

文章编号: 0253-2239(2005)06-848-7

# 傍轴高斯光束在强非局域介质中的传输特性\*

王形华<sup>1,2</sup> 郭旗<sup>2\*</sup> 谢逸群<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> 赣南师范学院物理与电子信息科学系, 赣州 34100)  
(<sup>2</sup> 华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

**摘要:** 运用变分法研究了傍轴高斯光束在三维轴对称强非局域介质中的传输特性, 得到了光束各参量的演化方程、一个势函数、一个临界功率和一个由强非局域介质特性与初始束宽决定的特征参量  $\epsilon$ 。通过对势函数的进一步分析, 结果表明, 作为强非局域模型, 必须满足  $0 \leq \epsilon < 1/3$ 。在此前提下, 当初始功率等于临界功率时, 可以得到稳定的空间孤子; 对于一般情形, 束宽则作周期性压缩或展宽变化, 也可能将不断展宽。该结果与数值解基本一致。

**关键词:** 非线性光学; 傍轴高斯光束; 变分法; 强非局域介质; 空间孤子

中图分类号: O437 文献标识码: A

## Propagation Properties the Paraxial Gaussian Beam in Strongly Nonlocal Media

Wang Xinghua<sup>1,2</sup> Guo Qi<sup>2</sup> Xie Yiqun<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics and Electronic Information Science, Gannan Teachers College, Ganzhou 341000)  
(<sup>2</sup> Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631)

**Abstract:** The propagation of paraxial Gaussian beam in three-dimensional strongly nonlocal media is discussed with a variational approach. A set of evolution equations are obtained for the beam. The potential function, critical power and  $\epsilon$  determined by both the material property and the initial beam width are obtained. The analysis of the potential function shows that the model for the beam propagation in the strongly nonlocal media is valid only when  $0 \leq \epsilon < 1/3$ . A stable optical spatial soliton is found when the input power equals the critical power. Generally, the beam width takes periodical contraction, diffraction, or always diffracts respectively. The results agree with the numerical solutions.

**Key words:** nonlinear optics; paraxial Gaussian beam; variational approach; strongly nonlocal media; spatial soliton

## 1 引 言

1997 年 Snyder 和 Mitchell 提出了强非局域模型, 并用此模型来研究光束在非局域非线性介质中的传输特性, 将非线性薛定谔方程近似简化为一个线性方程, 得到了孤子解<sup>[1]</sup>。他们的工作得到 Shen 的高度评价<sup>[2]</sup>。光在非局域非线性介质中传输特性的研究也引起了人们极大的兴趣, 在理论上和实验上展开了广泛的探讨<sup>[3~13]</sup>。在理论上, Krokowski 等根据介质的非局域程度, 将其划分为局域、弱的非局域, 一般程度的非局域和强的非局域<sup>[3,4]</sup>; 求出了 1+1D(一维为光束传输方向, 另一维为束宽方向)弱非局域情形的精确解<sup>[5]</sup>, 并对调制的不稳定性进行了分析<sup>[3]</sup>, 对任意程度的非局域介质

中孤子的稳定性进行了探讨<sup>[4]</sup>。在实验上, Peccianti 等已发现向列型液晶是强非局域介质, 并对向列型液晶中光束的传输特性, 光束之间的相互作用以及利用其特性研制全光开关和光逻辑门等方面, 进行了探讨<sup>[6~10]</sup>。

2004 年初郭旗等通过对强非局域介质响应函数作泰勒级数展开取到二阶, 使非局域非线性薛定谔方程(NNLSE)中的非线性项保留到两项不为零项, 对 Snyder 和 Mitchell 的模型进行了修正, 得到了一种新的近似模型, 并用此模型研究了傍轴高斯光束在强非局域介质中的传输特性, 得到了“大相移”的结果<sup>[11]</sup>; 研究了强非局域介质中空间光孤子之间的相互作用<sup>[12]</sup>; 经过分析, 又得出强非局域介

\* 国家自然科学基金(10474023)、广东省自然科学基金面上项目(031516)和重点项目(04105804)资助课题。

作者简介: 王形华(1963~), 男, 江西省赣南师范学院副教授, 主要从事非线性光学传输方面的研究。

\* \* 通信联系人。E-mail: guoq@sncu.edu.cn

收稿日期: 2004-09-03; 收到修改稿日期: 2004-10-29

质中傍轴高斯光束偏离束腰入射时不能得到光孤子的结论<sup>[13]</sup>。从文献[11]来看,其得到的束宽演化规律与数值解还存在一定误差,特别是 $1+2D$ (一维为光束传输方向,另两维为束宽方向)情形,有待于寻找更理想的近似表达式。

本文运用变分法,通过对强非局域介质响应函数作泰勒级数展开取到四阶,使非局域非线性薛定谔方程中的非线性项保留到三项不为零项,得到了傍轴高斯光束在 $1+2D$ 轴对称强非局域介质中传输时各参量的演化方程:一个势函数、一个临界功率、一个由强非局域介质特性与初始束宽决定的特征参量以及束

宽的演化规律;通过对势函数的分析又得出,作为强非局域模型,必须满足 $0 \leq \epsilon < 1/3$ 。在此前提下,当初始功率等于临界功率时,可以得到稳定的空间孤子;一般情形,束宽作周期性压缩或展宽变化,也可能不断展宽。对于束宽的演化,我们的结果与数值解比较,比文献[11]的结果更接近于一致。

## 2 光束参量演化方程

在忽略传输损耗的情形下, $1+2D$ 非线性薛定谔方程可以写为<sup>[11]</sup>

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi + \rho \varphi \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R(x-\zeta, y-\xi) |\varphi(\zeta, \xi, z)|^2 d\zeta d\xi = 0, \quad (1)$$

其中 $\varphi(x, y, z)$ 为傍轴光束, $\mu = 1/2k$ , $\rho = kn_2/n_0$ , $n_0$ 是非线性介质折射率的线性部分, $n_2$ 是折射率非线性部分系数, $k$ 为对应于 $n_0$ 的波数, $z$ 为光束传输方向坐标, $x, y$ 为束宽方向坐标, $R(\zeta, \xi)$ 是二维轴对称非局域介质响应函数,其满足归一化条件<sup>[11]</sup>。由(1)式描述的物理系统的拉格朗日密度函数为<sup>[14]</sup>

$$L = L_1 + L_2, \quad (2)$$

$$L_1 = \frac{i}{2} \left( \varphi^* \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \varphi \frac{\partial \varphi^*}{\partial z} \right) - \mu \left( \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|^2 \right), \quad (3)$$

$$L_2 = \frac{1}{2} \rho |\varphi|^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R(x-\zeta, y-\xi) |\varphi(\zeta, \xi, z)|^2 d\zeta d\xi, \quad (4)$$

其中 $\varphi^*$ 是 $\varphi$ 的复数共轭函数。假设(1)式的试探解为高斯形式<sup>[11]</sup>

$$\varphi(x, y, z) = A(z) \exp[i\theta(z)] \exp \left[ -\frac{x^2 + y^2}{2a(z)^2} + ic(z)(x^2 + y^2) \right], \quad (5)$$

式中 $A(z)$ 、 $\theta(z)$ 是复振幅的大小和相位, $a(z)$ 是束宽, $c(z)$ 是波前曲率系数。将(5)式代入(3)式得

$$L_1 = -A^2 \left[ (x^2 + y^2) \left( \frac{\mu}{a^4} + \frac{dc}{dz} + 4\mu c^2 \right) + \frac{d\theta}{dz} \right] \exp \left( -\frac{x^2 + y^2}{a^2} \right). \quad (6)$$

考虑到 $a(z)/w_m \ll 1$ ( $w_m$ 是强非局域介质响应函数特征宽度), $R(x-\zeta, y-\xi)$ 在 $\zeta=0, \xi=0$ 处作泰勒级数展开取到四阶,在对 $\zeta, \xi$ 积分后,对

$$R^{(m,n)}(x, y) = \frac{\partial^{(m,n)} R(x-\zeta, y-\xi)}{\partial \zeta^m \partial \xi^n} \Big|_{\zeta, \xi=0} \quad (m, n = 0, 1, 2, 3, 4, m+n \leq 4)$$

在 $x=0, y=0$ 处作泰勒级数展开取到 $R(x, y)$ 的四阶,并考虑到 $R(x, y)$ 的轴对称性,可得

$$L_2 = \frac{1}{2} \rho \pi A^2 a^2 |\varphi|^2 \left\{ R(0,0) + \frac{1}{2} a^2 R^{(2,0)}(0,0) + \frac{1}{16} a^4 R^{(4,0)}(0,0) + \frac{1}{16} a^4 R^{(2,2)}(0,0) + \frac{1}{8} [4R^{(2,0)}(0,0) + a^2 R^{(2,2)}(0,0) + a^2 R^{(4,0)}(0,0)] (x^2 + y^2) + \frac{1}{4} R^{(2,2)}(0,0) x^2 y^2 + \frac{1}{24} R^{(4,0)}(0,0) (x^4 + y^4) \right\}, \quad (7)$$

将(6)式、(7)式代入(2)式,令 $L_r = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L dx dy$ ,则可导出

$$L_r = -\pi A^2 \left[ \mu + a^4 \left( 4\mu c^2 + \frac{dc}{dz} \right) + a^2 \frac{d\theta}{dz} \right] + \frac{1}{8} \rho \pi^2 A^4 a^4 (4R_0 - 4a^2 \gamma + a^4 g), \quad (8)$$

式中  $\gamma = -R^{(2,0)}(0,0) = -R^{(0,2)}(0,0) > 0$  (因为  $R_0$  是  $R$  的最大值),  $g = R^{(4,0)}(0,0) + R^{(2,2)}(0,0)$ ,  $R_0 = R(0,0)$ 。由变分原理  $\delta L_r / \delta p_i = 0$  (其中  $p_i$  为光束参量  $\theta, c, A, a$ ) 可得

$$A(z) = \frac{1}{a(z)} \sqrt{\frac{P_0}{\pi}}, \quad (9)$$

$$\frac{da}{dz} - 4\mu ca = 0, \quad (10)$$

$$\frac{dc}{dz} - \frac{\mu}{a^4} + 4\mu c^2 - \frac{1}{4} \rho P_0 (-2\gamma + ga^2) = 0, \quad (11)$$

$$\frac{d\theta}{dz} + \frac{2\mu}{a^2} - \frac{1}{2} \rho P_0 (2R_0 - \gamma a^2) = 0, \quad (12)$$

其中  $P_0$  为光束初始功率。(9)式~(12)式即为光束参量演化方程。

### 3 势函数及其分析

#### 3.1 势函数

令  $h = a/a_0$ ,  $a_0$  为光束初始束宽。结合(10)式、(11)式可得

$$\frac{d^2 h(z)}{dz^2} = \frac{4\mu^2}{a_0^4 h(z)^3} - \frac{4\mu^2 P_0}{a_0^4 P_\infty} (h - 2\epsilon h^3), \quad (13)$$

式中  $P_\infty = 2\mu/(\gamma\rho a_0^4)$ ;  $\epsilon = a_0^2 g/(4\gamma)$ , 其体现了初始束宽与非局域介质特性对光束传输特性的影响。(13)式可以类比为一个单位质量的经典粒子在力

$f = 4\mu^2/(a_0^4 h^3) - 4\mu^2 P_0 (h - 2\epsilon h^3)/(a_0^4 P_\infty)$  作用下的动力学方程。 $h(z)$ 、 $z$  相当于空间坐标和时间坐标<sup>[11]</sup>。当  $f = 0$  时, 设高斯光束从光腰处入射, 有  $dh/dz|_{z=0} = 0$ , 则束宽在传输过程中保持不变, 得到空间孤子解, 其对应的初始功率称为临界功率, 用  $P_c$  表示。并由(13)式可求得  $P_c = P_\infty/(1 - 2\epsilon)$ 。

设光束从光腰处入射, 对(13)式积分并化简得

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dh}{dz} \right)^2 + U(h) = 0, \quad (14)$$

$$U(h) = \frac{2\kappa}{a_0^2 h^2} (1 - h^2) [\eta + (\epsilon - 1)h^2 + \epsilon h^4], \quad (15)$$

式中  $\eta = P_\infty/P_0$ ,  $\kappa = \rho\mu\gamma P_0 a_0^2/2$ 。从经典运动学观点来看, (14)式也可类比为在一个单位质量的经典粒子在势阱中的运动,  $dh/dz$  等价于速度,  $U(h)$  则称为势函数<sup>[11]</sup>。

#### 3.2 特征参量 $\epsilon$ , 功率比 $\eta$ 与势函数的分布, 束宽演化规律的定性分析

对于聚焦介质,  $\epsilon \geq 0$ , 由  $\eta > 0$ ,  $P_c > 0$ , 可知  $\epsilon$  的取值范围为  $0 \leq \epsilon < 1/2$ 。令  $U(h) = 0$ , 可求得势函数的三个零点,  $h_0 \equiv 1$ ,  $h_\pm = [(1 - \epsilon \pm \delta)/(2\epsilon)]^{1/2}$ ,  $\delta = [(\epsilon - 1)^2 - 4\epsilon\eta]^{1/2}$ 。将  $\epsilon$  分为  $\epsilon = 0$ ,  $0 < \epsilon < 1/3$ ,  $\epsilon = 1/3$ ,  $1/3 < \epsilon < 1/2$  四种情形。

$\epsilon = 0$ , 势函数随  $\eta$  的变化规律如图 1(a)所示, 回到文献[11]情形, 这里不再赘述。

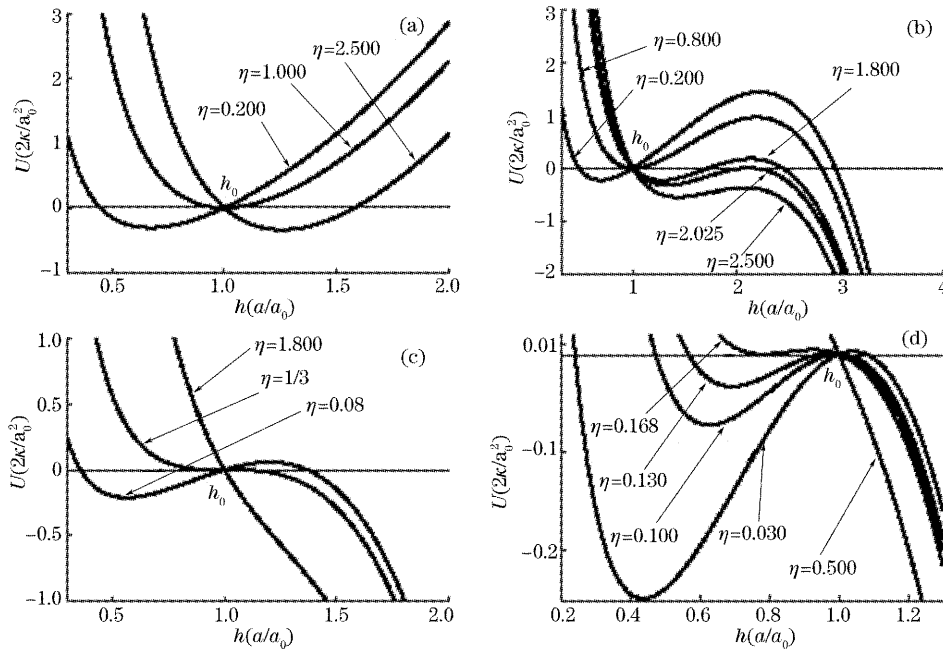


图 1 势函数  $U$  随  $h$  的变化规律。(a)  $\epsilon=0$ , (b)  $\epsilon=0.100$ ,  $\eta_{e1}=0.800$ ,  $\eta_{e2}=2.025$ , (c)  $\epsilon=1/3$ ,  $\eta_{e1}=\eta_{e2}=1/3$ , (d)  $\epsilon=0.450$ ,  $\eta_{e1}=0.100$ ,  $\eta_{e2}=0.168$

Fig. 1 The potential function  $U$  varies with  $h$ . (a)  $\epsilon=0$ , (b)  $\epsilon=0.100$ ,  $\eta_{e1}=0.800$ ,  $\eta_{e2}=2.025$ , (c)  $\epsilon=1/3$ ,  $\eta_{e1}=\eta_{e2}=1/3$ , (d)  $\epsilon=0.450$ ,  $\eta_{e1}=0.100$ ,  $\eta_{e2}=0.168$

令  $\eta_{c1} = 1 - 2\epsilon$ ,  $\eta_{c2} = (1 - \epsilon)^2 / 4\epsilon$ 。在  $\eta$  取不同值时, 对势函数及束宽演化规律作一定性分析。

$0 < \epsilon < 1/3$ , 由图 1(b) 分析可得,  $0 < \eta < \eta_{c1}$  (初始功率比临界功率大) 时,  $h_- < h_0, h_+ > 1$ , 在  $h_0 \sim h_-$  之间势函数小于零, 束宽作周期性压缩变化。 $\eta = \eta_{c1}$  (初始功率等于临界功率) 时,  $h_- = h_0 < h_+$ , 在  $h < h_-$  和  $h_0 \sim h_+$  之间势函数大于零, 在  $h = h_- = h_0$  处势函数等于零, 束宽在传输过程中保持不变。 $\eta_{c1} < \eta < \eta_{c2}$  (初始功率比临界功率小, 但不是太小) 时,  $h_0 < h_- < h_+$ , 在  $h < h_0$  和  $h_- \sim h_+$  之间势函数大于零, 在  $h_0 \sim h_-$  之间势函数小于零, 束宽作周期性展宽变化。 $\eta = \eta_{c2}$  (初始功率比临界功率小到一定程度) 时,  $h_0 < h_- = h_+$ , 在  $h < h_0$  范围内势函数大于零, 在  $h > h_-$  和  $h_0 \sim h_-$  之间势函数小于零, 在  $h = h_- = h_0$  处势函数等于零, 束宽处于周期性展宽变化或不断展宽变化这样一个临界状态。 $\eta > \eta_{c2}$  (初始功率远小于临界功率) 时,  $h_{\pm}$  皆为虚根, 当  $h < h_0$ , 势函数大于零, 当  $h = h_0$ , 势函数等于零, 当  $h > h_0$ , 势函数小于零, 束宽都将作展宽变化。

同理,  $\epsilon = 1/3$ ,  $\eta_{c1} = \eta_{c2} = 1/3$ 。由图 1(c) 分析可得,  $\eta < 1/3$  时,  $h_- < h_0, h_+ > h_0$ , 束宽作周期性压缩变化。 $\eta = 1/3$  时,  $h_- = h_0 = h_+$ ;  $\eta > 1/3$  时,  $h_{\pm}$  皆为虚根; 束宽都将作展宽变化。

$1/3 < \epsilon < 1/2$ , 由图 1(d) 分析可得,  $0 < \eta < \eta_{c1}$  时,  $h_- < h_0, h_+ > h_0$ , 束宽作周期性压缩变化。 $\eta = \eta_{c1}$  时,  $h_- < h_0 = h_+$ , 束宽将作周期性展宽变化或不断展宽变化。 $\eta_{c1} < \eta < \eta_{c2}$  时,  $h_- < h_+ < h_0$ ;  $\eta = \eta_{c2}$  时,  $h_- = h_+ < h_0$ ;  $\eta > \eta_{c2}$  时,  $h_{\pm}$  皆为复数; 束宽也都将作展宽变化。

### 3.3 假根问题与 $\epsilon$ 取值范围的分析

3.2 节分析表明, 势函数有三个大于零的根, 与文献[11]比较多了一个根。这是强非局域介质响应函数作二次泰勒级数展开取到四阶产生的。 $h_{\pm}$  中一个更逼近于真值, 另一个则是假根<sup>[15]</sup>。 $\epsilon = 0$  时,  $h_- = P_{\infty}/P_0, h_+ \rightarrow \infty$ , 所以  $h_+$  是假根。 $\epsilon = \eta = 1/3$  时, 由 (13) 式 ~ (15) 式可得, 当  $d^2h/dz^2 = 0$ 、 $(dh/dz)^2 = 0$  时, 光束传输时束宽不变, 但 3.2 节的分析却是束宽随传输距离不断展宽。按文献[11]束宽在  $h_0 \sim h_-$  之间变化, 3.2 节的分析却显示, 在  $1/3 < \epsilon < 1/2$  范围内,  $\eta_{c1} < \eta \leq \eta_{c2}$  时, 束宽不能在  $h_0 \sim h_-$  之间变化。这是假根  $h_+ = h_0$  或  $h_+$  出现在  $h_0 \sim h_-$  之间引起的。 $h_+$  是假根, 束宽只能在  $h_0 \sim h_-$  之间变化。其要求在  $h_0 \sim h_-$  范围内  $U(h) \leq 0$ , 即  $h_+ > h_0$ 。此只存在两种情形: 若  $1/3 < \epsilon < 1/2$ , 要求初始功率比临界功率小; 若  $\epsilon < 1/3$ , 不管初始功率多大, 在  $h_0 \sim h_-$  之间  $U(h) \leq 0$ 。

光束的初始功率可以是任意的, 要消除假根的影响, 只能考虑限制  $\epsilon$  的取值范围, 这意味着从另外一个角度提出了强非局域模型要满足的条件, 即  $0 \leq \epsilon < 1/3$ 。

## 4 束宽的变分近似解——空间孤子及其稳定性分析

令  $\nu = h^2, \nu_{\pm} = h_{\pm}^2$ , 考虑到  $\nu_+ > 1$ , 由 (14) 式和 (15) 式可得

$$\left(\frac{d\nu}{dz}\right)^2 = \frac{16\kappa\epsilon}{a_0^2}(\nu - 1)(\nu - \nu_-)(\nu - \nu_+), \quad (16)$$

$$\int_1^{\nu} \frac{d\nu}{[(\nu - 1)(\nu - \nu_-)(\nu - \nu_+)]^{1/2}} = \pm \frac{4(\kappa\epsilon)^{1/2}}{a_0^2} \int_0^z dz, \quad (17)$$

(17) 式左边为一椭圆积分<sup>[16]</sup>。求解 (17) 式, 并化简可得出束宽的演化规律 ( $\eta > \eta_{c2}$  情形除外):

$$a^2 = a_0^2 [cn^2(\beta z, k_m) + \lambda sn^2(\beta z, k_m)], \quad (18)$$

式中  $sn(\beta z, k_m)$  和  $cn(\beta z, k_m)$  为雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数,  $\beta = (\sigma_+ / 2)^{1/2} \beta_0, \beta_0 = 2\kappa^{1/2} / a_0, k_m = (\sigma_- / \sigma_+)^{1/2}, \lambda = (1 - \epsilon - \delta) / (2\epsilon), \sigma_{\pm} = 1 - 3\epsilon \pm \delta$ 。周期  $T = 2K(k_m) / \beta, K(k_m)$  为雅可比第一类完全椭圆积分。当  $\epsilon \rightarrow 0$  时,  $\beta \rightarrow \beta_0, k_m \rightarrow 0, P_c \rightarrow P_{\infty}, \lambda \rightarrow \eta, K(k_m) \rightarrow K_0 = \pi/2, T \rightarrow T_0 = \pi/\beta_0$ , 雅可比椭圆正弦函数和椭圆余弦函数退化为正弦函数和余弦函

数<sup>[16]</sup>, (18) 式变为文献[11]中的 (10) 式。

当  $h = 1$  时, 设由于某种原因,  $h$  产生了微小变化  $\Delta h, h$  由 1 变为  $1 + \Delta h$ , 由 (13) 式可得,  $\Delta(d^2h/dz^2) = -16\mu^2\epsilon\Delta h / [a_0^4(1 - 2\epsilon)]$ 。由此可知, 当  $\Delta h > 0$  时, 束宽获得压缩效应; 当  $\Delta h < 0$  时, 束宽获得展宽效应, 可见孤子解是稳定的。

## 5 变分解与数值解的比较

设强非局介质的响应函数为高斯形式

$$R(x, y) = (1/2\pi\omega_m^2) \exp[-(x^2 + y^2)/2\omega_m^2],$$

则

$$\gamma = 1/(2\pi\omega_m^4), \quad R^{(2,2)}(0,0) = 1/(2\pi\omega_m^6),$$

$$R^{(4,0)}(0,0) = 3/2\pi\omega_m^6, \quad \epsilon = \alpha_0^2/\omega_m^2.$$

令  $\alpha = a_0/\omega_m = \epsilon^{1/2}$ ,  $\eta_0 = P_0/P_c$ , 可作出数值解与变分解的束宽演化规律图(图 2~图 4)。由图 2~图 4 可知,  $\alpha < 0.500$  时, 变分解与数值解符合得较好(见表 1~表 3), 这表明变分解较准确地反映了束宽的

演化规律。当  $\alpha = 0.577$  时, 虽然可以作出宽的演化规律图, 但数值解显示束宽的演化规律已没有严格的周期性[见图 2(f)], 这表明变分解已不能准确地描述束宽的演化规律。这正是  $a_0/\omega_m \geq 0.577$  时, 非局域介质响应函数的特征宽度与光束束宽已可比拟, 非局域介质已不能作为强非局域介质来处理, 而应按一般程度的非局域介质来处理。

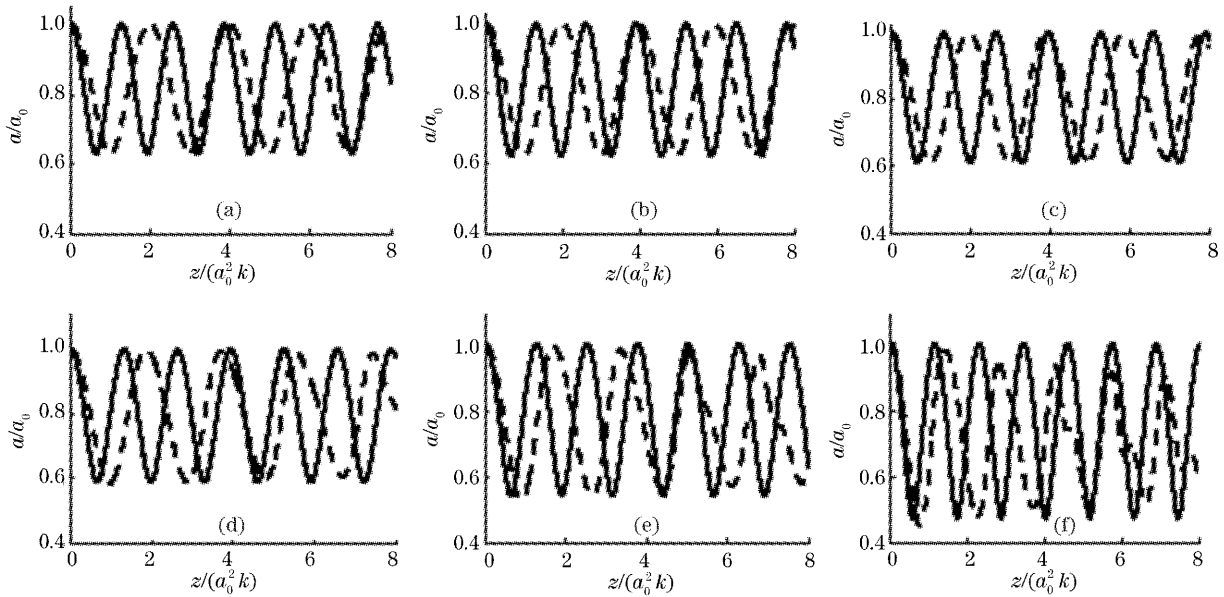


图 2 束宽压缩变化时变分解(实线)与数值解(虚线)的比较。

(a)~(f)  $\eta_0 = 2.5, \alpha = 0.100, 0.200, 0.300, 0.400, 0.500, 0.577$

Fig. 2 Comparison of variational solutions (solid curves) with numerical ones (dashed curves) for beam width variation with contraction. (a)~(f)  $\eta_0 = 2.5, \alpha = 0.100, 0.200, 0.300, 0.400, 0.500, 0.577$

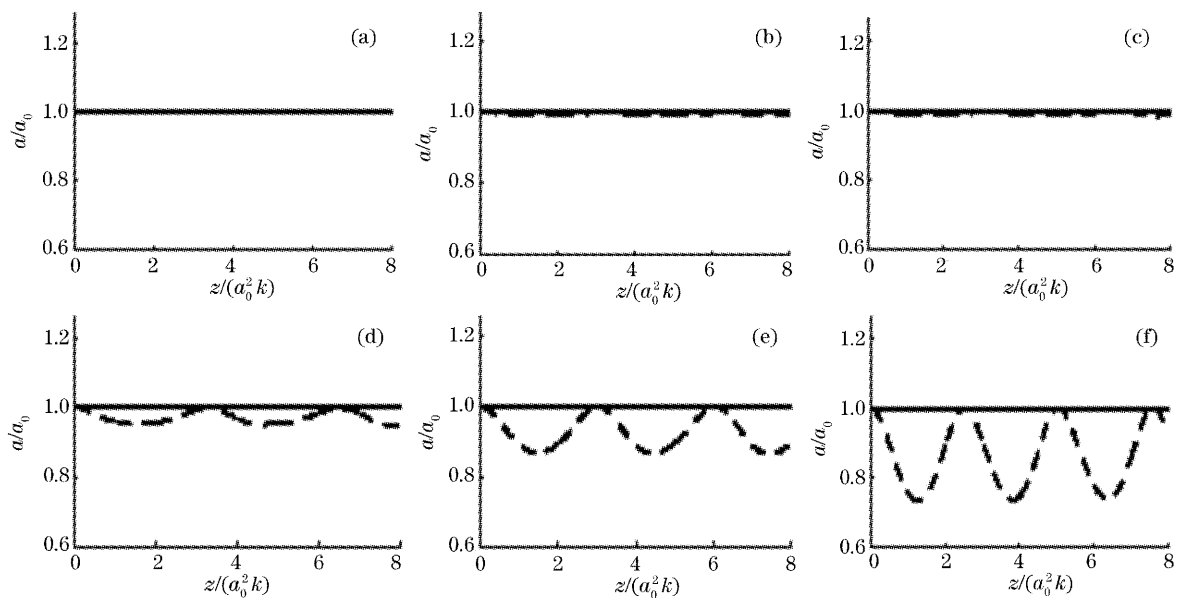


图 3 孤子时变分解(实线)与数值解(虚线)的比较。(a)~(f)  $\eta_0 = 1.000, \alpha = 0.100, 0.200, 0.300, 0.400, 0.500, 0.577$

Fig. 3 Comparison of variational solutions (solid curves) with numerical ones (dashed curves) for solitons.

$\eta_0 = 1.000, \alpha = 0.100, 0.200, 0.300, 0.400, 0.500, 0.577$

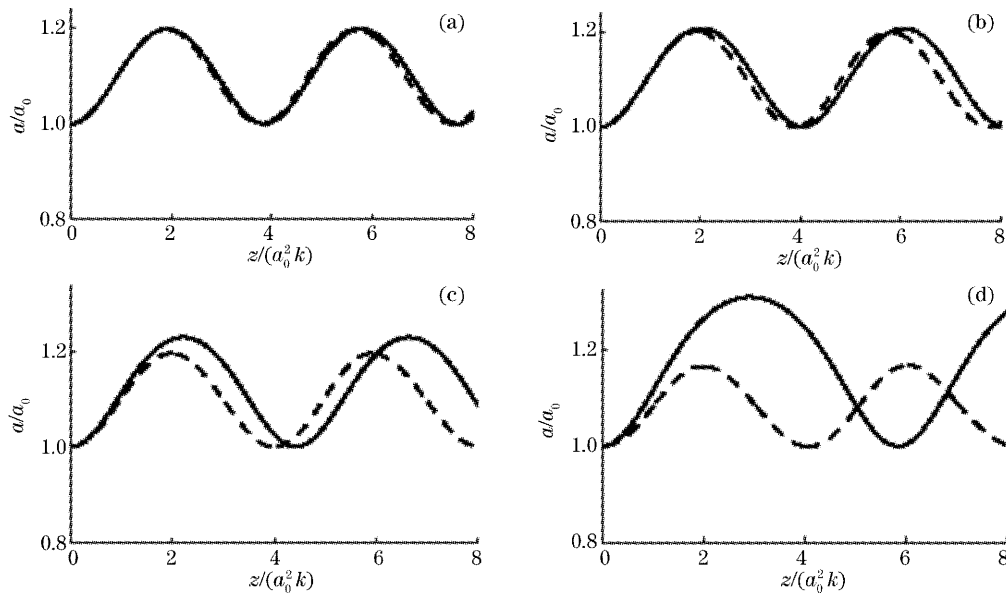


图 4 束宽展宽时变分解(实线)与数值解(虚线)的比较。(a)~(d)  $\eta_0=0.700, \alpha=0.100, 0.200, 0.300, 0.400$

Fig. 4 Comparison of variational solutions (solid curves) with numerical ones (dashed curves) when beam width diffracts.

(a)~(d)  $\eta_0=0.700, \alpha=0.100, 0.200, 0.300, 0.400$

表 1 束宽压缩变化时变分解与数值解的误差

Table 1 Error of variational solutions with numerical ones when beam width contracts

$a$	ER	AR	RE / (%)
0.100	0.6310	0.6305	0.08
0.200	0.6254	0.6242	0.19
0.300	0.6123	0.6118	0.08
0.400	0.5848	0.5888	-0.68
0.500	0.5299	0.5439	-2.64

In the table:  $\eta_0=2.5$ . Take to the minimum worth of the beam width make comparison, ER; number solutions, AR; variational solutions, RE;  $RE=(ER-AR)/ER$ .

表 2 孤子时变分解与数值解的误差

Table 2 Errors of variational solutions with numerical ones when they are solitons

$a$	ER	AR	RE / (%)
0.100	0.9993	1.000	-0.07
0.200	0.9961	1.000	-0.39
0.300	0.9848	1.000	-1.54
0.400	0.9495	1.000	-5.32
0.500	0.8627	1.000	-15.91

In the table:  $\eta_0=1.000$ . The definition of ER, AR, ER is same as in Table 1.

表 3 束宽展宽变化时变分解与数值解的误差

Table 3 Errors of variational solutions with numerical ones when beam width diffract

$a$	ER	AR	RE / (%)
0.100	1.197	1.198	-0.08
0.200	1.200	1.207	-0.58
0.300	1.197	1.230	-2.76
0.400	1.168	1.311	-12.24
0.500	0.9147	1.155	-x

In the table:  $\eta_0=0.900$  when  $\alpha=0.500$ , and  $\eta_0=0.700$ , another. Take to the maximum worth of the beam width to make comparison. The definition of ER, AR, RE is same as in Table 1

## 6 结 论

傍轴高斯光束在  $1+2D$  轴对称强非局域非线性介质中传输时, 遵循非局域非线性薛定谔方程, 对于强非局域情形, 运用变分法, 对非局域响应函数作泰勒级数展开取到四阶, 使非线性薛定谔方程中的非线性项保留到三项不为零项, 由此得到了傍轴高斯光束各参量的演化方程、势函数、临界功率和束宽演化规律, 并得到了一个新的参量  $\epsilon$ , 其值由强非局域介质特性与初始束宽决定。作为强非局域模型,

$\epsilon$  必须满足  $0 \leq \epsilon < 1/3$ 。在此前提下, 光束在传输过程中, 当初始功率等于临界功率时, 可以得到稳定的空间孤子; 当初始功率大于临界功率时, 束宽作周期性压缩变化; 当初始功率小于临界功率但不是太小时, 束宽作周期性展宽变化; 当初始功率比临界功率小到一定程度时, 束宽处于周期性展宽或不断展宽这样一个临界状态; 当初始功率远小于临界功率时, 束宽将不断展宽。束宽作周期性变化时, 其规律为雅可比椭圆函数; 当强非局域介质响应函数作泰勒级数展开, 其四阶导数可以忽略时, 则回到文献[11]情形。我们的变分解与数值解比较, 较好地接近一致。

### 参 考 文 献

- 1 A. W. Snyder, D. J. Mitchell. Accessible solitons[J]. *Science*, 1997, **276**(5318): 1538~1541
- 2 Y. R. Shen. Solitons made simple[J]. *Science*, 1997, **276**(5318): 1520
- 3 W. Krolikowski, O. Bang, J. J. Rasmussen *et al.*. Modulational instability in nonlocal nonlinear Kerr media[J]. *Phys. Rev. (E)*, 2001, **64**(1): 016612-1~016612-8
- 4 O. Bang, W. Krolikowski, J. Wyller *et al.*. Collapse arrest and soliton stabilization in nonlocal nonlinear media[J]. *Phys. Rev. (E)*, 2002, **66**(4): 046619-1~046619-5
- 5 W. Krolikowski, O. Bang. Solitons in nonlocal nonlinear media: Exact Solutions[J]. *Phys. Rev. (E)*, 2000, **63**(1): 016610-1~016610-6
- 6 M. Peccianti, C. Conti, G. Assanto *et al.*. All-optical switching and logic gating with spatial solitons in liquid crystals[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **81**(18): 3335~3337
- 7 M. Peccianti, K. A. Brzdakiewicz, G. Assanto. Nonlocal spatial soliton interactions in nematic liquid crystals[J]. *Opt. Lett.*, 2002, **27**(16): 1460~1463
- 8 M. Peccianti, C. Conti, G. Assanto. Optical modulational instability in a nonlocal medium[J]. *Phys. Rev. (E)*, 2003, **68**(2): 025602-1~025602-4
- 9 G. Assanto, M. Peccianti, C. Conti. Spatial optical solitons in bulk nematic liquid crystals[J]. *Acta Phys. Polo. (A)*, 2003, **103**(2~3): 161~167
- 10 Peccianti M, Conti C, Assanto G. Optical multisoliton generation in nematic liquid crystals[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(22): 2231~2233
- 11 Qi Guo, Boren Luo, Fahuai Yi *et al.*. Large phase shift of nonlocal optical spatial solitons[J]. *Phys. Rev. (E)*, 2004, **69**(1): 016602-1~016602-8
- 12 Xie Yiqun, Guo Qi. Interaction of optical spatial solitons in nonlocal Kerr media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(9): 3020~3024 (in Chinese)
- 谢逸群, 郭 旗. 非局域克尔介质中空间光孤子的相互作用[J]. *物理学报*, 2004, **53**(9): 3020~3024
- 13 Guo Qi, Xu Chaobin. Influence of off-waist incidence on evolution of the Gaussian beam in the nonlocal nonlinear media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(9): 3025~3032 (in Chinese)
- 郭 旗, 许超彬. 偏离束腰入射对非局域非线性介质中高斯光束演化的影响[J]. *物理学报*, 2004, **53**(9): 3025~3032
- 14 B. Crosignani, P. D. Porto. Nonlinear propagation in Kerr media of beams with unequal transverse widths[J]. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(17): 1394~1396
- 15 S. I. Pekar. *Crystal Optics and Additional Light Waves* [M]. California: Benjamin/Cummings, 1983. 116~122
- 16 The Mathematics Handbook Compiling Team. *Mathematics Handbook* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1979. 600~605, 640~647 (in Chinese)
- 数学手册编写组. *数学手册* [M]. 北京: 高等教育出版社, 1979. 600~605, 640~647