

文章编号: 0253-2239(2005)08-1126-5

## 磁性颗粒膜法拉第转角的研究\*

郑勇林<sup>1</sup> 郑瑞伦<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 涪陵师范学院物理系, 重庆 408003  
<sup>2</sup> 西南师范大学物理学院, 重庆 400715)

**摘要:** 在外磁场作用下,复合介质的法拉第磁光效应依赖于颗粒膜电介质张量。而复合介质的电介质张量的计算相当复杂。运用了有效介质近似理论,利用非均匀复合介质的有效电场等于单个颗粒中局域场的平均值的自洽条件,由电介质张量  $\epsilon_e$  方程及自洽条件导出了计算磁性颗粒膜系统磁光法拉第转角的解析公式。并应用导出的关系,以 Cu 金属颗粒为例,讨论了颗粒膜中金属颗粒含量及对应的基质、离子浓度、颗粒形状对法拉第转角的影响,结果表明,利用有效介质近似理论计算的结果与实验结果一致。

**关键词:** 磁性颗粒膜; 磁光效应; 法拉第转角; 有效介质近似

中图分类号: O435 文献标识码: A

## Research of Magnetic Granular Film Faraday Rotation Angle

Zheng Yonglin<sup>1</sup> Zheng Ruilun<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics, Fulin Normal University, Chongqing 408003  
<sup>2</sup> College of Physics, Southwest China Normal University, Chongqing 400715)

**Abstract:** Under an applied magnetic field, the Faraday magnetic-optical effect of composite media is dependent on the calculation of dielectric tensor. It is rather complicated to evaluate the dielectric tensor of composite media. Using the inhomogeneous composite effective electric field equal to the average electric field the effective-medium approximation equations of the inhomogeneous composite are derived. By use of dielectric tensor  $\epsilon_e$  equation and self-consistency condition, the grain films systematic formula of magnetic-optical Faraday rotation angle is calculated. Corresponding matrix, ion concentration and the shape of metallic granular in grain films with Cu as example, the influence for magnetic granular films Faraday rotation angle is discussed. The effective medium approximate calculation is consistent with experimental result.

**Key words:** magnetic grain films; magneto-optical effect; Faraday rotation angle; effective medium approximation

### 1 引 言

由于磁光效应有十分广泛的应用前景,已有不少学者对它进行了实验和研究<sup>[1~6]</sup>。但对磁光效应机制的定量研究较少,对颗粒膜的磁光效应研究更少。研究表明<sup>[2]</sup>,对颗粒膜系统,一般情况下构成膜的二元组是互不固溶的,且大量粒子堆积产生电磁相互作用。它所表现的光学特性是由  $N$  个粒子所构成的集体性质和基质的性质决定。因而,在研究颗粒膜的磁光效应时,不能完全把磁性颗粒膜视为连续介质来

看。但当基片各向同性时,对于球形颗粒,粒子在各方向的光学性质相同,这时可作为连续介质等效近似处理。1935 年 Bruggeman 提出的有效介质近似 (Effective medium approximation, EMA) 就是处理二元组无规对称分布的非均匀系统性质的有效方法。文献<sup>[7~9]</sup>发展了多种计算颗粒状杂质分布在均匀基质中而形成的复合介质的有效介质近似方法。但 these 方法都未对颗粒膜,特别是对非球形颗粒的磁光法拉第转角等问题进行过讨论。为此,本文应用

\* 重庆涪陵师范学院院级重点学科建设基金(2003148)和重庆市科委项目(20027310)资助课题。

作者简介: 郑勇林(1957~),男,重庆人,涪陵师范学院副教授,主要从事凝聚态表面复合材料研究。

E-mail: zhyong303@163.com

收稿日期: 2004-05-31; 收到修改稿日期: 2004-11-29

Stroud 等所发展的有效介质近似方法,引入形状因子  $l$ (以尖状、球状、扁平形状颗粒为例),研究非球形磁性颗粒膜法拉第转角的变化规律。基于微粒尺度的变小到纳米量级(1~100 nm)时,其本身具有量子尺寸、表面及量子隧道等效效应,因而我们认为本文讨论的颗粒尺度应不小于 100 nm。

## 2 磁性颗粒膜的介电张量

对颗粒膜系统介质中的  $\mathbf{D}$  和  $\mathbf{E}$  的一般关系是

$$\mathbf{D}_i = \sum_{j=1}^3 \boldsymbol{\epsilon}_{ij} \mathbf{E}_j, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

这里 1, 2, 3 代表  $x, y, z$  分量。介电常量  $\boldsymbol{\epsilon}_{ij}$  是一个张量,与材料的组成、微粒的形状等有关。

取  $z$  轴为磁化强度方向,对于组分为  $f$  和  $(1-f)$  的二元法拉第旋光材料,当材料的光轴以及磁化强度的方向均平行于  $z$  轴(外场方向)时,电介质张量可表述为

$$\boldsymbol{\epsilon} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}(B, \omega) & \epsilon_{12}(B, \omega) & 0 \\ \epsilon_{21}(B, \omega) & \epsilon_{22}(B, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}(B, \omega) \end{bmatrix}, \quad (2)$$

一定组分的磁性颗粒膜的几何形状从宏观上表现为各向同性非法拉第旋光材料,其介电常量是一个标量,即  $\boldsymbol{\epsilon}_a = \epsilon_0 \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{I}$  是单位张量。假设颗粒是椭球形微粒且全同对称排列,激化轴与  $z$  轴平行,那么,  $\epsilon_{11} = \epsilon_{22} = \epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_{33} = \epsilon_{\parallel}$ ,  $-\epsilon_{12} = \epsilon_{21} = i\epsilon_2$ , 则(2)简化为

$$\boldsymbol{\epsilon}_e = \begin{bmatrix} \epsilon_{\perp}(B, \omega) & -i\epsilon_2(B, \omega) & 0 \\ i\epsilon_2(B, \omega) & \epsilon_{\perp}(B, \omega) & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{\parallel}(B, \omega) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中  $\epsilon_{\perp}(B, \omega)$ ,  $\epsilon_{\parallel}(B, \omega)$ ,  $\epsilon_2(B, \omega)$  就是描述颗粒膜光学特性的物理量,决定了颗粒膜的法拉第旋转角  $\theta_i$  及椭圆率等性质。

## 3 磁性颗粒膜法拉第旋转角的计算

有效介质近似(EMA)理论的主要思想就是把无规非均匀材料的每个颗粒看作处在介电常量为  $\epsilon_e$  的一种介质之中,而有关  $\epsilon_e$  的方程可由自洽条件求得。这种自洽条件为非均匀复合介质的有效电场等于单个颗粒中局域场的平均值<sup>[8]</sup>。对(3)式,在使用有效介质近似上,很多性质由未知元素  $\epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_{\parallel}$  和  $\epsilon_2$  决定。为求得这几个量,可用有效介质理论的自洽条件

$$\langle (l - \mathbf{\Gamma} \delta \epsilon)^{-1} \delta \epsilon \rangle = 0, \quad (4)$$

这里  $\delta \epsilon = \epsilon_i - \epsilon_e$ , 其中  $\epsilon_i = \epsilon_a$  或  $\epsilon_e$ , 三角符号表示求

体积平均,张量  $\mathbf{\Gamma}$  被定义为如下的面积分

$$\mathbf{\Gamma} = - \oint_{s'} \frac{\partial}{\partial x_a} G(x - x') n'_\beta d^2 x', \quad (5)$$

式中  $s'$  为包围颗粒并以原点为中心的表面积,  $n'_\beta$  为笛卡尔坐标下以表面  $s'$  的外法线矢量  $\mathbf{n}'$  的分量,  $x$  为包含颗粒范围的位矢,  $G(x - x')$  为格林函数,由下式给出

$$G(x - x') = \frac{1}{4\pi\epsilon_{\perp}(\epsilon_{\parallel})^{1/2}} \times \left[ \frac{(x-x')^2}{\epsilon_{\perp}} + \frac{(y-y')^2}{\epsilon_{\perp}} + \frac{(z-z')^2}{\epsilon_{\parallel}} \right]^{-1/2}, \quad (6)$$

对于椭球形颗粒,仅有  $\mathbf{\Gamma}$  的对角元素不为零。若是球形颗粒对角元素可写为

$$\Gamma_{zz} = - \frac{1}{\epsilon_{\parallel} \lambda} [1 - (1/\lambda - 1)^{1/2} \sin^{-1} \sqrt{\lambda}], \quad (7)$$

$$\Gamma_{xx} = - \frac{1}{2} [\Gamma_{zz} + (\epsilon_{\perp} / \epsilon_{\parallel} \lambda)^{-1/2} \sin^{-1} \sqrt{\lambda}], \quad (8)$$

$$\Gamma_{yy} = \Gamma_{xx}, \quad (9)$$

这里  $\lambda = 1 - \epsilon_{11}/\epsilon_{33}$ 。在弱磁场  $B$  中  $\boldsymbol{\epsilon}$  的对角元素是一次的。在这个限制下,  $\mathbf{\Gamma}$  的积分元素用下式考虑

$$\mathbf{\Gamma}_{aa} = -l_{aa}/\epsilon_{aa}, \quad (10)$$

其中  $l_{aa}$  为形状因子,由面积分给出:

$$\begin{cases} l_{zz} = \frac{1}{2} a^2 b \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + b^2) R_{\xi}}, \\ l_{xx} = \frac{1}{2} a^2 b \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + a^2) R_{\xi}}, \\ l_{yy} = l_{xx}, \end{cases} \quad (11)$$

式中  $a, b$  为椭球颗粒的长、短轴,  $R_{\xi} = (\xi + a^2) \times \sqrt{\xi + b^2}$ 。这样由方程(4)得到确定  $\epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_{\parallel}$  和  $\epsilon_2$  的三个方程

$$\begin{cases} 0 = f \frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_{11} - \epsilon_{\perp})/2} + (1-f) \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\perp}}{\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_0 - \epsilon_{\perp})/2}, \\ 0 = f \frac{\epsilon_2 - \epsilon_{12}}{[\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_{11} - \epsilon_{\perp})/2]^2} + (1-f) \frac{\epsilon_2}{[\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_0 - \epsilon_{\perp})/2]^2}, \\ 0 = f \frac{\epsilon_{11} - \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\parallel} + l(\epsilon_{11} - \epsilon_{\parallel})} + (1-f) \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\parallel}}{\epsilon_{\parallel} + l(\epsilon_0 - \epsilon_{\parallel})}, \end{cases} \quad (12)$$

这里有  $l_{zz} = l$ ,  $l_{xx} = l_{yy} = (1-l)/2$ <sup>[10]</sup>。解这组方程可求出  $\epsilon_{\perp}$ ,  $\epsilon_{\parallel}$  和  $\epsilon_2$ , 得到平面偏振光通过样品每单位长度旋转的角度:

$$\theta_F = (k_+ - k_-)/2, \quad (13)$$

$$\text{这里 } k_{\pm}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} [\epsilon_{\perp}(B, \omega) \pm \epsilon_2(B, \omega)], \quad (14)$$

一般情况  $\theta_F$  由于  $\epsilon_{\perp}$ 、 $\epsilon_2$  的原因而显得复杂, 这里表示式中其实部  $\text{Re}(\theta_F)$  为法拉第转角, 虚部为椭圆率。

#### 4 计算实例

对于导电颗粒和绝缘颗粒组成的颗粒复合介质, 可用传导电子的 Drude 模型描述<sup>[8]</sup>, 若极化轴与  $z$  轴平行, 那么颗粒膜的电介质张量由方程(2) 给出。其中

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} = \epsilon_{22} &= 1 + i \frac{(1 - i\omega\tau)\omega_p^2\tau}{\omega[(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2]}, \\ \epsilon_{33} &= 1 + i \frac{\omega_p^2\tau}{\omega(1 - i\omega\tau)}, \\ \epsilon_{12} &= \frac{\omega_c(\omega_p\tau)^2}{\omega[(1 - i\omega\tau)^2 + (\omega_c\tau)^2]}, \end{aligned} \quad (15)$$

式中  $\omega_p = \sqrt{4\pi ne^2/m}$  是等离子体频率,  $\omega_c = eB/mc$  是回旋频率,  $\tau$  是德鲁德(Drude) 模型定义的驰豫时间。在弱磁场条件下  $\omega_c\tau \ll 1$ ,

$$\begin{aligned} \epsilon_{11} \approx \epsilon_{33} &= 1 + i\omega_p^2\tau/[\omega(1 - i\omega\tau)], \\ \epsilon_{12} &= \omega_c(\omega_p\tau)^2/[\omega(1 - i\omega\tau)^2]. \end{aligned}$$

于是在这个近似下可消除方程(12) 中  $\epsilon_{\perp}$  的二次关系, 同时  $\epsilon_2$  由下式给出:

$$\epsilon_2 = f\epsilon_{12} \frac{[\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_0 - \epsilon_{\perp})/2]^2}{[\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_{11} - \epsilon_{\perp})/2]^2}, \quad (16)$$

将(16)式, (14)式代入(13)式得到在弱磁场下法拉第转角:

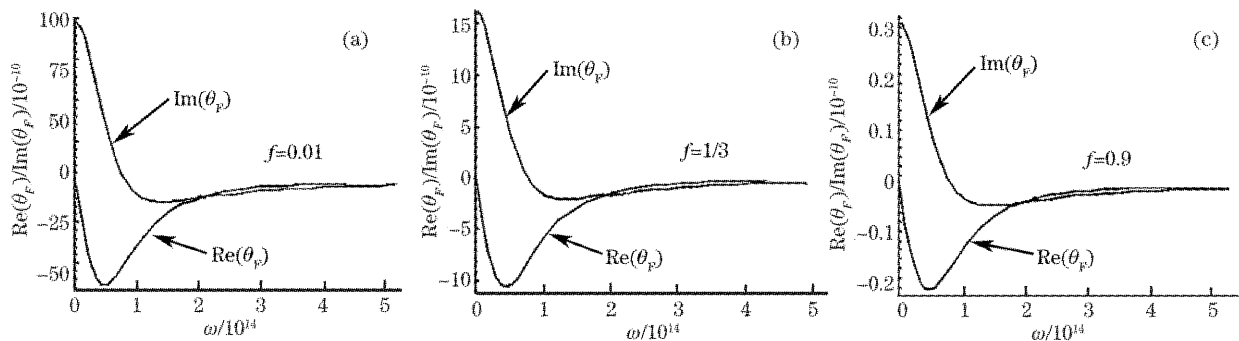


图 1 法拉第转角  $\theta_F$  和入射光频率  $\omega$  的关系(形状因子  $l=1/3$ )

Fig. 1 Relation of Faraday rotation angle  $\theta_F$  with frequency  $\omega$  (shape factor  $l=1/3$ )

图 2 是法拉第转角  $\theta_F$  与颗粒性质  $\omega_p$  的关系。 $\omega_p = \sqrt{4\pi ne^2/m}$ , 离子数对法拉第转角有一定的影响, 在  $\omega_p$  增到  $1.3 \times 10^{14}$  Hz 时, 实部  $\text{Re}(\theta_F)$  趋于一定值, 且该值与金属颗粒含量有关,  $f=0.1$  时

$$\theta_F = \frac{\omega f \epsilon_{12}}{2c \sqrt{\epsilon_{\perp}}} \times \frac{[\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_0 - \epsilon_{\perp})/2]^2}{[\epsilon_{\perp} + (1-l)(\epsilon_{11} - \epsilon_{\perp})/2]^2}. \quad (17)$$

#### 5 讨 论

颗粒复合膜的法拉第转角与膜中金属颗粒含量、介质性质及颗粒形状之间有一定的关系。以 Cu 为例, 假设膜在磁场强度为  $(4\pi \times 10^{-3})^{-1}$  A/m 外场中, 利用  $\omega_p = \sqrt{4\pi ne^2/m}$ 、 $\omega_c = eB/mc$ 、电导  $\sigma = (ne^2/m)\tau$  及单位体积的电荷数  $n = N_0 P_m Z/A$  等关系, 由(12)式解出相关量代入(17)式, 作法拉第转角  $\theta_F$  与入射光频率  $\omega$  等的关系曲线如图 1 所示。 $\theta_F$  的实部和虚部在入射光的频率  $\omega = 0.5 \times 10^{14}$  Hz 附近时表面小金属离子颗粒发生共振, 相应的金属颗粒含量  $f$  较低时共振振幅较大且共振峰尖锐。而对应金属颗粒含量较高的膜振幅相对较小, 但共振峰变宽。这是因为高浓度的金属颗粒增加了颗粒的混乱度, 导致金属颗粒的极化减弱。极化减弱的原因可这样考虑: 在电磁场作用下, 金属颗粒中各原子的电子、离子正负电荷中心不重合而被极化, 当颗粒数较少时, 颗粒极化方向易于与外场方向一致, 整体极化较强; 当颗粒数较多时, 各颗粒相互作用致使各颗粒难以趋于外场方向。因而, 颗粒混乱度加大, 颗粒系统的极化整体减弱。

$\text{Re}(\theta_F) \approx -8 \times 10^{-4}$ ;  $f=0.9$  时  $\text{Re}(\theta_F) \approx -3.5 \times 10^{-6}$  其绝对值大小明显小于低含量时的值。而对于虚部在  $\omega_p = 6 \times 10^{13}$  Hz 附近有一个共振峰, 这个峰值随金属含量的增加减少。

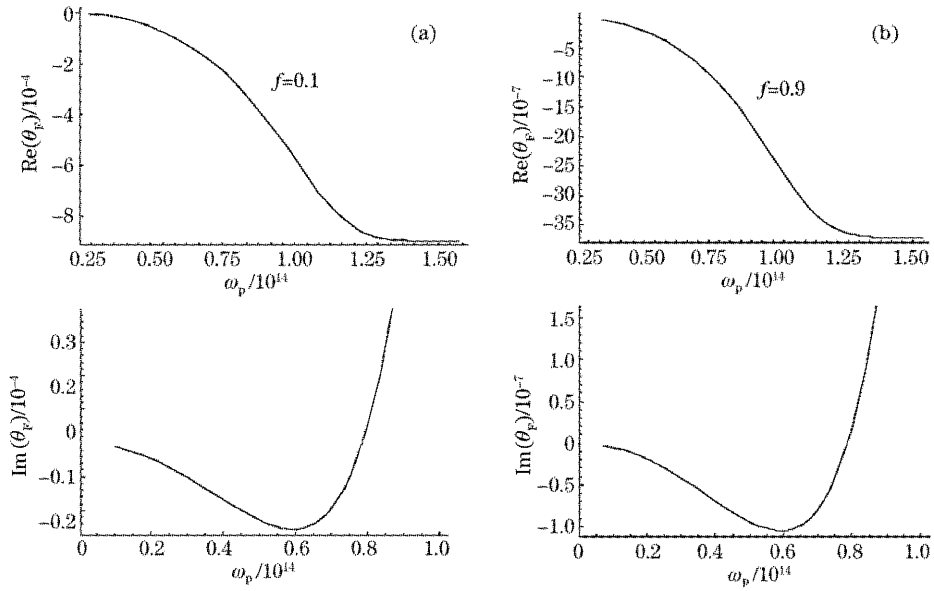


图 2 法拉第转角  $\theta_F$  与颗粒性质  $\omega_p$  的关系 ( $\omega=1 \times 10^{14}$ ,  $l=1/3$ )

Fig. 2 Relation of Faraday rotation angle  $\theta_F$  with granular properties  $\omega_p$  ( $\omega=1 \times 10^{14}$ ,  $l=1/3$ )

图 3 是法拉第转角  $\theta_F$  与金属颗粒形状  $l$  的关系。图中(左为实部)是  $f=0.3$  时,  $l=0.01$ (尖状颗粒)、 $l=1/3$ (球状颗粒)、 $l=0.99$ (扁平颗粒)三种情形下的曲线。从图可见,  $\theta_F$  对颗粒形状因子有关, 不同形状的颗粒对  $\text{Re}(\theta_F)$  峰值的影响不一样。  $l$  较小的针尖颗粒,  $\text{Re}(\theta_F)$  的峰值较小, 原因是针尖颗粒在外磁场作用下, 颗粒磁矩有很快平行于外磁场的趋势; 而扁平颗粒在外磁场作用下, 磁矩难与外磁场

一致, 要想扁平颗粒磁矩与外磁场取向一致, 必须加较大的外磁场作用。这与磁光效应的实验理论: 法拉第旋转与磁场强度成正比, 较大磁场就能引起较大的法拉第旋转的结论一致。

以上曲线表明: 1) 在同一外场作用下, 低含量的金属颗粒对某一入射光频率将产生较大的旋转角, 这是因为高浓度金属颗粒增加了颗粒的混乱度, 导致颗粒极化减弱。都有为<sup>[2,11]</sup>等对金属-绝缘体型

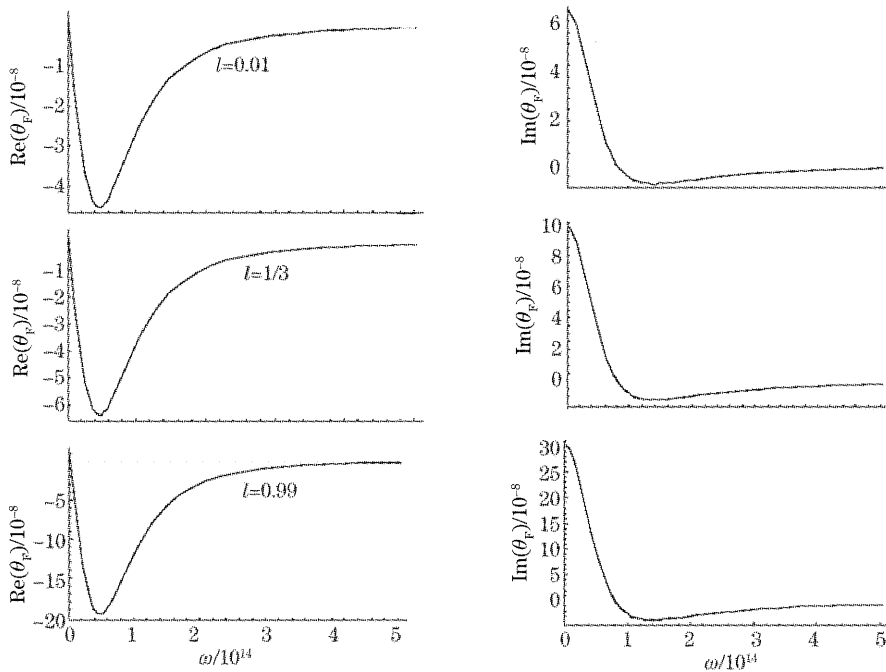


图 3 法拉第转角  $\theta_F$  与金属颗粒形状因子  $l$  的关系 ( $f=0.3$ )

Fig. 3 Relation of Faraday rotation angle with particle shape factor  $l$  ( $f=0.3$ )

颗粒膜的实验研究报道认为:当金属体积分数远小于绝缘体时,颗粒膜的法拉第磁光效应会呈现极值。此时,磁光法拉第效应峰值的组成比例恰好处于产生逾渗现象的区域。因此,当金属颗粒含量进一步下降到一定值时,法拉第旋转不再随含量降低而增大;2)离子浓度的变化对  $\theta_F$  有一定影响,但一定浓度下  $\text{Re}(\theta_F)$  将趋于一定值;3)  $\text{Re}(\theta_F)$  对颗粒形状有一定的依赖,不同形状的颗粒对  $\text{Re}(\theta_F)$  峰值的影响不一样,对于针尖颗粒在外磁场作用下易于极化,只要较小的外场作用颗粒磁矩的极化就很快平行于外磁场,但要使扁平颗粒与外磁场取向一致,必须加较大的外磁场作用。图 3 的变化趋势与实验表明的,法拉第旋转与磁场强度成正比的结论一致。

### 参 考 文 献

- 1 C. Leycuras, H. Le Gall, M. Guillot *et al.*. Magnetic susceptibility and verdet constant in rare earth trifluorides[J]. *J. Appl. Phys.*, 1984, **55**: 2161~2163
- 2 Ye Hengqiang. *Material Interface Structural and Characteristic* [M]. Beijing: Science Press, 1993 (in Chinese)  
叶恒强. 材料界面结构与特性[M]. 北京: 科学出版社, 1993
- 3 Liu Gongqing, Liang Bo, Wei Bangda. Anisotropy and nonlinear properties of magneto-optical effect [J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(10): 1300~1305 (in Chinese)  
刘公强, 梁波, 卫帮达. 磁光效应的各向异性和非线性特征[J]. 光学学报, 1997, **17**(10): 1300~1305
- 4 He Lingxiang, Wang Yuzhu. A proposal for the measurement of quadrupole field of magneto-optical trap with nonlinear magnetorotation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(7): 989~992 (in Chinese)  
贺凌翔, 王育竹. 非线性磁光效应用于测量磁光阱四极磁场的方案[J]. 光学学报, 2004, **24**(7): 989~992
- 5 Ping Xu, Zhenya Li. Nonlinear optical and magneto-optical effects in non-spherical magnetic granular composite[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, **2**(6): 339~342
- 6 Huang Ping, Zhang Huaiwu, Wang Haocai. Research on Rb doped iron garnet films for magneto-optical recording[J]. *Chin. J. Lasers*, 2004, **31**(3): 337~338 (in Chinese)  
黄平, 张怀武, 王家才. 掺 Rb 钠米晶 DyIG 磁光薄膜研究[J]. 中国激光, 2004, **31**(3): 337~338
- 7 D. Stroud. Generalized effective-medium approach to the conductivity of an inhomogeneous material[J]. *Phys. Rev. (B)*, 1975, **12**(8): 3368~3373
- 8 D. Stroud, P. M. Hui. Nonlinear susceptibilities of granular matter[J]. *Phys. Rev. (B)*, 1988, **37**(15): 8719~8724
- 9 X. C. Zeng, D. J. Bergman, P. M. Hui *et al.*. Effective-medium theory for weakly nonlinear composites[J]. *Phys. Rev. (B)*, 1988, **38**(15): 10970~10973
- 10 S. Chikazumi. *Physics of Magnetism* [M]. New York: Wiley, 1964. Chap. 2
- 11 Du Youwei. A study on granular films [J]. *Science and Technology*, 1994, **10**: 22~23 (in Chinese)  
都有为. 颗粒膜的研究[J]. 科技导报, 1994, **10**: 22~23