

文章编号：0253-2239(2005)06-755-5

# 基于非负矩阵分解的多聚焦图像融合研究<sup>\*</sup>

苗启广<sup>1,2</sup> 王宝树<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 西安电子科技大学计算机学院, 西安 710071)  
(<sup>2</sup> 桂林电子工业学院, 桂林 541004)

**摘要：**在标准非负矩阵分解约束条件的基础上, 提出了一种添加了清晰度约束的新目标函数和迭代算法, 即改进的非负矩阵分解算法, 并将其应用于多聚焦图像融合中。非负矩阵分解过程中, 适当地选取特征空间的维数能够获得原始数据的局部特征。若以待融合图像为原始数据, 选取特征空间的维数为 1, 则利用改进的非负矩阵分解方法进行图像融合所得到的特征基图像就是对原始图像的融合, 该融合图像包含了原始图像的整体特征。实验结果表明, 该方法融合效果优于小波变换方法和拉普拉斯塔型方法。

**关键词：**信息光学; 图像融合; 非负矩阵分解; 特征基; 清晰度

中图分类号: TP391.41; TN911.73 文献标识码: A

## Multi-Focus Image Fusion Based on Non-Negative Matrix Factorization

Miao Qiguang<sup>1,2</sup> Wang Baoshu<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> School of Computer Science, Xidian University, Xi'an 710071)  
(<sup>2</sup> Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004)

**Abstract:** A new method based on the sharpness-constrained non-negative matrix factorization (SNMF) technique was presented for multi-focus images fusion. A new objective function was defined to impose sharpness constraint, in addition to the non-negativity constraint in the standard NMF. An algorithm was presented for SNMF. The local feature based representation could be obtained by choosing suitable dimension of the feature subspace in NMF. It was pointed out that when using SNMF, if the dimension of the feature subspace was set to 1, the resulted feature base was just the fusion result of the original input images. The feature base obtained included the global feature of the original images. Experimental results were presented to compare SNMF with wavelet transform and Laplacian methods for image fusion, which demonstrates advantages of SNMF in preserving the global feature information.

**Key words:** information optics; image fusion; non-negative matrix factorization; feature base; sharpness

## 1 引言

图像融合是通过采用一定的算法, 将从不同传感器得到的两个或多个具有互补性的源图像进行综合处理得到一幅融合的新图像, 从而使融合后的图像具有更高的可信度和清晰度、更好的可理解性<sup>[1]</sup>。它是多传感器信息融合的一个重要分支, 作为一种有效的信息融合技术, 已经广泛应用于机器视觉、医疗诊断、军事、遥感等领域。本文所研究的多聚焦图像融合是图像融合中的一个研究方向, 所谓多聚焦图像融合指的是将多幅已经配准的、成像条件相同而且关于同一场景的不同焦点图像, 融合成一幅完

全清晰的图像<sup>[2~3]</sup>。

图像融合方法中具有代表性的方法主要是小波变换方法和拉普拉斯塔型方法。拉普拉斯塔型方法是在不同的空间频带上进行融合处理, 适用面广, 其缺点是层间分解量之间具有相关性。小波变换法具有良好的空域和频域的局域性, 可以较好地保留多聚焦图像的高频信息, 但仍在一定程度上会丢失原始图像中的一些特征信息(如边缘信息)。为了有效地保留图像中的特征信息, 本文提出了一种新的图像融合方法。该方法利用添加了清晰度约束的改进的非负矩阵分解方法来达到对图像中特征信息的保

\* 国防科技预研基金(51406050301DZ0107)资助课题。

作者简介: 苗启广(1972~), 男, 山东青岛人, 博士研究生, 主要从事智能信息处理与模式识别、多传感器图像融合和计算机操作系统等方面的研究。E-mail: snowicemiao@sohu.com

收稿日期: 2004-02-23; 收到修改稿日期: 2004-09-21

留,与小波变换的图像融合方法和拉普拉斯塔型方法相比较,图像的特征信息损失较少,其融合结果更接近于理想的实际图像。

## 2 非负矩阵分解理论

非负矩阵分解是目前国际上提出的一种新的矩阵分解方法,是目前国际上研究的一个热点。非负矩阵分解问题可描述为:已知一个非负矩阵  $\mathbf{V}$ ,要找出非负的  $n \times r$  矩阵  $\mathbf{W}$  和非负的  $r \times m$  矩阵  $\mathbf{H}$ ,使

$$\mathbf{V} = \mathbf{WH}, \quad (1)$$

由上述可知,非负矩阵分解是用非负性约束来获取数据表示的一种方法。非负性是对矩阵分解非常有效的条件限制,它导致了对于原始数据的基于部分的表示形式,即样本数据只允许加性的和非负的组合。算法所得到的非负基向量组  $\mathbf{W}$  具有一定的线性无关性和稀疏性,从而使得其对原始数据的特征及结构具有相当的表达能力。这使得该算法具有很强的应用背景。同时非负性的条件限制符合许多实际问题的要求,例如,在图像处理中,图像像素的灰度值总是非负的,而正的混合也使得混合图像的像素灰度值是非负的,即分解算法得到的结果能直接表达一定的物理意义。尽管非负矩阵分解出现的时间还不长,但已有一些成功的应用,如 Lee 和 Seung 将非负矩阵分解用于语言建模中的文法识别<sup>[4]</sup>,Feng 等将非负矩阵分解用于人脸识别<sup>[5~7]</sup>等。在理论方面,Lee 和 Seung 证明了非负矩阵分解算法的收敛性<sup>[8]</sup>。对于非负矩阵分解问题的求解常用的目标函数为

$$\min F_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^m [V_{iu} - (\mathbf{WH})_{iu}]^2, \quad (2)$$

上式中,限制  $W_{iu} \geq 0, H_{iu} \geq 0, i = 1, \dots, n, u = 1, \dots, m, n, m$  分别为矩阵  $\mathbf{V}$  的行数和列数。

(2) 式可解释为在  $(\mathbf{WH})_{iu}$  上加泊松噪声 / 高斯噪声从而产生了  $V_{iu}$ 。即非负矩阵分解迭代算法通过假设  $\mathbf{V} = \mathbf{WH} + \epsilon$ ,其中  $\epsilon$  代表噪声,选取离散的泊松噪声作为  $\epsilon$  的具体表达形式,得出了如下的迭代算法:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{ia} = W_{ia} \sum \frac{V_i}{(\mathbf{WH})_i} H_a, \\ W_{ia} = W_{ia} / \left( \sum_j W_{ja} \right), \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} W_{ia} = W_{ia} \sum_i \frac{V_i}{(\mathbf{WH})_i}, \\ H_a = H_a \sum_i W_{ia} \frac{V_i}{(\mathbf{WH})_i}, \end{array} \right. \quad (4)$$

$$(5)$$

式中  $a$  为相应矩阵的列号,  $i$  为相应矩阵的行号。迭代算法使得经过迭代趋于零,从而得到了  $\mathbf{V} \approx \mathbf{WH}$ 。由于  $\mathbf{W}$  和  $\mathbf{H}$  均为未知矩阵,故采用交替迭代方法来实现。如上式所示每步迭代过程采用交替梯度投影

方法,即,首先固定  $\mathbf{H}$ ,对目标函数针对  $\mathbf{W}$  进行梯度下降法进行迭代;然后变换  $\mathbf{W}$  和  $\mathbf{H}$  的角色,固定  $\mathbf{W}$ ,对目标函数针对  $\mathbf{H}$  进行梯度下降法进行迭代,同时在算法中引进惩罚函数,以保持  $\mathbf{W}$  的每一列的元素和为 1。由于上述算法是收敛的,因此逼近的效果是可以保证的。

## 3 基于非负矩阵分解的图像融合算法

图像融合中,参与融合的观测图像本质上就是真实图像通过不同传感器并且经过加噪得到的。对于通过同一个相机(传感器)取不同聚焦点而获得的  $k$  幅大小为  $m \times n$  的观测图像  $f_1, f_2, \dots, f_k$ ,可以理解为离焦区域受噪声污染严重,而聚焦区域基本没有噪声污染。这样,对于原始各个区域都清晰的图像,通过一种运算,就可以得到一幅观测图像。

将观测图像  $f_i$  的逐个元素按照行优先的方式存储到一个列向量中,得到  $k$  个列向量  $v_1, v_2, \dots, v_k$ ,其中  $v_i = [f_{i,1}, f_{i,2}, \dots, f_{i,n}, f_{i,1}, f_{i,2}, \dots, f_{i,n}, \dots, f_{i,m,1}, f_{i,m,2}, \dots, f_{i,m,n}]^T$ 。将  $v_1, v_2, \dots, v_k$  这  $k$  个列向量排列组成一个  $mn \times k$  的新矩阵  $\mathbf{V} = [v_1, v_2, \dots, v_k]$ 。这样,就将  $k$  幅观测图像表示成为一个  $mn \times k$  的矩阵  $\mathbf{V}$ ,  $\mathbf{V}$  中的每一列代表着一幅图像的信息。设各个区域都清晰的景物的标准图像为  $\mathbf{W}$ ,则这种运算可以表示为

$$\mathbf{W} \Rightarrow \mathbf{V} = [\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_K].$$

在非负矩阵分解算法中,假设  $\mathbf{V} = \mathbf{WH} + \epsilon$ (其中  $\epsilon$  为噪声),通过算法迭代,使得噪声  $\epsilon$  趋于收敛。这儿要求  $\mathbf{V}, \mathbf{W}$  和  $\mathbf{H}$  都是非负矩阵,  $\mathbf{V}$  实际上是通过  $\mathbf{W}$  进行线性混合而得到的一个矩阵。非负矩阵分解算法实际是前面所述的一个逆过程,就是通过观测矩阵  $\mathbf{V}$  求取原始数据矩阵  $\mathbf{W}$ 。这一过程恰恰与图像融合的过程相吻合,所以,有理由假设多个观测图像组成的矩阵  $\mathbf{V}$  可以表示为真实图像  $\mathbf{W}$  的加权图像与噪声  $\epsilon$  之和,故非负矩阵分解用于图像融合能够得到较好的效果。

同时,由非负矩阵分解算法理论可以知道,该算法能够获得对于原始数据  $\mathbf{V}$  的基于部分的表示形式  $\mathbf{WH}$ 。其中  $\mathbf{W}$  的列数即特征基的数量  $r$  是一个待定量,它是非常重要的一个参量,直接决定了算法得到的特征子空间的维数。对于特定的数据集,隐藏在数据集内部的特征空间的维数是确定的,也就是说当  $r$  选取的与实际数据集的特征空间的维数一致时,得到的特征空间以及特征空间的基最有意义。考虑

$r = 1$  的特殊情况,此时通过迭代算法将得到唯一的一个特征基,此特征基应该含有源数据的完整特征,源数据可以用这个特征基来表示。

David Guillamet<sup>[9]</sup>测试了使用非负矩阵分解来获取训练数据上的多个基。测试结果表明,使用非负矩阵分解方法,只要选择不同的参量  $r$ ,就能获取不同的多个基。类似的,在本文中研究了将非负矩阵分解用于综合向量,从综合向量中提取全局特征向量的例子。在这儿,综合向量是不同传感器获取的多幅图像的数据构成的向量,而全局特征向量看作是从融合处理中获取的图像。本例中,综合向量

由同一个高斯向量[如图 1(a)所示]生成的两个如图 1(b)和图 1(c)所示的向量构成。非负矩阵分解作用于图 1(b)和图 1(c),参量  $r$  选择为 1。非负矩阵分解提取出来的结果基如图 1(d)所示。由图 1(d)可以看出,提取出来的图和原始图 1(a)一样。这意味着当参量  $r$  设为 1 时,非负矩阵分解可以提取出数据集的全局特征,这是一个使用非负矩阵分解的可视化例子。另外,对于图像融合的应用,从不同传感器获取的图像,可以看作是融合图像乘以不同的权重,故可以使用非负矩阵分解技术来进行图像融合。

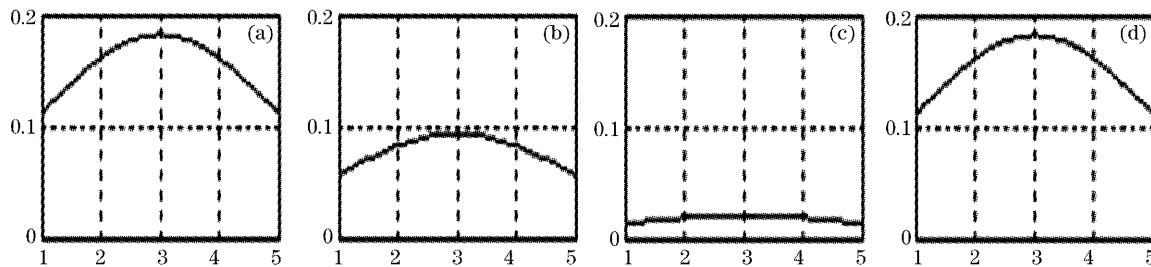


图 1 提取特征向量的可视化例子。(a) 原始高斯向量,(b) 第一个观察向量,(c) 第二个观测向量,(d) 用非负矩阵分解提取出的特征向量

Fig. 1 The visual example of extracting feature vector (a) Original Gaussian vector, (b) the first observed vector, (c) the second observed vector, (d) extracted feature vector using NMF

对于多聚焦图像的融合,融合结果的直观视觉就是清晰,也就是说,要求融合图像清晰,是多聚焦图像融合的一个目标。基于此,可以将融合图像的清晰度最大化作为一个约束条件,引入到非负矩阵分解中来,称为清晰度约束非负矩阵分解(SNMF)。设  $W$  中一列所构成的特征图像的逐像素的清晰度为  $C_i$ ,将  $C_i$  按行优先方式排成一个列向量  $C'$ 。由于约束条件是最小化,而图像的清晰度目标要求是最大化,故采用清晰度的倒数  $S_i = 1/C'_i$ ,来表示约束条件。为此,将(2)式的目标函数修改为新的目标函数:

$$\min F_1 = \sum_{i=1}^n \sum_{u=1}^m [V_{iu} - (WH)_{iu}]^2 + \alpha \sum_{i=1}^n S_i, \quad (6)$$

(6)式中,其余变量和符号表示同(2)式。当(6)式达到最小时,(2)式同时也收敛到最小。对应的非负矩阵分解迭代算法中(3)式修改为:

$$W_{iu} = W_{iu} \sum \frac{V_i}{(WH)_i + \alpha WS^3} H_u. \quad (7)$$

正是基于以上考虑,本文认为非负矩阵分解算法可以应用到图像融合方向上来。对于同一景物而镜头聚焦目标不同的  $k$  ( $k \geq 2$ ) 幅图像,取  $r = 1$ ,利用前述的清晰度约束非负矩阵分解算法式(4,5,7)进行迭代,就得到一个唯一的特征基  $W$ ,该特征基  $W$

包含了参与融合的  $k$  幅图像的完整特征,并且尽可能保持了大的清晰度。这幅图像,既包含了第一幅参与融合的图像的特征,也包含了参与融合的第 2, 3...,  $k$  幅图像的特征,因此它可以用于源图像的近似再现。将特征基  $W$  还原到源图像的像素级上,就得到了比源图像效果都好的图像,这幅图像,就是利用清晰度约束非负矩阵分解算法得到的融合图像。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 不同聚焦点图像的融合

本实验选择了一幅有不在同一焦平面的布娃娃和卡通猫的图片,利用 Photoshop 软件对图像的左边和右边分别进行高斯模糊(Gaussian blur)处理(模糊参量为 7),从而得到两幅各有一边模糊的图像,如图 2(a)和图 2(b)所示。对这两幅图像分别使用简单平均方法、小波变换方法、拉普拉斯塔式方法和本文的方法进行融合,融合结果如图 2(c)~图 2(f)所示。图 2(d)是采用 8 层 haar 小波分解,对于高频层采用取极大值方法,低频层采用取平均的融合方法得到的融合结果;图 2(e)是采用拉普拉斯金字塔方法<sup>[10]</sup>得到的融合结果。

对于一般融合图像的质量评价往往采用主观评价的方法,但是,最好的方式是既要考虑主观方面的评价,又要考虑客观方面的评价。一般情况下,使用图像的熵( $H$ )和均方根交叉熵( $RCE$ )来客观评价融合图像比较多。融合后图像的熵 $H$ 的大小反映了融合图像包含的信息量的多少,熵值越大,融合效果也相对越好;均方根交叉熵越小,融合图像从参加融合图像中提取的信息越多,融合效果也会越好。这

些客观评价指标的计算方式见文献[1]。

实验所得前述的两种客观评价测度值如表1中的实验1所示,可以看出,本文的方法熵值最大,均方根交叉熵最小。这表明,从客观评测上看,本文的方法较好地保留了各幅图像的有用信息,与标准图像比较是最优的。针对图2(c)~图2(f),从视觉效果上看,本文的方法图像清晰,边缘特征信息明显。

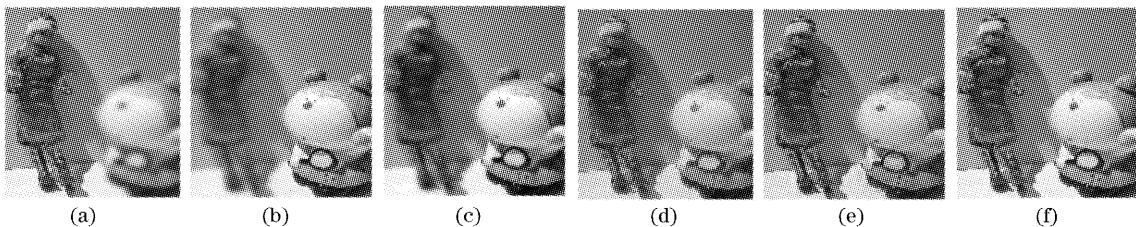


图2 原始图像以及融合结果。(a)聚焦左边图像,(b)聚焦右边图像,(c)简单平均法融合结果,(d)小波变换融合结果,(e)拉普拉斯法融合结果,(f)本文方法融合结果

Fig. 2 Original images and fused images by four methods. (a) Image focused on left, (b) image focused on right, (c) fused image of average method, (d) fused image of wavelet transform method, (e) fused image of Laplacian method, (f) fused image of this method

表1 四种融合算法的客观评价测度值

Table 1 The evaluations of four fusion algorithms

		This method	Average method	Wavelet transform method	Laplacian method
Experiment1	$H$	8.3061	6.9721	7.4658	7.5122
	$RCE$	0.0616	0.8410	0.6375	0.2026
Experiment2	$MSE$	32.5	4139.3	2358.2	801.9
	$H$	6.7917	5.2823	5.9394	6.5316
	$RCE$	1.2513	4.0599	2.8479	2.6212

#### 4.2 高度模糊图像融合

选取图像融合常用的钟表图像进行实验。如

图3(a)和图3(b)所示,每幅图像中分别有一部分被完全模糊,近似于被遮挡住。这是两个焦平面距离

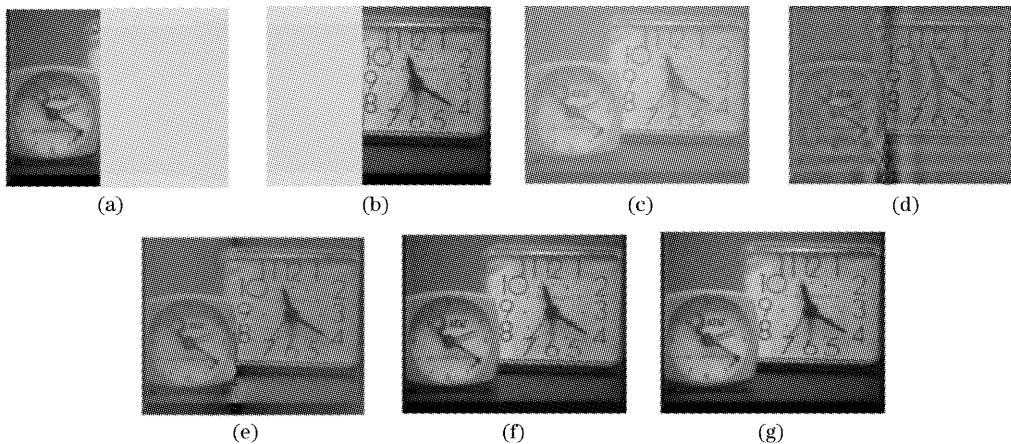


图3 高度模糊图像和融合结。(a)右边完全模糊图像,(b)左边完全模糊图像,(c)简单平均法融合结果,(d)小波变换法融合结果,(e)拉普拉斯法融合结果,(f)本文方法融合结果,(g)剪贴所得全局清晰图像

Fig. 3 Images of highly blurred and fused results of four methods. (a) Right entire blurred image, (b) left entire blurred image, (c) fused image of average method, (d) fused image of wavelet transform method, (e) fused image of Laplacian method, (f) fused image of this method, (g) cutting and pasting image with all clear objects

特别远,而且有可能受其它环境影响而成的像。针对这两幅图像分别用四种方法进行融合,融合结果如图3(c)~图3(f)所示。通过剪贴的方式,得到了左右两边闹钟均清晰的图像,如图3(g)所示。

从融合图像的视觉效果来看,本文方法要明显优于其它三种方法,而且参与融合图像的模糊和清晰两部分接界位置处对应的小波变换融合图像部分和拉普拉斯融合图像有比较明显的边缘方块效应。由表1的实验2的客观评价指标看,本文方法的均方误差(MSE)<sup>[1]</sup>较小,熵(H)较大,均方根交叉熵(RCE)较小,这些数据也说明,本文方法的性能更优。

## 5 结 论

本文提出将非负矩阵分解算法思想用于图像融合的多聚焦图像融合,以达到对图像中特征信息的保留。针对多聚焦图像融合的视觉特性,又提出了一种添加了清晰度约束的新目标函数和对应的迭代算法。该方法融合过程特征信息损失少,得到的融合结果图像中各个目标均清晰,同时最大可能地保留了图像中的边缘等特征信息。通过两个实验融合结果的主客观方面的分析,该融合方法优于简单平均方法、小波变换方法和拉普拉斯塔型融合方法,尤其对于离焦部分高度模糊的时候,本文方法更能够体现出其优越性。同时,本文方法需要调整的参数少,基本不需要人工的参与,应用时比较方便。

## 参 考 文 献

- 1 Liu Guixi. Study of Multisensor Image Fusion Methods[D]. Xi'an: Xidian University, 2001  
刘贵喜. 多传感器图像融合方法研究[D]. 西安电子科技大学, 2001
- 2 Wu Yan, Yang Wanhai, Li Ming. Image fusion based on wavelet decomposition and evolutionary strategy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, 23(6): 671~676 (in Chinese)  
吴艳, 杨万海, 李明. 基于小波分解和进化策略的图像融合方法[J]. 光学学报, 2003, 23(6): 671~676
- 3 Zhenhua Li, Zhongliang Jing, Shaoyuan Sun. Pixel-clarity-based multifocus image fusion[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2004, 2(2): 82~85
- 4 M. Novak, R. Mammone. Use of non-negative matrix factorization for language model adaptation in a lecture transcription task [C]. In: *Proc. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*, Salt Lake, 2001. 541~544
- 5 D. D. Lee, H. S. Seung. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. *Nature*, 1999, 401(6755): 788~791
- 6 Tao Feng, Stan Z. Li, Heung-Yeung Shum et al.. Local non-negative matrix factorization as a visual representation[C]. In: *Proc. 2nd International Conference on Development and Learning*, Cambridge, 2002. 1~6
- 7 D. Guillamet, M. Bressan, J. Vitria. A weighted non-negative matrix factorization for local representations[C]. In: *Proc. IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition V1*, Kauai, HI, 2001. 942~947
- 8 D. D. Lee, H. S. Seung. Algorithms for non-negative matrix factorization [C]. In: *Advances in Neural Information Processing Systems* 13, Denver, 2000. 556~562
- 9 D. Guillamet, J. Vitria. Color Histogram Classification Using NMF[EB/OL]. <http://citeseer.nj.nec.com/546491.html>, 2003
- 10 Oliver rockinger. image fusion toolbox [EB/OL], <http://www.metapix.de/toolbox.htm>, 2003