

# 直线阵光学综合孔径成像中的子孔径尺寸效应\*

江月松

(北京航空航天大学电子信息工程学院光电与信息工程系, 北京 100083)

**摘要:** 光学综合孔径阵列中的子孔径的位置和直径的大小对成像质量有着重要的影响。详细分析了几种不同优化排列的光学综合孔径直线阵列的无像差点扩展函数、光学传递函数和衍射成像特性, 结果表明, 子孔径的位置不同, 光学传递函数的空间频率覆盖有很大的差异。增大子孔径的直径可以增大空间频率覆盖程度, 但子孔径直径过大时又会产生空间频率冗余度和增加制造成本。直线阵光学综合孔径的衍射成像是多重像, 子孔径直径的增大还可以减小重影的程度, 提高成像质量。结果说明, 在进行光学综合孔径阵列优化排列时必须考虑子孔径的直径大小这个重要的因素。

**关键词:** 成像系统; 光学综合孔径; 空间频率覆盖; 子孔径尺寸

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

## Size Effects of Sub-Aperture on Imaging of Linear Array of Optical Synthetic Aperture

Jiang Yuesong

(Department of Photo-Electronic and Information Engineering, School of Electrical Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

**Abstract:** Positions and diameters of sub-aperture in optical synthetic aperture array are two important factor for imaging. The characteristics of point spread function, optical transfer function and diffraction image of several different optimized linear array configuration of optical aperture synthesis with aberration-free are discussed by using an approach based on ratio of diameter of sub-aperture to length of arrays. The results of simulated computation show that cover of spatial frequencies for optical transfer function are very different for different position of sub-aperture. The bigger the diameter of sub-aperture is, the more complete the spatial frequency covers. But when the ratio exceeds some extent, the spatial frequencies will be redundant and cost of system construction will increase. Besides, increase of sub-aperture can decrease the intensity of the ghost images and intensified the quality of imaging. The results show that the factors of diameter of sub-aperture and total length of arrays must be taken into account in the optimizations.

**Key words:** imaging systems; optical synthetic aperture; space frequency cover; size of sub-aperture

## 1 引 言

由若干个光学小孔径望远镜按一定的规则排列成某种阵列来代替大的连续孔径的光学综合孔径成像技术具有更大的空间分辨力等优点<sup>[1~4]</sup>。尽管光学综合孔径望远镜在工程实现上技术难度极大, 近年来仍取得了较大的进展<sup>[5~10]</sup>。目前, 科学家们在地面光学综合孔径望远镜取得一定成果的基础上又

提出将光学综合孔径望远镜搬上太空的设想<sup>[10]</sup>。建造光学综合孔径望远镜首先要考虑的问题就是要进行子孔径阵的优化排列。不少学者已在直线阵光学综合孔径的优化排列方面做了大量的研究<sup>[10,11]</sup>。阵列中子孔径大小是系统成像的一个十分重要的因素。本文从点扩展函数、光学传递函数以及衍射成像三个方面研究了子孔径大小的尺寸效应。不仅分

\* 国防预研基金(6140434)资助课题。

作者简介: 江月松(1959~), 男, 江苏淮安人, 博士, 教授, 主要从事成像技术、光电技术、光学工程的研究。

E-mail: yuesongjiang@vip.sina.com

收稿日期: 2004-08-30; 收到修改稿日期: 2004-10-29

析了子孔径大小对空间频率覆盖的影响,还研究了子孔径大小对直线阵光学综合孔径阵列成像特性的影响。结果说明,综合考虑子孔径位置、子孔径的直径大小以及阵列的总长度等因素的优化排列是一种较为全面的考虑。

## 2 直线阵光学综合孔径系统的点扩展函数和光学传递函数

### 2.1 直线阵光学综合孔径的点扩展函数

点扩展函数是点光源经过光学系统后在像面上形成的强度分布。由  $N$  个子孔径组成的直线阵光学综合孔径成像系统如图 1 所示,  $b$  为阵列的总长度,  $d$  为子孔径的直径,  $b_1, b_2, \dots, b_{N-1}, b_N$  分别为子孔径 1、子孔径 2、 $\dots, N-1$  和  $N$  的中心位置。

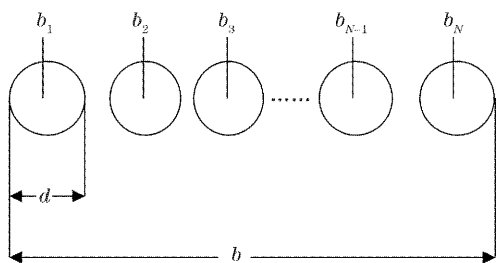


图 1 综合孔径直线阵列示意图

Fig. 1 Sketch map of linear synthetic aperture array

为分析简便,考虑无像差情况。对于一维情况,直线阵列的光瞳函数可表示为

$$P(\xi) = \sum_{n=1}^N \text{rect}\left(\frac{\xi - b_n}{d}\right), \quad 0 < \xi < b \quad (1)$$

### 2.2 直线阵综合孔径成像系统的光学传递函数

光学传递函数  $R(\omega)$  是点扩展函数的傅里叶变换,对(4)式进行傅里叶变换得到

$$R(\omega) = \sum_{n=1}^N R_n(\omega) + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N R_{nm}(\omega), \quad (7)$$

式中  $R_n(\omega)$  为

$$R_n(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\omega x) |a_n(x)|^2 dx, \quad (8)$$

应用余弦变换特性得  $R_{nm}(\omega)$  为

$$R_{nm}(\omega) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega x) a_n(x) a_m^*(x) dx + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\omega x) a_n(x) a_m^*(x) dx, \quad (9)$$

为了对  $R_n(\omega)$  和  $R_{nm}(\omega)$  进行数值计算,将卷积定理应用于(8)式右端,将(5)式代入并应用  $\text{sinc}()$  函数和三角函数  $\Lambda()$ <sup>[12]</sup> 之间的傅里叶变换对的关系<sup>[13]</sup> 得:

$$R_n(\omega) = 2\pi d \Lambda\left(\frac{f\omega}{k\beta}\right) = \begin{cases} 2\pi d [1 - |f\omega/(kd)|], & |f\omega/(kd)| \leq 1 \\ 0, & |f\omega/(kd)| > 1 \end{cases} \quad (10)$$

$\text{rect}()$  是一维矩形函数<sup>[12,13]</sup>。则该阵列的光瞳函数在像平面上衍射成像的振幅  $A(x)$  为

$$A(x) = \int_0^b P(\xi) \exp\left[i\left(\frac{kx}{f}\right)\xi\right] d\xi, \quad (2)$$

式中  $f$  是综合孔径成像系统的焦距,  $k$  是入射光的波数。将(1)式代入(2)式有

$$A(x) = \sum_{n=1}^N \int_{b_n-d/2}^{b_n+d/2} \exp\left[i\left(\frac{kx}{f}\right)\xi\right] d\xi. \quad (3)$$

工程中实际观测到的是光强信息,因此成像面上的光强为  $I(x) = |A(x)|^2$ ,应用(3)式即有

$$I(x) = \sum_{n=1}^N |a_n(x)|^2 + 2 \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N a_n(x) a_m^*(x), \quad (4)$$

式中

$$a_n(x) = \int_{b_n-d/2}^{b_n+d/2} \exp\left[i\left(\frac{kx}{f}\right)\xi\right] d\xi = \text{sinc}\left(\frac{kdx}{2f}\right) \exp\left[i\left(\frac{kb_n}{f}\right)x\right], \quad (5)$$

其中  $\text{sinc}\left(\frac{kdx}{2f}\right) = \frac{\sin \pi[kdx/(2f)]}{\pi[kdx/(2f)]}$ ,

由(4)式可以看到,直线阵光学综合孔径成像系统的点扩展函数由两部分组成,第一部分是各子孔径点扩展函数的和,第二部分由两个级数的乘积组成,表示子孔径的衍射振幅的相互作用。由(3)式可得归一化的点扩展函数为  $t(x) = |A(x)/A(0)|^2$  为

$$t(x) = \text{sinc}^2\left(\frac{kdx}{2f}\right) \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp\left[i\left(\frac{kb_n}{f}\right)x\right] \right|^2 = \text{sinc}^2\left(\frac{kdx}{2f}\right) \left\{ \frac{1}{N} + \frac{2}{N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \cos\left[(b_n - b_m) \frac{kx}{f}\right] \right\}. \quad (6)$$

因此, 
$$\sum_{n=1}^N R_n(\omega) = 2\pi d N \Delta\left(\frac{f\omega}{kd}\right), \quad (11)$$

将互相关定理应用于(9)式右端并再次应用傅里叶变换原理<sup>[13,14]</sup>得

$$R_{mn}(\omega) = \pi d \Delta\left[\frac{f}{kd} \left| \omega + \frac{k}{f}(b_n - b_m) \right| \right] + \pi d \Delta\left[\frac{f}{kd} \left| \omega - \frac{k}{f}(b_n - b_m) \right| \right], \quad (12)$$

可见,  $R_{mn}(\omega)$  的最大值位于  $\omega = \pm(k/f)(b_n - b_m)$  处。为了数值计算方便,用阵列长度  $b$  对坐标进行归一化,令  $\eta_m = \xi_m/b, \nu = (\pi b/\lambda f)x$ , 这样点扩展函数(6)式可以写成

$$t(\nu) = \text{sinc}^2\left(\frac{d\nu}{b}\right) \left\{ \frac{1}{N} + \frac{2}{N^2} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \cos[2(\eta_n - \eta_m)\nu] \right\}, \quad (13)$$

用阵列长度  $b$  对空间频率  $\omega$  进行归一化,令  $\Omega = f\omega/(kb)$ , 这样归一化的光学传递函数  $T(\Omega) = R(\Omega)/R(0)$ , 则有:

$$T(\Omega) = \Delta\left(\frac{b\Omega}{d}\right) + \frac{1}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \left\{ \Delta\left[\frac{b}{d} \left| \Omega + (\eta_n - \eta_m) \right| \right] + \Delta\left[\frac{b}{d} \left| \Omega - (\eta_n - \eta_m) \right| \right] \right\}, \quad (14)$$

由(14)式可见,光学传递函数与子孔径数  $N$ 、阵列长度与子孔径直径的比率  $b/d$ 、各子孔径的空间位置  $|\eta_n - \eta_m|$  以及入射辐射的波数  $k$  和综合孔径成像系统的焦距均有关,这说明,阵列中的子孔径数和子孔径的大小对成像质量有影响,即使对于具有相同直径、相同子孔径数的线阵系统,空间位置排列不同,对空间频率的覆盖是不同的,对成像质量也有较大的影响。所以对于光学综合孔径成像系统进行子孔径优化排列时仅考虑子孔径位置是不够的,还必须同时考虑子孔径的大小和阵列总长度。

### 3 直线阵光学综合孔径系统的衍射成像

设一个非相干辐射的扩展目标分布为  $O(\nu)$ , 通过直线阵光学综合孔径系统后衍射所成的像为  $h(\nu)$ , 则所成像应为目标源与光学系统点扩展函数  $t(\nu)$  的卷积, 因此有

$$h(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} t(\nu - \nu') O(\nu') d\nu', \quad (15)$$

(15) 式再一次说明所成像的质量主要取决于系统的  $t(\nu)$ , 即与阵列长度、子孔径大小、子孔径位置排列均有关。

### 4 仿真计算示例和讨论

图 2 是对由子孔径数  $N = 4$  组成的直线阵归一化的光学传递函数  $T(\Omega)$  的仿真计算结果。子孔径中心位置的相对间隔取为 (1, 3, 2), 是由 Moffet 最小冗余优化的结果<sup>[12]</sup>, 设直线阵总长度  $b$  固定不变, 由图 2(a) 和图 2(b) 可以看到, 当子孔径直径  $d$  较小时, 有较多的无响应频率成分[图 2(a)], 子孔径直径较大时, 无响应频率成分减小[图 2(b)], 当子孔径直径大到  $b/d = 11.25$  时, 没有零响应频率[图 2(c)]。当然, 子孔径直径不可能无限制增加, 因为子孔径过大时会导致子孔径之间交叠, 工程中无法排列, 实际工作中要根据直线阵列总长度和优化排列的子孔径间最小间隔的结果来确定子孔径的实际大小。

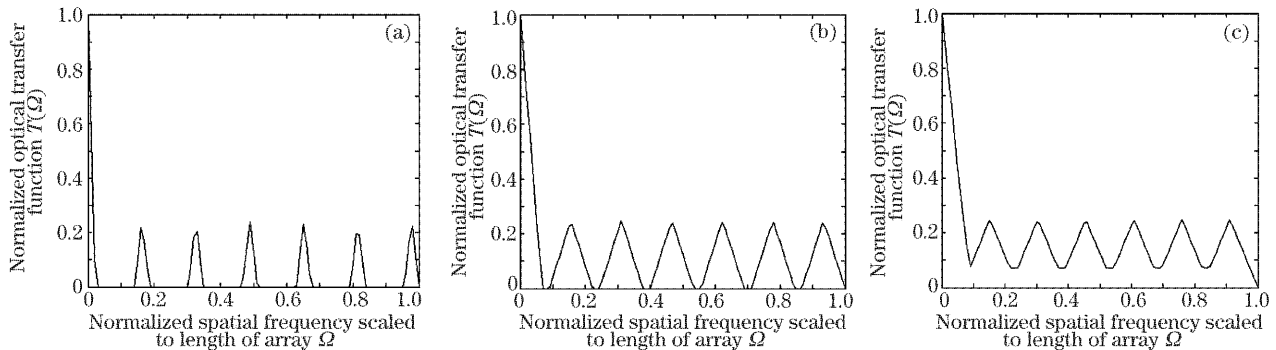


图 2 由 4 个子孔径构成的直线光学综合孔径阵列的光学传递函数。(a)  $b/d=45$ , (b)  $b/d=15$ , (c)  $b/d=11.25$

Fig. 2 Optical transfer function of linear optical synthetic aperture array consisting of 4 sub-aperture.

(a)  $b/d=45$ , (b)  $b/d=15$ , (c)  $b/d=11.25$

图 3 是对由于子孔径数  $N=5$  组成的直线阵列归一化的光学传递函数  $T(\Omega)$  的仿真计算结果。其中图 3(a)和图 3(c)的子孔径间隔排列是由 Moffet 优化的结果<sup>[12]</sup>,其余三种是另外的优化排列的结果,可以看到,当直线阵列相对长度较长时,如图 3(a)~图 3(c)所示,其子孔径间隔分别是(2,5,1,3),(2,4,1,3)和(1,3,5,2),光学传递函数总存在一个零响应频率的主分量,只是对于不同的排列零响应频率主分量分别出现在高频区[图 3(a)和图 3(b)]或中频区[图 3(c)]。随着直线阵列相对长度的进一步减小,零响应频率主分量消失,如图 3(d)所示,子孔径间的相对间隔为(3,4,1,1)和图 3(e)所示的(1,3,3,2)排列,而且随着子孔径直径的增大,系统的光学传递函数不

再有零响应频率[图 3(e)],虽然这种情况下频率覆盖完整,但因为阵列的总长度相对减小,系统的空间分辨率也就相对降低。图 3 中另外一个值得注意的现象是,随着阵列相对总长度的减小,光学传递函数响应主频分量的个数减少,如子孔径间隔排列为(2,5,1,3)和(1,3,5,2)时,出现的主频响应分量为 10 个,与基线数相同,但有零响应频率主分量。而其它三种排列(2,4,1,3)、(3,4,1,1)和(1,3,3,2)时出现的主频响应分量只有 9 个,少于基线数,说明排列有冗余度。而光学综合孔径成像系统最重要的就是为了提高空间分辨率,这就要求阵列的排列保持高的空间频率分量,以免图像的细节失落,因此在天文干涉仪中经常将基线拉得很长。

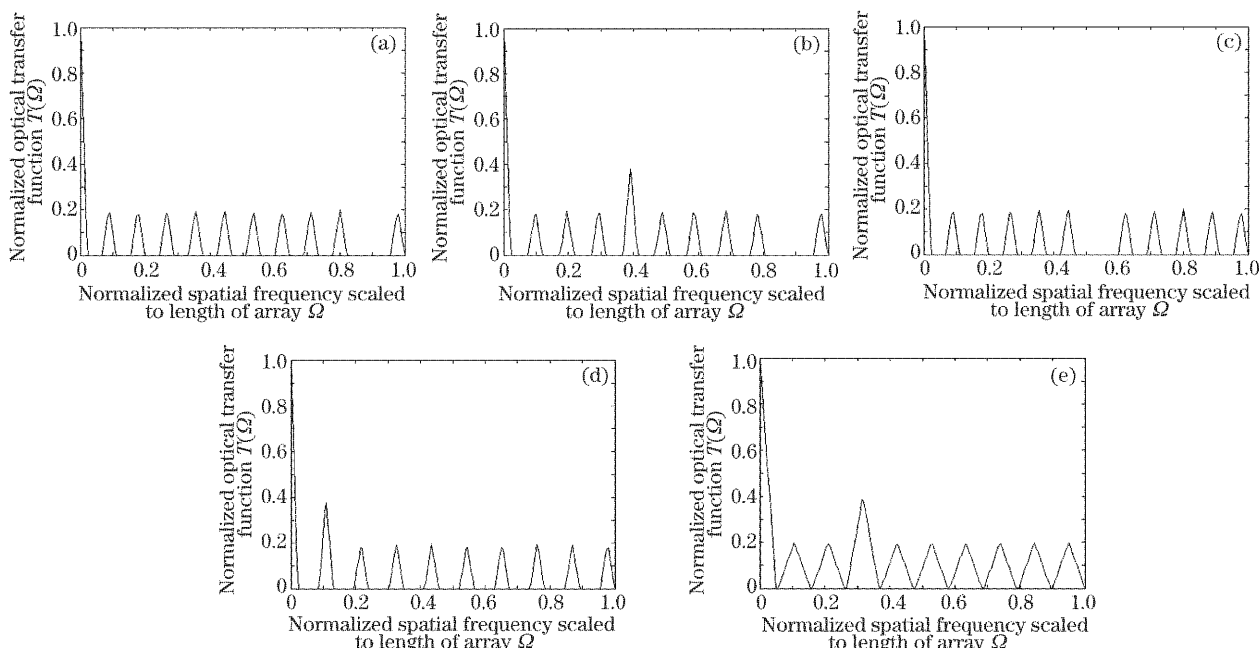


图 3 由 5 个子孔径构成的直线光学综合孔径阵列的光学传递函数。(a)  $b/d=45$ , (b)  $b/d=45$ , (c)  $b/d=45$ , (d)  $b/d=45$ , (e)  $b/d=20$

Fig. 3 Optical transfer function of the linear optical synthetic aperture array consisting of 5 sub-aperture. (a)  $b/d=45$ , (b)  $b/d=45$ , (c)  $b/d=45$ , (d)  $b/d=45$ , (e)  $b/d=20$

图 4 是子孔径数  $N=5$  的直线阵列光学综合孔径点扩展函数响应的计算结果,其他情况与此类似。图 4(a)是对子孔径相对直径为  $b/d=45$  和位置排列为(2,5,1,3)(实线)和(3,4,1,1)(虚线)两种阵列点扩展函数的计算结果,可以看出,点扩展函数是关于阵列中心对称分布的,中央响应峰值都在  $\nu=0$  处,不同阵列构型的点扩展函数是类似的,只是随着阵列总相对长度的减小,点扩展函数的次级响应峰值向中心靠拢。对比图 4(a)和图 4(b)可以发现,子孔径较小时( $b/d$  值较大)时,点扩展函数的次级响

应峰值衰减较慢,当子孔径较大时( $b/d$  值较小),次级响应峰值衰减较快[见图 4(b)]。

为了计算优化排列好的光学综合孔径阵列的衍射成像情况,假设被观测的目标是两个靠得很近的光源,设这两个发光光源的一维表示为

$$O(\nu) = \begin{cases} 0, & -\infty < \nu < -7.5 \\ 1, & -7.5 < \nu < -1.5 \\ 0, & -1.5 < \nu < 1.5 \\ 1, & 1.5 < \nu < 7.5 \\ 0. & 7.5 < \nu < \infty \end{cases} \quad (16)$$

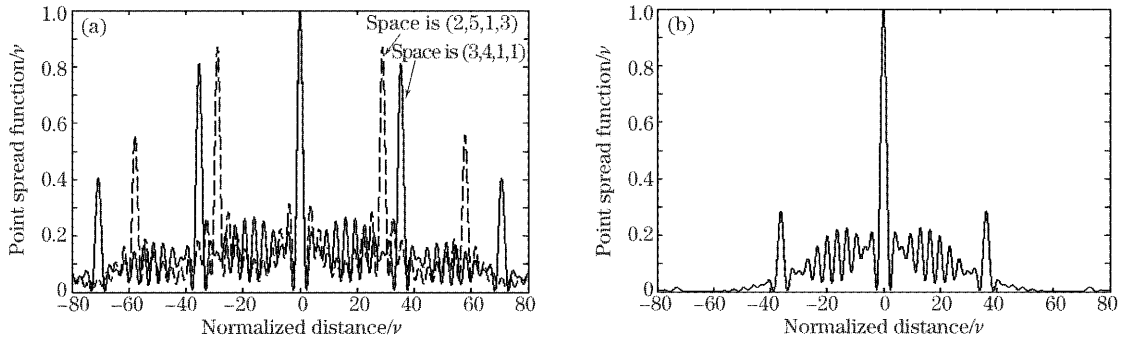


图 4 5 个子孔径光学综合孔径直线阵列的点扩展函数。(a)  $b/d=45$ , (b)  $b/d=20$ , 子孔径相对间隔为(2,5,1,3)

Fig. 4 Point spread function of the array consist of 5 sub-aperture. (a)  $b/d=45$ , (b)  $b/d=20$ , relative space of sub-aperture is ((2,5,1,3)

应用(15)式,系统的衍射成像是目标源(16)式和系统点扩展函数(13)式的卷积,图 5(a)和图 5(b)分别是子孔径数为  $N=4$ 、子孔径中心间距为(1,3,2)和  $N=5$ 、子孔径间距为(2,5,1,3)的情况下仿真计算结果,为便于比较,计算结果中还给出了子孔径的直径为  $b$  时的独立实孔径的衍射成像情况(图中的点线图形),由图 5 可见,由一个直径等同于阵列长度的完全填充的独立的孔径成像是较完善的,两个目标光源的像非常清晰。从图 5 中还可以看到,子孔径直径较小时,重影现象较为严重,目标的像周期性的重复,振幅逐渐衰减。随着子孔径直径的增大,重影现象逐渐减轻,但子孔径直径增大受到阵列长度和子孔径中心距离的限制,对于阵列长度  $b=4.5\text{ m}$  的 4 个子孔径系统,子孔径直径最大可增加到  $b/d=11.25$ ,而对于阵

列长度  $b=4.5\text{ m}$  的 5 个子孔径系统,子孔径直径最大可增加到  $b/d=15$ 。对照图 5(a)和图 5(b)可以看到,阵列长度和子孔径直径相同时,子孔径数多的阵列其重影的个数较少,重影之间分得更开一些,当子孔径直径增大到容许程度时( $b/d=15$ ),重影现象几乎可以忽略。除了对上述两种优化阵列的衍射成像情况仿真计算外,我们还对子孔径数  $N=5$  的其它几种优化阵列衍射成像情况进行了计算(因篇幅关系,这里没有给出),子孔径中心间距为(1,3,5,2)的阵列衍射成像情况与(2,5,1,3)阵列的成像情况基本一样,(2,4,1,3)、(3,4,1,1)、(1,3,3,2)、(4,2,1,6)几种阵列的重影现象都比(2,5,1,3)阵列的重影现象严重,这说明即使频率覆盖得较好的阵列,如(3,4,1,1)和(1,3,3,2)阵列,其衍射成像性能也不一定更好。

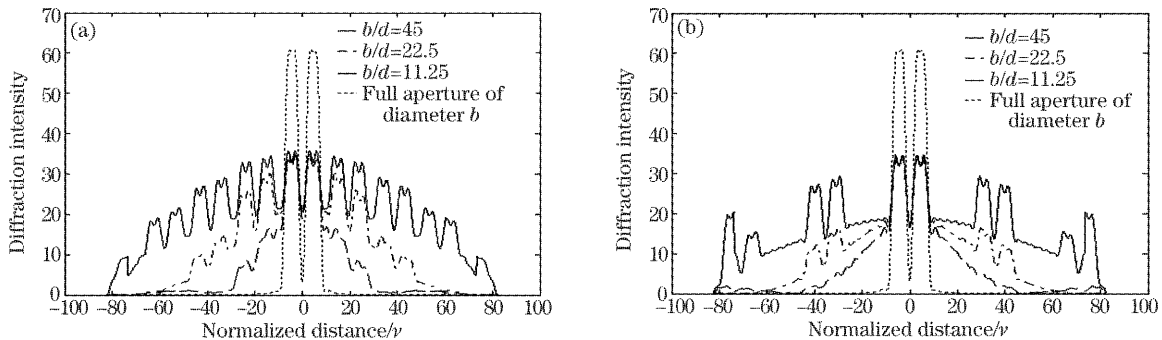


图 5 光学综合孔径直线阵列的衍射图像。(a) 4 个子孔径阵列。实线:  $b/d=45$ , 点划线:  $b/d=22.5$ , 虚线:  $b/d=11.25$ , 点线: 直径为  $b$  的独立孔径的成像结果。(b) 5 个子孔径阵列。实线:  $b/d=45$ , 点划线:  $b/d=22.5$ , 虚线:  $b/d=15$ , 点线: 直径为  $b$  的独立孔径的成像结果

Fig. 5 Diffraction images of linear optical synthetic aperture array. (a)  $N=4$ , solid line is  $b/d=45$ , dot-dashed line is  $b/d=22.5$ , dashed line is  $b/d=11.25$ , dotted line is full aperture of diameter  $b$ ; (b)  $N=5$ , solid line is  $b/d=45$ , dot-dashed line is  $b/d=22.5$ , dashed line is  $b/d=15$ , dotted line is full aperture of diameter  $b$

### 5 结 论

本文深入研究了直线光学综合孔径阵列优化排列中的子孔径大小这个重要的因素对空间频率覆

盖、成像特性的影响问题,理论分析和对几种以子孔径位置优化排列阵列的仿真计算结果可以得出如下几方面的结论:1)子孔径直径越大,频率覆盖越好,

点扩展函数的次级峰值越小,衍射成像的幻影越小; 2)对于子孔径数  $N > 4$  的阵列,总有频率分量丢失,但总的孔径阵列相对长度的缩短和子孔径直径的增加,可以得到较好的频率覆盖; 3)频率覆盖较好的阵列,其衍射成像的幻影程度不一定最小。说明在实际工作中,除了对阵列的子孔径位置排列进行优化外,还要综合考虑子孔径直径大小、阵列的总长度、频率覆盖和衍射成像情况以及经济成本等等因素。

本文主要研究一维的线干涉阵的情况,事实上,就二维成像情况而言,必须将子孔径作二维排列,或将一维的线干涉阵作整体的旋转观测,这样才能获得二维的图像。快速成像的二维面阵排列工作正在进行中。

### 参 考 文 献

- 1 A. B. Meinel. Aperture synthesis using independent telescopes [J]. *Appl. Opt.*, 1970, **9**(11): 2501~2504
- 2 V. N. Sintsov, A. F. Zapryagaev. Aperture synthesis in optics [J]. *Sov. Phys. -Usp.*, 1975, **17**(6): 931~941
- 3 C. A. Haniff, C. D. Mackay, D. J. Titterton *et al.*. The first images from optical aperture synthesis [J]. *Nature*, 1987, **328**(6132): 694~696
- 4 Wang Haitao, Zhou Bifang. Optical synthesis aperture interference image technology [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2002, **10**(5): 434~441 (in Chinese)  
王海涛,周必方. 光学综合孔径干涉成像技术 [J]. *光学精密工程*, 2002, **10**(5): 434~441
- 5 J. E. Baldwin, M. G. Beckett, R. C. Boyson *et al.*. The first images from an optical aperture synthesis array: mapping of capella with COAST at two epochs [J]. *Astronomy and Astrophysics*, 1996, **306**: L13~L16
- 6 Wang Haitao, Zhou Bifang. Beam combiner in optical aperture synthesis telescope array [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(9): 1109~1115 (in Chinese)  
王海涛,周必方. 光学综合孔径望远镜阵的光束组合器 [J]. *光学学报*, 2002, **22**(9): 1109~1115
- 7 Fan Weijun, Zhou Bifang, Wang Haitao *et al.*. Research of Fourier phase in optical synthetic aperture imaging technique [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(3): 408~412 (in Chinese)  
范伟军,周必方,王海涛等. 光学综合孔径成像中的傅里叶相位研究 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(3): 408~412
- 8 Fan Weijun, Xia Liangzhen, Zhou Bifang. Mathematical model of optical aperture synthesis image-plane interference and computer simulation [J]. *J. Infrared Millim. Waves*, 2004, **23**(2): 143~147 (in Chinese)  
范伟军,夏良正,周必方. 光学综合孔径像面干涉数学模型与计算机仿真 [J]. *红外与毫米波学报*, 2004, **23**(2): 143~147
- 9 Richard Barakat. Dilute aperture diffraction imagery and object reconstruction [J]. *Opt. Engng.*, 1990, **29**(2): 131~139
- 10 J. T. Armstrong, D. Mozurkewich, L. J. Rickard *et al.*. The Navy prototype optical interferometer [J]. *The Astrophysical J.*, 1998, **496**(1): 550~571
- 11 Edmund M. C. Kong, David W. Miller, Raymond J. Sedwick *et al.*. Exploiting orbital dynamics for aperture synthesis using distributed satellite systems: applications to a visible earth imager system [R]. 1999, **AAS 99~122**: 285~301
- 12 A. T. Moffet. Minimum-redundancy linear arrays [J]. *IEEE Trans. Anten. Propag.*, 1968, **AP-16**(2): 172~175
- 13 Su Xianyu, Li Jitao. *Information Optics* [M]. Beijing: Science Press, 1999. 20~26 (in Chinese)  
苏显渝,李继陶. *信息光学* [M]. 北京:科学出版社,1999. 20~26
- 14 Jack D. Gaskill. *Linear Systems, Fourier Transformations, and Optics* [M]. New York: Jonh Willey & Sons, 1978. 179~217