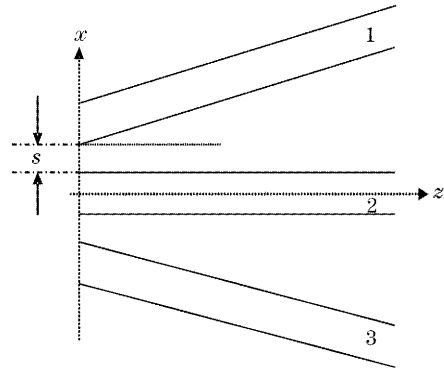


图 1 非平行三波导耦合系统

Fig. 1 Three nonparallel waveguide coupling systems

根据上面的分析, 结合(1)式~(3)式得到三个非平行波导的耦合方程为

$$\frac{dA_1}{dz} = -jKA_2 \exp(-pz \tan \theta), \quad (6)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -jK(A_1 + A_3) \exp(-pz \tan \theta), \quad (7)$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -jKA_2 \exp(-pz \tan \theta), \quad (8)$$

上面的方程包含了非平行波导的全部信息, 包括非平行波导间的夹角、输入端的间距、波在波导中的传输长度、能量转换和波导参量间的关系。由此可以得到非平行三波导耦合系统完整分析解。

4 非平行三波导耦合系统的解及讨论

(6)式和(8)式相加得到

$$\frac{d(A_1 + A_3)}{dz} = -j2KA_2 \exp(-pz \tan \theta), \quad (9)$$

引入参量:

$$A_1 + A_3 = Q,$$

并且作变量代换:

$$t = -\frac{1}{p \tan \theta} \exp(-pz \tan \theta),$$

解(7)式和(9)式得到

$$A_2 = C_3 \cos(\sqrt{2}Kt) + C_4 \sin(\sqrt{2}Kt), \quad (10)$$

$$Q = A_1 + A_3 = C_5 \cos(\sqrt{2}Kt) + C_6 \sin(\sqrt{2}Kt), \quad (11)$$

下面在不同的初条件下给出(10)式和(11)式的

特解。

4.1 对称初条件(010)及解

假定光从波导 2 输入,为了描述方便对称初始条件写成如下矩阵形式:

$$\mathbf{A}(0) = \begin{bmatrix} A_1(0) \\ A_2(0) \\ A_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

即有 $A_2|_{z=0} = 1, dA_2/dz|_{z=0} = 0, Q|_{z=0} = A_1(0) + A_3(0) = 0, dQ/dz|_{z=0} = -j2K$ 。考虑光从波导 2 输入,且三个波导的模式相位沿作用长度准确匹配,所以波导 1 和波导 3 在 z 处的输出情况完全一样,即

$$A_1(z) = A_3(z) = Q/2.$$

由此可以得到(10)式和(11)式在对称初始条件的特解,写成矩阵形式如下:

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} A_1(z) \\ A_2(z) \\ A_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left\{\frac{\sqrt{2}K}{p\tan\theta}[1-\exp(-pz\tan\theta)]\right\} \\ \cos\left\{\frac{\sqrt{2}K}{p\tan\theta}[1-\exp(-pz\tan\theta)]\right\} \\ -j\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\left\{\frac{\sqrt{2}K}{p\tan\theta}[1-\exp(-pz\tan\theta)]\right\} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

对应的对称初始条件的光功率为:

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} P_1(z) \\ P_2(z) \\ P_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\sin^2\left\{\frac{\sqrt{2}K}{p\tan\theta}[1-\exp(-pz\tan\theta)]\right\} \\ \cos^2\left\{\frac{\sqrt{2}K}{p\tan\theta}[1-\exp(-pz\tan\theta)]\right\} \\ \frac{1}{2}\sin^2\left\{\frac{\sqrt{2}K}{p\tan\theta}[1-\exp(-pz\tan\theta)]\right\} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

讨论:在满足对称初始条件时:

1) 非平行三波导耦合系统是自洽的,即

$$|A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2 = 1;$$

2) 在三波导系统中,波导 1 和波导 3 输出振幅的绝对值是波导 2 输出振幅绝对值的 $\sqrt{2}/2$ 倍;相位差 $\pi/2$;

3) 当 $z \rightarrow \infty$ 时:

$$P_2 = \cos^2(\sqrt{2}K/p\tan\theta),$$

$$P_1 = P_3 = \sin^2(\sqrt{2}K/p\tan\theta)/2,$$

可见当 z 足够大时,如果波导材料和几何参量不变,

输出功率仅是 θ 的函数。

典型算例:

在对称输入条件下,即 $A_2(0) = 1$ 和 $A_1(0) = A_3(0) = 0$,取参量 $w = 6 \mu\text{m}, n_1 = 1.4888, n_2 = 1.4660, N = 1.4863$,计算结果见图 2。

从图 2 可以看出,波导的间距 s 和波导夹角 θ 越大,波导之间的耦合越小;传输距离 z 足够大时,三波导间的输出光功率将不再变化。

4.2 非对称初始条件(100)及解

假如光从波导 1 输入(从波导 3 输入分析方法相同),初始条件写为

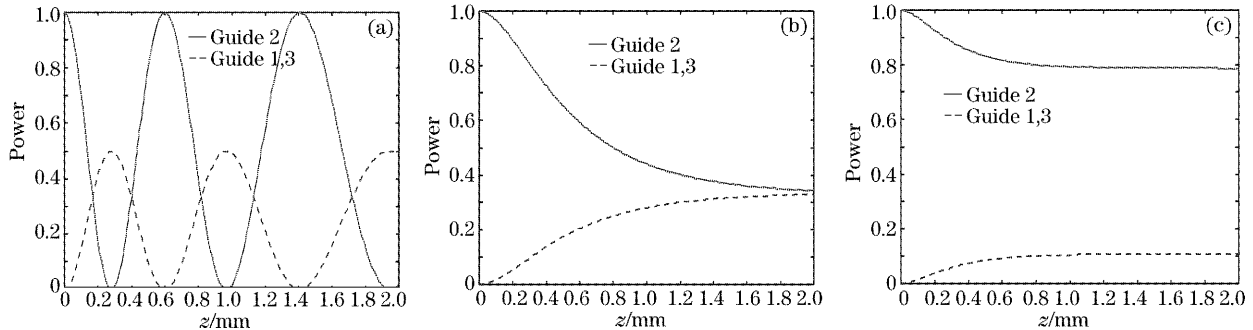


图 2 (010)输出光功率随波导参数的变化情况。(a) $s=0.1 \mu\text{m}, \theta=0.1^\circ$, (b) $s=1 \mu\text{m}, \theta=0.5^\circ$, (c) $s=1 \mu\text{m}, \theta=1^\circ$

Fig. 2 The variations of the (010) optical power output with waveguide parameters.

(a) $s=0.1 \mu\text{m}, \theta=0.1^\circ$, (b) $s=1 \mu\text{m}, \theta=0.5^\circ$, (c) $s=1 \mu\text{m}, \theta=1^\circ$

$$\mathbf{A}(0) = \begin{bmatrix} A_1(0) \\ A_2(0) \\ A_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (15)$$

即 $A_2|_{z=0} = 0, dA_2/dz|_{z=0} = -jK, A_3(0) = 0, Q|_{z=0} = A_1(0) + A_3(0) = 1, dQ/dz|_{z=0} = 0$ 。在此需要特别说明：与光从波导 2 输入不同，这里 A_1 和

A_3 不具有初条件的对称性，因此不能按照对称初条件的方法直接求出 A_1 和 A_3 。结合能量守恒：

$$|A_1|^2 + |A_2|^2 + |A_3|^2 = 1,$$

可以得到(10)式和(11)式在非对称初始条件的特解，写成矩阵形式如下：

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} A_1(z) \\ A_2(z) \\ A_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \left\{ \frac{\sqrt{2}K}{2p \tan \theta} [1 - \exp(-pz \tan \theta)] \right\} \\ -j \frac{1}{2} \sin \left\{ \frac{\sqrt{2}K}{p \tan \theta} [1 - \exp(-pz \tan \theta)] \right\} \\ -\sin^2 \left\{ \frac{\sqrt{2}K}{2p \tan \theta} [1 - \exp(-pz \tan \theta)] \right\} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

对应非对称初始条件的光功率为

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} P_1(z) \\ P_2(z) \\ P_3(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^4 \left\{ \frac{\sqrt{2}K}{2p \tan \theta} [1 - \exp(-pz \tan \theta)] \right\} \\ \frac{1}{2} \sin^2 \left\{ \frac{\sqrt{2}K}{p \tan \theta} [1 - \exp(-pz \tan \theta)] \right\} \\ \sin^4 \left\{ \frac{\sqrt{2}K}{2p \tan \theta} [1 - \exp(-pz \tan \theta)] \right\} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

讨论：

在满足非对称初始条件时：

1) 从波导 1 和波导 3 输出振幅的绝对值是从波导 2 输出振幅绝对值的 $\sqrt{2}$ 倍；从波导 1 和波导 3 输出振幅的变化周期是从波导 2 输出振幅变化周期的 2 倍(这一点和对称输入条件的输出不同，对称条件三个输出端振幅的变化周期相同)；

2) 当 $z \rightarrow \infty$ 时：

$$P_1 = \cos^4 [\sqrt{2}K / (2p \tan \theta)],$$

$$P_2 = \sin^2 [\sqrt{2}K / (p \tan \theta)] / 2,$$

$$P_3 = \sin^4 [\sqrt{2}K / (2p \tan \theta)],$$

可见当 z 足够大时，如果波导材料和几何参量不变，输出功率仅是 θ 的函数。

典型算例：

在非对称输入条件下，即 $A_1(0) = 1$ 和 $A_3(0) = A_2(0) = 0$ ，取参量 $\omega = 6 \mu\text{m}, n_1 = 1.4888, n_2 = 1.4660, N = 1.4863$ ，计算结果见图 3。

从图 3 可以看出，波导的间距 s 和波导夹角越大，波导之间的耦合越小；传输距离 z 足够大时，三波导间的输出光功率将不再变化。

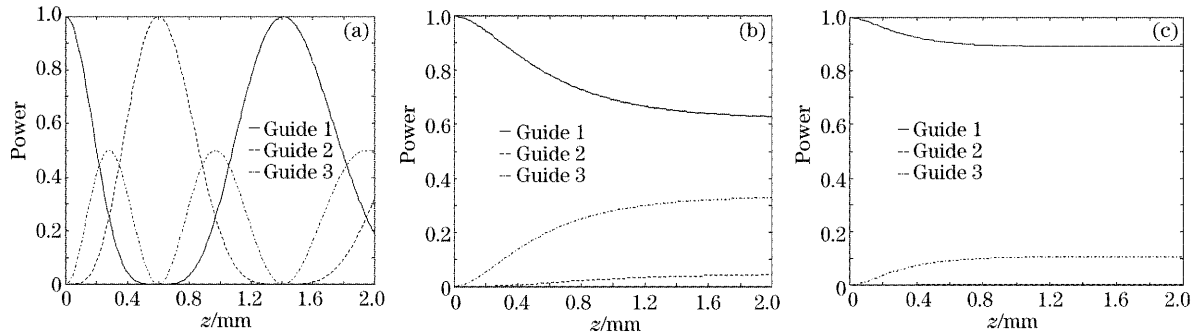


图 3 (100) 输出光功率随波导参数的变化情况。(a) $s=0.1 \mu\text{m}, \theta=0.1^\circ$, (b) $s=1 \mu\text{m}, \theta=0.5^\circ$, (c) $s=1 \mu\text{m}, \theta=1^\circ$

Fig. 3 The variations of the (100) optical power output with waveguide parameters.

(a) $s=0.1 \mu\text{m}, \theta=0.1^\circ$, (b) $s=1 \mu\text{m}, \theta=0.5^\circ$, (c) $s=1 \mu\text{m}, \theta=1^\circ$

5 结 论

本文给出了分析非平行波导耦合的简明方法——耦合系数推广法,把非平行波导几何图形的变化直接转化成平行波导耦合系数中波导间距的变化,即,对耦合系数进行了巧妙的推广,建立了新的非平行三波导耦合系统方程,从而把波导间距的变化以指数的形式潜入耦合微分方程中;再对这些微分方程作一巧妙的变换,得到三个非平行波导耦合系统对称和非对称输入条件非常完整的分析解。分析和讨论了对称和非对称输入初始条件下三个非平行波导的耦合,得到一些有益的结果,由此可以优化非平行波导输入波导端口的间距,传输波导的长度及其夹角。

参 考 文 献

- 1 Jia Yubin, Kang Shouwan, Zhuang Wanru. Theoretical analysis for TIR optical waveguide switch[J]. *Acta Photonica Sinica*, 1996, **25**(6): 541~545 (in Chinese)
贾玉斌, 康寿万, 庄宛如. TIR 光波导开关的理论分析[J]. *光子学报*, 1996, **25**(6): 541~545
- 2 Jia Yubin, Chen Lianghui, Li Yuzhang. Analysis and design for a micro-mechanical optical switch[J]. *Chin. J. Semiconductors*, 2001, **22**(7): 541~545
- 3 Amos Hardy, William Streifer. Coupled mode of multiwaveguide systems and phased arrays[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1986, **LT-4**(1): 90~99
- 4 Amos Hardy, William Streifer. Coupled mode solutions of multiwaveguide systems[J]. *J. Quant. Electron.*, 1986, **QE-22**(4): 528~534
- 5 H. A. Haus, W. P. Huang. Mode coupling in tapered structures[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1989, **7**(4): 729~730
- 6 Shunlien Chuang. A coupled mode formulation by reciprocity and a variational principle[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1987, **LT-5**(1): 5~15
- 7 R. G. Peall, R. R. A. Syms. Scalar strong coupled mode theory for slowly-varying waveguide arrays[J]. *Opt. Commun.*, 1988, **67**(6): 421~424
- 8 R. R. A. Syms, R. G. Peall. The digital optical switch: Analogous directional coupler devices[J]. *Opt. Commun.*, 1989, **69**(3/4): 235~238
- 9 Weiping Huang, Sylvain Lessard. Wavefront-tilt effect in nonparallel optical waveguides[J]. *J. Lightwave Technol.*, 1992, **LT-10**(3): 316~321
- 10 Weiping Huang, Brent E. Little. Power exchange in tapered optical couplers [J]. *J. Quant. Electron.*, 1991, **27**(7): 1932~1938
- 11 Hermann A. Haus, Clifton G. Fonstad, JR. Three-waveguide couplers for improved sampling and filtering [J]. *J. Quant. Electron.*, 1981, **17**(12): 2321~2325
- 12 Cai Borong. *Integrated Optics* [M]. Chengdu: The Press of Electronics Science and Technology University, 1990. 41~57 (in Chinese)
蔡伯荣. *集成光学* [M]. 成都: 电子科技大学出版社, 1990. 41~57