

文章编号: 0253-2239(2005)08-1030-6

复合三子镜的成像研究*

钱霖¹ 吴泉英^{2,3} 吴峰² 沈为民²

{ 1 苏州大学物理科学与技术学院光电系, 苏州 215006
2 苏州大学现代光学技术研究所, 苏州 215006
3 苏州科技学院实验中心, 苏州 215009 }

摘要: 提出一种由九个子镜构成的复合三子镜稀疏孔径结构。给出该孔径的光瞳函数以及三种不同型的结构形式,并导出它的调制传递函数的解析表达式。对三种不同型的调制传递函数进行了分析比较,阐明复合三子镜三种结构各自的特点。通过数值计算给出复合三子镜 I 型结构的最大截止频率和不同填充因子的等效直径。对不同填充因子下的复合三子镜进行模拟成像、加噪与图像重构,并用两种指标对不同情况下的图像进行像质评价。结果表明,复合三子镜像的空间分辨率,基本接近包围孔径像的分辨率,成像质量和信噪比随着填充因子的减小逐渐下降。经过维纳去卷积滤波,图像质量有所提高。复合三子镜具有结构灵活、易于装调的优点。

关键词: 应用光学; 稀疏孔径; 调制传递函数; 成像质量

中图分类号: O436.1 文献标识码: A

Study on Imaging of Dual Three Sub-Apertures Design

Qian Lin¹ Wu Quanying^{2,3} Wu Feng² Shen Weimin²

{ 1 School of Phys Sci & Tech, Soochow University, Suzhou 215006
2 Institute of Modern Optical Technology, Soochow University, Suzhou 215006
3 Laboratory Center, University of Science and Technology of Suzhou, Suzhou 215009 }

Abstract: A sparse-aperture design named dual three sub-apertures, which is composed of nine sub-apertures, is proposed. The pupil function, analytical formulas of its corresponding modulation transfer function (MTF) and three configuration models have been given. The comparisons among the MTFs of three models are made. The features of three kinds of configuration of dual three sub-apertures is illuminated. The maximum cut-off frequency and equivalent diameters under the different filling factors of dual three sub-apertures for model I are given by calculating. The image quality is evaluated by two kinds of method. The image simulations, noisy image restorations and reconstructing image show that the image spatial resolution of dual three sub-apertures approaches the resolution of encircled aperture, the image quality degrades with the decreasing of filling factor. The image quality can be improved using Wiener filtering. The sparse-aperture system of dual three sub-apertures has the advantages of flexible configuration and easy fabrication.

Key words: applied optics; sparse-aperture; modulation transfer function; image quality

1 引言

星载光学遥感系统的空间分辨率是衡量其性能的主要指标之一。在衍射极限下, 遥感光学系统的角分辨率为工作波长 λ 与入瞳口径 D 之比, 即 $\delta = \lambda/D$, 表明大口径光学系统才会有高的空间分辨率。但是, 制造和检测大口径反射镜的难度大、成本高, 并将导致遥感器的体积大、质量重, 给遥感器的研制和发

射带来极大的困难, 甚至于根本无法实现。为此, 科学工作者正致力于研究基于新理论的光学遥感器成像系统, 稀疏孔径成像系统是其中较有发展前途的方案之一^[1,2]。所谓稀疏孔径是将数个较小光学孔径以一定规则排列, 构成一个大的光学孔径。整个系统的通光面积较单个大孔径小, 但所能捕获的目标信息与单个大孔径系统相当。同时, 光学系统的体积和重量

* 江苏省自然科学基金(BK2004202)和江苏省现代光学技术重点实验室开放课题(T8108030)资助课题。

作者简介: 钱霖(1946~)女, 上海人, 副教授, 主要从事图像信息处理和光学技术研究工作。E-mail: linq@suda.edu.cn

收稿日期: 2004-07-14; 收到修改稿日期: 2005-01-07

大大减小,光学元件的加工难度也相应地降低。

根据文献报道^[1~3],稀疏孔径的排列结构,有环面结构、环形结构、戈莱(Golay)结构、三臂结构等。本文提出一种由九个子镜组成的复合三子镜稀疏孔径系统,对它进行理论分析和模拟成像研究。通过导出和分析该系统的调制传递函数(MTF),研究其成像特性;介绍利用维纳(Wiener)滤波技术重构图像和这类系统成像质量评价的方法,并给出计算机模拟成像结果和结论。研究得到的结果,对于共次镜主镜稀疏结构光学系统和多望远镜稀疏阵列光学系统^[1,2,4~7]都是适用的。

2 复合三子镜结构

复合三子镜由直径为 d 的 9 个子镜(子孔径)构成。每三个子镜组合成一个三子镜结构的次级光瞳,直径为 D_1 ; 三个次级光瞳又组合成一个三子镜结构的主光瞳,直径为 D (包围孔径)。因此,称之为复合三子镜。这是一个光瞳形状与环面、环形、戈莱和三臂形结构不同的稀疏孔径系统。该孔径的光瞳结构如图 1 所示,三个次级光瞳在 90° 、 210° 、 330° 方向上与主光瞳相切,每个次级光瞳中的三个子镜也在同方位与次级光瞳相切。光瞳函数表示为

$$p(x, y) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d/2}\right) * \sum_{i,j} \delta(x - r_{ij} \cos \theta_{ij}, r_{ij} \sin \theta_{ij}), \quad i = 1, 2, 3; j = 0, 1, 2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} r_{i0} = r_g = (D-d)/2 \\ r_{ij} = r_s = 0.5[(D-D_1)^2 + (D_1-d)^2 - (D-D_1)(D_1-d)]^{1/2}, \quad j = 1, 2 \end{cases} \begin{cases} D_1 \leq (2\sqrt{3}-3)D, \\ d \leq (2\sqrt{3}-3)D_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_{i0} = (4i-1)\frac{\pi}{6}, \\ \theta_{ij} = \theta_{i0} + (-1)^j \theta_0, \quad j = 1, 2 \end{cases} \quad \theta_0 = \arctan\left[\frac{\sqrt{3}}{2(D-D_1)/(D_1-d)-1}\right].$$

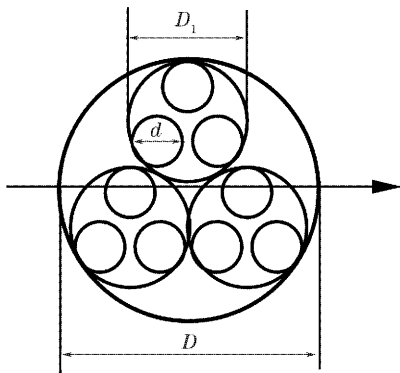


图 1 复合三子镜结构图

Fig. 1 Configuration of dual three sub-apertures

其中 $\text{circ}(\)$ 为圆函数, $*$ 表示卷积。

当 $D_1 = (2\sqrt{3}-3)D$, $d = (2\sqrt{3}-3)D_1$ 时,复合三子镜的填充因子 F 达到最大。填充因子 F 定义为稀疏孔径通光面积(子镜通光面积之和)与包围孔径面积的比值。对于复合三子镜系统 $F = 9d^2/D^2$ 。此式没有考虑光学系统中次镜对通光面积的影响,以下我们都讨论这种无遮拦理想情况。

复合三子镜的最大填充因子 $F_{\max} = 0.4175$ 。此

时,三个次级光瞳彼此相切,各次级光瞳内三个子镜也彼此相切。缩小子镜直径 d , 则填充因子减小,在结构上有三种不同的形式。

I 型结构:

$$D_1 = (2\sqrt{3}-3)D, \quad d < (2\sqrt{3}-3)D_1;$$

II 型结构:

$$D_1 < (2\sqrt{3}-3)D, \quad d = (2\sqrt{3}-3)D_1;$$

III 型结构:

$$D_1 < (2\sqrt{3}-3)D, \quad d < (2\sqrt{3}-3)D_1.$$

在某一填充因子 $F < F_{\max}$ 下, I 型和 II 型的子镜间位置确定,而对于 III 型,可选用不同的 D_1 , 对应有多种多样的子镜位置,所以 III 型结构具有相当的灵活性。

3 复合三子镜的调制传递函数分析

3.1 解析表达式

理想状况下,复合三子镜中每一个子镜为直径为 d 的无遮拦圆形光瞳,非相干衍射限的调制传递函数为^[8]

$$F_{\text{MTD}} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \frac{\rho}{\rho_{dc}} - \frac{\rho}{\rho_{dc}} \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{dc}} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}, & 0 \leq \rho \leq \rho_{dc} \\ 0, & \rho > \rho_{dc} \end{cases} \quad (2)$$

$$\rho_{dc} = d/\lambda f'.$$

对(1)式表示的光瞳函数 $p(x, y)$ 进行傅里叶变换,得到相干点扩散函数,将其模方再经过傅里叶变换,并进行归一化计算得到复合三子镜的调制传递函数:

$$F_{MT} = F_{MTd} + \frac{1}{9} \times F_{MTd} * \sum_k \sum_l c_k \delta(u - \rho_k \cos \alpha_{kl}, v - \rho_k \sin \alpha_{kl}), \quad k = 1, 2, \dots, 8; \quad l = 1, 2, \dots, 6 \quad (3)$$

式中 ρ_k 和 α_{kl} 由九个子镜的相互位置确定,根据复合三子镜的结构特点,进一步得出

$$\begin{cases} \rho_{1,2} = \frac{[r_g^2 + r_s^2 - 2r_g r_s \cos(2\pi/3 + \theta_0)]^{1/2}}{\lambda f'}, & \alpha_{kl} = (2l-1) \frac{\pi}{6} + (-1)^k \Delta\alpha, \quad \Delta\alpha = \frac{3r_g}{2\rho_{1,2}} \\ \rho_{3,4} = \frac{\sqrt{3}r_s}{\lambda f'}, & \alpha_{kl} = l \times \frac{\pi}{3} + (-1)^k \theta_0 \\ \rho_5 = \frac{\sqrt{3}r_g}{\lambda f'}, & \alpha_{kl} = l \times \frac{\pi}{3} \\ \rho_{6,7,8} = 2r_s \sin\left[(k-6) \frac{\pi}{3} + \theta_0\right] / (\lambda f'). \end{cases}$$

(3)式表明,子镜的调制传递函数 F_{MTd} ,以不同的强度放在二维频率域的 49 个不同位置,组成复合三子镜的调制传递函数。填充因子 $F=0.20$ 的三维模拟调制传递函数图和二维调制传递函数图(图 2)清楚显示了复合三子镜的调制传递函数的组成特征,与表达式完全吻合。

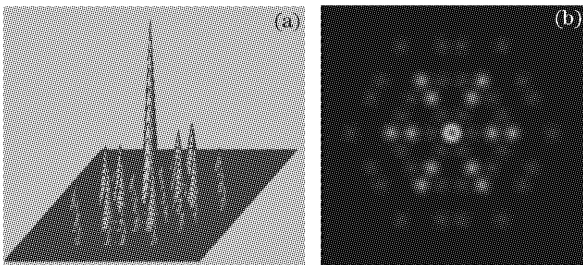


图 2 (a) 三维调制传递函数 $F=0.10$,
(b) 二维调制传递函数 $F=0.10$

Fig. 2 (a) Three-dimensional MTF $F=0.10$,
(b) Two-dimensional MTF $F=0.10$

当填充因子 F 较大时,不同位置的调制传递函数 F_{MTd} 相互交叠,在 $\pi/3$ 整数倍方向上,截止频率最高:

$$\rho_{cmax} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{6} \sqrt{F} \right) \times \rho_{DC}, \quad (4)$$

其中 $\rho_{DC} = D/(\lambda f')$ 为包围孔径的截止频率。

在最大填充因子 $F = F_{max} = 0.4175$ 时, $\rho_{cmax} = 0.8948\rho_{DC}$ 。随着填充因子 F 的减小, F_{MTd} 的宽度变窄,在 $\rho < \rho_{cmax}$ 范围内会有零点出现,最高截止频率比(4)式表示的 ρ_{cmax} 要低。

由上计算可知,稀疏孔径的调制传递函数由于子孔径的调制传递函数组合而成。子孔径之间的相对

距离决定子传函在频率域内放置的径向位置;子孔径之间的相对方位决定子传函在频率域内放置的角度方向。这就给稀疏孔径设计得出一个启示:调节子孔径的相对位置,使之达到实际使用对传函的要求。

3.2 调制传递函数分析

三种不同型复合三子镜的二维调制传递函数图像如图 3 所示, $F=0.20$ 。图 3 显示,不同型复合三子镜的调制传递函数都具有相同的对称性,呈正六边形分布。在 $\pi/3$ 的整数倍角度方向,调制传递函数有较大的值,截止频率最高;在该角度转过 $\pi/6$ 方向,调制传递函数值较小,截止频率也最低。比较而言, II 型子镜间相对距离远近差别大,导致其调制传递函数向高低频两端集中,中频处易出现零点,冗余度高。但高频区的调制传递函数接近或甚至超过包围孔径的调制传递函数,可适用于特殊要求的遥感器; III 型的调制传递函数无论是强度、还是在二维频谱面上的分布都比较均匀,而且结构灵活,尤其在填充因子较小的情况下,可以按照 Lowman 的等边三角形规则^[2],调节子镜的相对位置,设计出冗余度低的调制传递函数; I 型的调制传递函数特性介于 II 型和 III 型之间。图 3 所对应的调制传递函数值随频率的变化曲线由图 4 给出,横坐标归一化到包围孔径的截止频率 ρ_{DC} 。图 4 显示,复合三子镜的调制传递函数随频率增大呈起伏式下降,明显不同于包围孔径的调制传递函数呈单调式下降。

图 5 给出 I 型结构不同填充因子调制传递函数曲线图。可以看出,最大截止频率约 $0.88\rho_{DC}$,与理论计算相符;随着填充因子 F 的减小,调制传递函数下降,截止频率减低。它的截止频率和等效直径如表 1 所示。

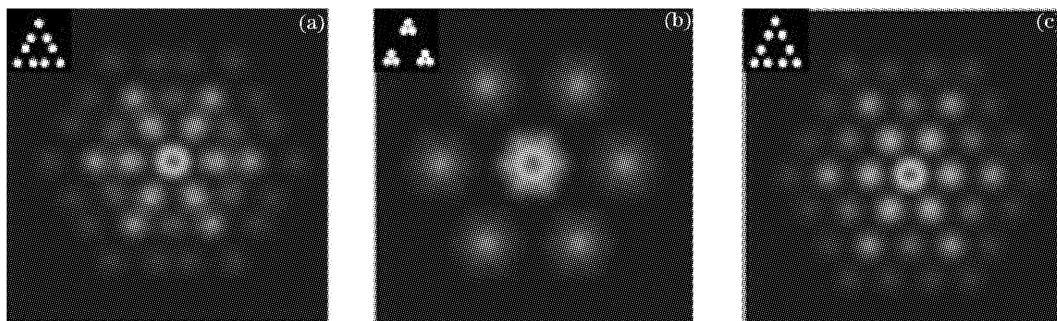


图 3 三种不同型复合三子镜及其调制传递函数图像 ($F=0.2$)。 (a) I 型, (b) II 型, (c) III 型

Fig. 3 Three models for dual three sub-apertures, with images of their MTF ($F=0.2$).

(a) Model I, (b) model II, (c) model III

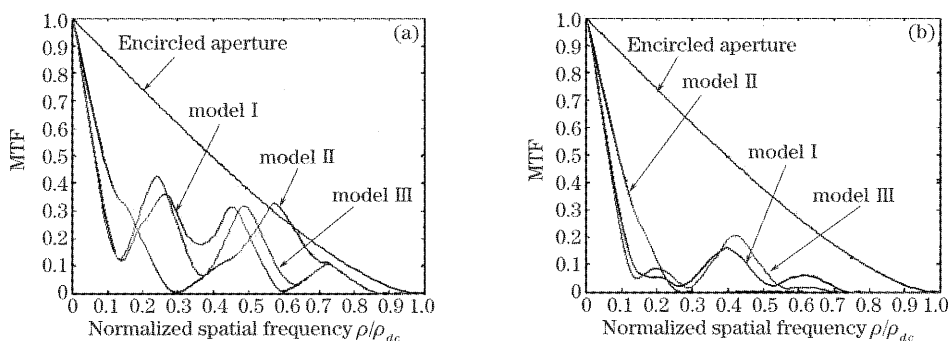


图 4 三种不同型复合三子镜的调制传递函数曲线 ($F=0.2$)。 (a) 角度方向 $2n \times (\pi/6)$, (b) $(2n-1) \times (\pi/6)$

Fig. 4 MTF curves of three models for dual three sub-apertures ($F=0.2$), angular direction (a) $2n \times (\pi/6)$, (b) $(2n-1) \times (\pi/6)$

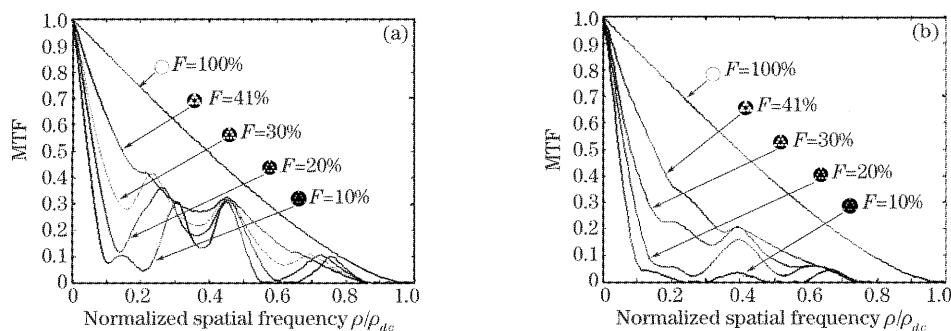


图 5 I 型结构不同填充因子的调制传递函数曲线图。 (a) 角度方向 $2n \times (\pi/6)$, (b) $(2n-1) \times (\pi/6)$

Fig. 5 Model I MTF curve at various filling factors, angular direction (a) $2n \times (\pi/6)$, (b) $(2n-1) \times (\pi/6)$

表 1 复合三子镜的截止频率和等效直径

Table 1 The cut-off frequency and equivalent diameters of dual three sub-apertures

| Filling factor F | 0.10 | 0.15 | 0.20 | 0.25 | 0.30 | 0.35 | 0.41 |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Equivalent diameter D_e/D | 0.6798 | 0.7645 | 0.7989 | 0.8082 | 0.8139 | 0.8179 | 0.8240 |
| Angular direction of $(2n-1)\pi/6$ | 0.2377 | 0.5245 | 0.7459 | 0.7622 | 0.7622 | 0.7622 | 0.7622 |
| Angular direction of $2n \times (\pi/6)$ | 0.5901 | 0.8606 | 0.8606 | 0.8688 | 0.8688 | 0.8770 | 0.8770 |

等效直径 D_e 定义为:具有与稀疏孔径相等调制传递函数面积的园孔直径。通过下式进行计算:

$$f(\rho, \theta) = \begin{cases} 1, & \text{if } F_{MT}(\rho, \theta) > 0 \text{ at } \rho_\theta < \rho_{\theta c} \\ 0, & \text{else} \end{cases}$$

$$D_e = \left[\int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_{DC}} f(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta / (\pi \rho_{DC})^2 \right]^{1/2} \cdot D, \quad (5)$$

ρ_{DC} 指 θ 方向上的截止频率。

4 模拟成像和重构

4.1 模拟成像

采用 ZEMAX 软件进行模拟成像。将一幅分辨率板的数字图像输入至 ZEMAX,作为目标物,如

图 6(a)。成像的光学系统是理想的无遮拦圆形光瞳,相对孔径 1:20,波长 550 nm。理论截止频率 91 lp/mm。模拟衍射限像如图 6(b)所示。像的对比度较物下降,人眼能分辨到 71 lp/mm。

为适合于比较,在同样光学参量条件下,进行复合三子镜的理想模拟成像和加入噪声的模拟成像。随着填充因子的减小,像的质量逐渐下降,像信噪比

逐渐下降。但是,所有的像依然可分辨出 71 lp/mm,基本上与包围孔径的分辨率相当。鉴于篇幅限制,此处只给出 I 型 $F=0.30$ 和 $F=0.20$ 的两幅加噪模拟像(图 7)。从图 7 还可看出在水平和垂直两个方向上像的分辨率略有不同,反映出复合三子镜的调制传递函数确实不是圆对称的。

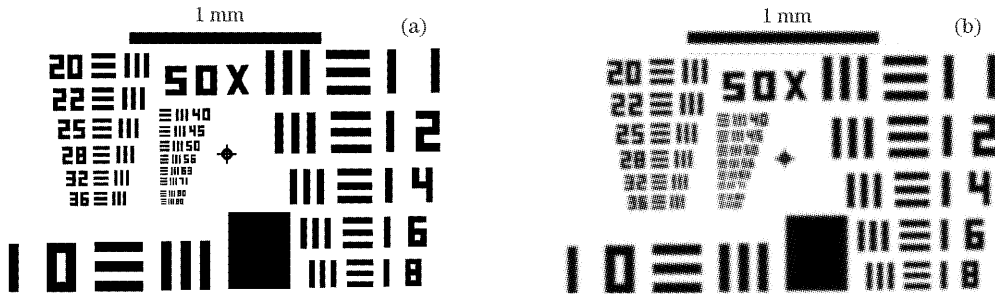


图 6 (a)原始目标,(b)衍射限理想像
Fig. 6 (a) Object, (b) diffraction limited image

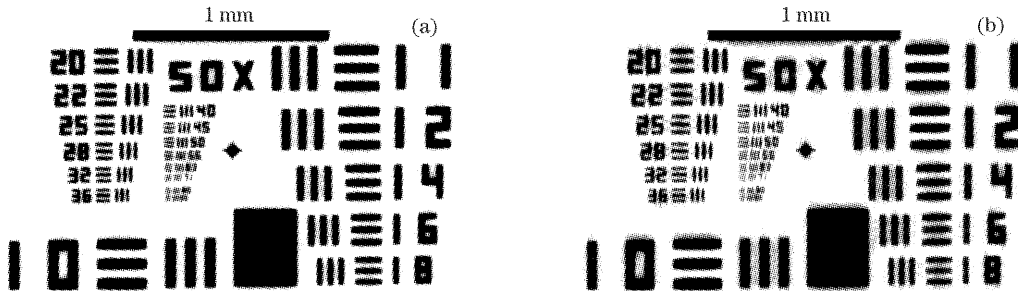


图 7(a) 复合三子镜模拟像。(a) $F=0.3$, (b) $F=0.2$
Fig. 7 Simulation image of dual three sub-apertures. (a) $F=0.3$, (b) $F=0.2$

4.2 图像重构

稀疏孔径成像系统以降低像质的代价,换取与大口径光学系统等同的空间分辨率。因此,稀疏孔径像图像重构处理是必要的。本文以维纳去卷积滤波来实现有噪声像的重构。频域中的滤波器为

$$W(u,v) = F_{OT}^*/(F_{MT}^2 + K), \quad (6)$$

其中 F_{OT} 是系统的光学传递函数,上标 * 表示共

轭,常数 K 代替噪声功率谱与原始目标功率谱的比值^[9]。处理过程中采用了高斯窗来抑制傅里叶变换中出现的旁瓣。图 8 显示的两幅重构图像噪声下降,总体对比度提高。填充因子 $F = 0.2$ 的重构图像中有伪影出现,质量劣于 $F = 0.3$ 的重构图像。图像重构的算法还有待进一步研究。

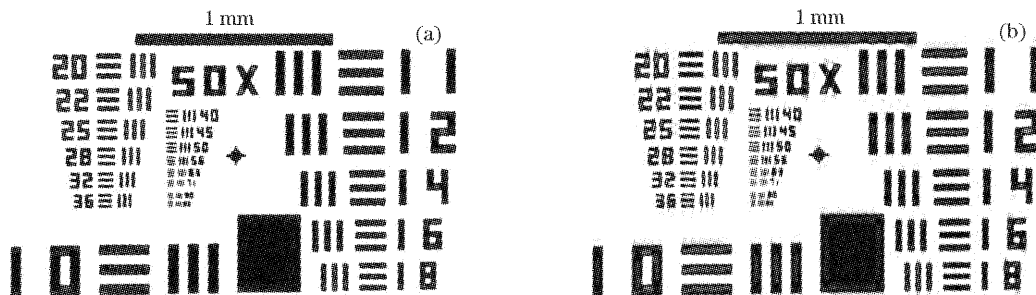


图 8 经维纳去卷积滤波的像。(a) $F=0.3$, (b) $F=0.2$
Fig. 8 Restored image using Wiener filtering. (a) $F=0.3$, (b) $F=0.2$

5 像质评价

我们选用两种指标来评价不同填充因子成像质量。其中,相对综合光密度(CIOD)是稀疏孔径所成像的综合光密度(IOD)^[4]与衍射限像的综合光密度之比,反映了复合三子镜像光强的损失,即信噪比的下降。计算公式为

$$n_{\text{CIOD}} = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N E(i,j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N E_0(i,j)}, \quad (7)$$

式中 $E(i,j)$ 为各稀疏孔径所成像在第 (i,j) 个像素的灰度值, $E_0(i,j)$ 为衍射限像在第 (i,j) 个像素的

灰度值。

峰值信噪比(PSNR)用来比较复合三子镜像与衍射限像的差异,也反映成像质量的高低。计算公式为

$$n_{\text{PSNR}} = 10 \lg \left[\frac{255^2 \times M \times N}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N |E(i,j) - E_0(i,j)|} \right]. \quad (8)$$

表 2 列出理想模拟像、加噪模拟像和重构像的峰值信噪比值,以及理想模拟像的相对综合光密度值。

表 2 各图像的峰值信噪比和相对综合光密度对照表

Table 2 Peak signal-to-noise ratio and CIOD comparison of the images

| Filling factor | n_{PSNR} | | | n_{CIOD} |
|----------------|---------------------------|------------------------|-------------------|---------------------------|
| | Gaussian simulation image | Noisy simulation image | Restoration image | Gaussian simulation image |
| $F=0.10$ | 35.2 | 34.6 | 35.2 | 0.979 |
| $F=0.20$ | 36.4 | 35.4 | 35.9 | 0.982 |
| $F=0.30$ | 37.5 | 36.2 | 37.0 | 0.991 |
| $F=0.35$ | 38.3 | 36.6 | 38.1 | 0.993 |

表 2 反映出,随着填充因子 F 的减小,图像的信噪比、图像质量逐渐降低,与衍射限像的差别逐渐增大。重构图像的峰值信噪比优于加噪图像,但像质量仍然随着 F 的减小而变差。说明对于小填充因子的稀疏孔径系统,仅依靠图像重构是不够的,还需要增加积分时间来提高信噪比。

6 结 论

复合三子镜是一种不同于环形、戈莱和三臂形结构的稀疏孔径结构。它由三个相同的三子镜结构复合而成,给光学系统装调带来极大的方便,装配误差小。Ⅲ型结构具有灵活性,在填充因子较小的情况下,可以调节子镜间相对位置,设计出具有优化调制传递函数的复合三子镜系统。模拟成像的结果表明,复合三子镜像的空间分辨率,基本接近包围孔径像的分辨率。随着填充因子的减小,像的对比度下降,成像质量降低。经过维纳去卷积滤波,图像质量有所提高。

仿真成像研究、后续图像处理以及复合三子镜的优化设计,有待进一步的工作。

致谢 感谢薛鸣球院士的悉心指导。

参 考 文 献

- 1 Robert D. Fiete, Theodore A. Tantaló. Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing [J]. *Opt. Engng.*, 2002, **41**(8): 1957~1968
- 2 Aden Baker Meinel, Marjorie Pettit Meinel. Large sparse-aperture space optical systems [J]. *Opt. Engng.*, 2002, **41**(8): 1983~1994
- 3 James E. Harvey, Richard A. Rockwell. Performance characteristics of phased array and thinned aperture optical telescopes [J]. *Opt. Engng.*, 1988, **27**(9): 762~768
- 4 Fabien Baron, Frédéric Cassaing, Amandine Blanc *et al.*. Cophasing a wide field multi-aperture array by phase diversity: influence of aperture redundancy and dilution [C]. *Proc. SPIE*, 2003, **4852**: 663~673
- 5 Long Weijun, Wang Zhile, Zhou Yanping. Imaging analysis and computer simulation of optical synthetic aperture telescope [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(8): 1009~1014 (in Chinese)
龙伟军,王治乐,周彦平. 光学综合孔径望远镜成像分析及计算机仿真 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(8): 1009~1014
- 6 Wang Haitao, ZHou Bifang. Beam combiner in optical aperture synthesis telescope array [J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, **22**(9): 1109~1115 (in Chinese)
王海涛,周必方. 光学综合孔径望远镜阵的光束组合器 [J]. *光学学报*, 2002, **22**(9): 1109~1115
- 7 Zhao Peiqian, Zhou Bifang, Mariotti J M *et al.*. Method study of optical path modulation in coherent optical telescope array [J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(7): 748~751 (in Chinese)
赵培谦,周必方. 望远镜干涉阵中光程调制研究 [J]. *光学学报*, 1994, **14**(7): 748~751
- 8 Castleman K R. *Digital Image Processing* [M]. Prentice-Hall International Inc., 1998. 351~385
- 9 Yufeng Zheng, Xiaohui Cui, Mark P. Wachowiak *et al.*. CT scout z -resolution improvement with image restoration methods [C]. *Proc. SPIE*, 2003, **5032**: 1851~1857