

文章编号: 0253-2239(2005)06-726-5

迭代法重建平板光波导折射率分布*

郝寅雷 吴亚明

(中国科学院上海微系统与信息技术研究所 传感器技术联合国家重点实验室, 上海 200050)

摘要: 提出了一种用于重建渐变折射率平板光波导折射率分布的方法, 这种方法通过数值法求解亥姆霍兹方程, 从光波导的低阶模开始采用迭代法顺次对各个模式对应的“转折点”位置进行校正, 并多次重复迭代以消除“转折点”外折射率分布的变化对相应模式“转折点”位置的影响。借助 WKB 近似原理说明了这种方法迭代过程中“转折点”坐标的收敛性。对折射率按照指数规律变化的平板光波导的折射率分布重建结果证明这种方法具有较高的精度。分析表明, 这种方法克服了 WKB 法固有的缺陷, 即忽略模式“转折点”外折射率分布对相应模式传输常量的影响和“转折点”处相移的不确定性, 因而比逆 WKB 法具有更好的自洽性和精确性。

关键词: 导波光学; 光波导; 折射率分布; 重建; 迭代

中图分类号: TN252 文献标识码: A

Reconstruction of Refractive Index Profile of Diffused Planar Waveguide by Iteration Method

Hao Yinlei Wu Yaming

(The State key Laboratories of Transducer Technology, Shanghai Institute of Microsystem and Information Technology, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200050)

Abstract: An iteration method is presented to reconstruct planar waveguide refractive index profile from mode indices spectra. In the current method, a numerical process is employed to solve the Helmholtz equation, the “turning point” positions of all the propagation modes are adjusted in sequence from the lowest to the highest by iteration, and repetitions of the iteration are performed to eliminate the effect of refractive index profile variation beyond each “turning point” on the corresponding “turning point” position. The convergence of “turning point” position over iteration in this process is briefly illustrated by means of the WKB principle. A demonstrative reconstruction is made for a planar waveguide with exponential refractive index profile, and results show that the current method can be used to reconstruct planar waveguide refractive index profile with high accuracy. Analysis indicates; this iteration method is expected to be superior in both self-consistence and accuracy to the inverse WKB method.

Key words: guided wave optics; optical waveguide; refractive index; reconstruction; iteration

1 引 言

基于扩散原理的光波导器件, 譬如通过质子交换工艺在铌酸锂基片上^[1]、扩散工艺在 II-VI 族半导体基片上^[2]和离子交换工艺在玻璃基片上^[3,4]制作的光波导器件等, 是一类重要的集成光学元件。这类光学器件的扩散层折射率具有梯度分布特征。在单模光波导器件制作工艺的研究过程中, 通常通过制

作多模平板光波导来研究扩散规律, 并建立合理的扩散过程数学模型, 从而为设计集成光学器件制作工艺, 优化器件性能提供依据。在这一过程中, 确定由扩散形成的平板光波导的折射率分布十分重要。

常用的确定渐变折射率平板光波导折射率分布的方法有电子扫描探针分析^[5]和基于多模平板光波导模式折射率谱的折射率分布重建方法, 如逆

* 国家 863 计划(2002AA312261)资助课题。

作者简介: 郝寅雷(1974~), 男, 河南省汤阴县人, 中国科学院上海微系统与信息技术研究所一室博士后, 主要从事离子交换光电子器件方面的研究。E-mail: haoyinlei@mail.sim.ac.cn

收稿日期: 2004-02-25; 收到修改稿日期: 2004-08-09

WKB^[6~8] (Inverse Wentzel-Kramer-Brillouin) 法及其改进方法(如曲线拟合法^[9,10]和光波导有效折射率函数法^[11])、转移矩阵法^[12]等。基于多模平板光波导模式折射率谱的折射率分布重建方法,由棱镜耦合法测定的光波导模式折射率谱重建光波导的折射率分布,具有物理意义清晰、非破坏性检测和计算简单等优点,是常用的确定平板光波导折射率分布的方法。

作为一种建立在光线理论基础之上的对亥姆霍兹方程的近似解法,WKB法适用于模式数目较多(大于5个)的平板光波导传输特性的分析,相应地,WKB法基础上的平板光波导折射率分布的重建方法也可以获得比较准确的结果。但这种方法用于模式数目较少的情况时,尤其对于临近截止的模式,其计算结果会产生比较大的偏差。这种偏差的根源在于WKB法本身存在着一些固有的缺陷:其一,WKB法认为在“光线”“转折点”处的相移为 $\pi/2$,而Xiang等^[13]对“转折点”处相移的研究表明,折射率分布曲线的不连续性和(或)折射率分布曲线斜率的不连续性都将使不连续点及其附近的“转折点”相移偏离 $\pi/2$;而Cao等^[14]的研究表明在“转折点”处的相移为 π 。其二,WKB近似忽略了模式“转折点”外折射率分布对相应模式传输常量的影响。这些缺陷使建立在WKB法基础之上的逆WKB法用于重建渐变折射率平板光波导折射率分布的自治性受到一定影响,即得到重建的折射率分布的传输模式与模式折射率谱有一定差距。

为了提高平板光波导折射率重建的自治性和精确性,更准确地了解扩散形成的光波导的性能,建立更加精确的扩散过程模型,本文提出了一种迭代法,这种方法使用数值法求解亥姆霍兹方程,通过迭代过程使光波导的模式折射率谱逐步逼近测定值来重建平板光波导折射率分布。

2 迭代法重建平板光波导折射率分布原理

2.1 光波导折射率的分段线性近似

通常将一次扩散形成的渐变折射率平板光波导的折射率分布用(1)式表示:

$$N^2(X) = \begin{cases} N_b^2 + (N_s^2 - N_b^2)f(X), & X \geq 0 \\ N_c^2, & X < 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中 N_b 是基片材料的折射率; N_c 是上包层材料(通常是空气)的折射率; N_s 是波导表面折射率,

$N_s > N_b$; $f(X)$ 是一个递减函数,且 $f(0) = 1$, $f(+\infty) = 0$; X 轴方向为扩散层厚度方向,其零点位于上包层-扩散层界面,并指向下包层。

采用分段线性近似,在 $N(X) - X$ 坐标系中,用一条折线近似光波导的折射率分布。对折射率由表面递减的平板光波导,实验测得 m 个传输模式 $TE_0, TE_1, \dots, TE_{m-1}$ 的模式折射率分别为 N_0, N_1, \dots, N_{m-1} ($N_0 > N_1 > \dots > N_{m-1}$),其折射率分布可以用由 $(0, N_s), (X_0, N_0), (X_1, N_1), \dots, (X_{m-1}, N_{m-1})$ 的连成的折线表示,其中 X_0, X_1, \dots, X_{m-1} ($X_0 < X_1 < \dots < X_{m-1}$)分别是与模式 $TE_0, TE_1, \dots, TE_{m-1}$ 相应的“光线”的“转折点”坐标。将 (X_{m-2}, N_{m-2}) 和 (X_{m-1}, N_{m-1}) 之间的连线延长到基片材料折射率 N_b ,使扩散层与基片材料的折射率连续变化,如图1所示。

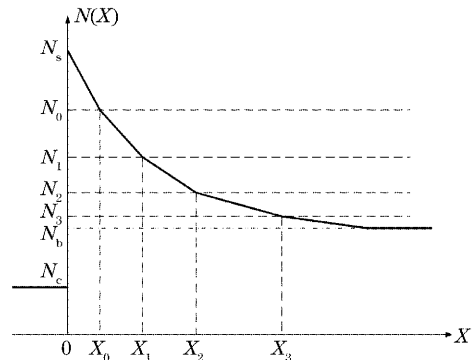


图1 平板光波导折射率分布的折线近似

Fig. 1 Piecewise approximation to planar waveguide refractive index profile

2.2 “转折点”位置的校正

作为零阶近似,假定光波导的 m 个传输模式 TE_i ($i=0, 1, 2, \dots, m-1$)对应的“转折点”坐标依次为 $X_0^{(0)}, X_1^{(0)}, \dots, X_{m-1}^{(0)}$ ($X_0^{(0)} < X_1^{(0)} < \dots < X_{m-1}^{(0)}$)。按照2.1部分中的分段线性近似法得到零阶近似下折射率分布 $N^{(0)}(X)$ 。

使用数值法求出零阶近似下平板光波导的一维亥姆霍兹方程(方程2)的前 m 个最大的本征值 $\beta_0^{(0)}, \beta_1^{(0)}, \dots, \beta_{m-1}^{(0)}$, [$\beta_0^{(0)} > \beta_1^{(0)} > \dots > \beta_{m-1}^{(0)}$]。

$$\frac{\partial^2 E_y(X)}{\partial X^2} + \left\{ \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 [N^{(0)}(X)]^2 - \beta^2 \right\} E_y(X) = 0, \quad (2)$$

其中 λ 为真空中的光波长, $E_y(X)$ 是 y 方向的电场强度(y 方向平行于基片表面并垂直于光传播方向), β 是 z 方向传输常量。

根据光波导理论,这 m 个本征值分别对应于折射率按照 $N(X)$ 分布的平板光波导的前 m 个模式的传输常量。由 $\beta_i^{(0)}$ ($i=0, 1, \dots, m-1$)计算相应的有

效折射率 $N_i^{(0)}$:

$$N_i^{(0)} = \frac{\lambda}{2\pi} \beta_i^{(0)}. \quad (i = 0, 1, \dots, m-1) \quad (3)$$

以基模为例,比较 $N_0^{(0)}$ 与 N_0 ,并根据比较结果将“转折点”坐标校正为 $X_0^{(1)}$ 。根据光波导理论,如果 $N_0^{(0)} > N_0$,说明“转折点”位置 X_0 偏大,应减小 X_0 ;反之则增大 X_0 。为加快收敛速度,采用如下方法:

$$X_0^{(1)} = [N^{(0)}(X)]^{-1}[N_0^{(0)}], \quad (4)$$

其中 $[N^{(0)}(X)]^{-1}[N^{(0)}]$ 是 $N^{(0)}(X)$ 在其单调递减区间(扩散层内)的反函数。以图 2 为例, $N_s < N_0^{(0)} < N_0$,在区间 $[N_s, N_0]$, $N^{(0)}(X)$ 的反函数为

$$[N^{(0)}(X)]^{-1}[N^{(0)}] = \frac{X_0^{(0)}}{N_0 - N_s}[N^{(0)} - N_s], \quad (5)$$

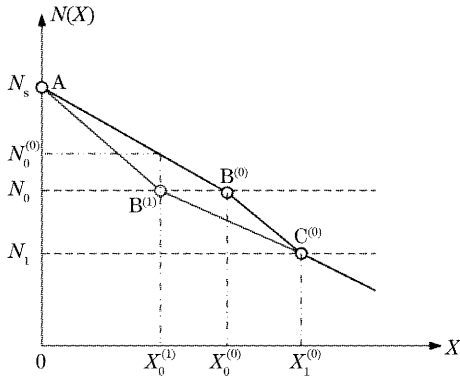


图 2 “转折点”位置的校正方法

Fig. 2 Adjustment of “turning point” location

把用 $X_0^{(1)}, X_1^{(0)}, \dots, X_{m-1}^{(0)}$ 确定的折射率分布[图 2 中的 $AB^{(1)}C^{(0)} \dots$]代入亥姆霍兹方程,按照上述方法得到 $X_0^{(2)}$,经 k_0 次迭代后,可以使

$$|X_0^{(k_0)} - X_0^{(k_0-1)}| < \delta, \quad (6)$$

其中 δ 是给定的量(如 δ 取 $0.0001 \mu\text{m}$)。

将 $X_0^{(k_0)}$ 作为模式 TE_0 “转折点”坐标的一阶近似。

按照上述方法顺次求解其它模式“转折点”坐标 $X_p (p = 1, \dots, m-1)$ 的一阶近似。

2.3 重复迭代消除“转折点”外折射率变化的影响

在对 $X_j (j = 1, 2, \dots, m-1)$ 校正的过程中,由于改变了前 j 个模式 $\text{TE}_k (k = 0, \dots, j-1)$ “转折点”外的折射率分布,使光波导的前 j 个模式 $\text{TE}_k (k = 0, \dots, j-1)$ 的有效折射率的计算结果偏离相应的测定值,相应地使“转折点”坐标偏差大于 δ 。

在 m 个传输模式 $\text{TE}_i (i = 0, 1, \dots, m-1)$ 对应的“转折点”坐标的一阶近似的基础上,使用 2.2 中的方法对其进行重复迭代,直到 $X_i^{k_i} (i = 0, 1, \dots, m-1)$ 同时收敛到稳定值。

3 结果与讨论

3.1 重建结果

Conwell^[15]研究表明,对于折射率按照指数规律分布的平板光波导,其模式折射率可以通过解析法精确计算。比如在 CdS 晶体上由 Se 扩散形成的平板光波导,其折射率与扩散深度成指数关系。由于波导表面折射率 $\Delta N (= N_s - N_b)$ 远小于 N_b ,其折射率分布可以用(7)式表示。表 1 给出了用文献[15]所述的解析法计算出的该平板光波导的有效折射率的精确计算值。

$$N^2(X) = \begin{cases} 2.4698^2 + (2.5308^2 - 2.4698^2) \exp\left(-\frac{X}{1.6476}\right), & X \geq 0 \\ 1, & X < 0 \end{cases} \quad (7)$$

表 1 指数分布平板光波导的模式折射率
($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}, N_c = 1, N_b = 2.4698$)

Table 1 Mode indices of sample with exponential refractive index profile ($\lambda = 0.6328 \mu\text{m}, N_c = 1, N_b = 2.4698$)

Mode	Exact mode index ^[15]
TE_0	2.5208
TE_1	2.4875
TE_2	2.4786
TE_3	2.4733
TE_4	2.4706

为了说明本文所述方法的有效性,以折射率按照指数分布的平板光波导为例,通过逆 WKB 法和

本文所述的方法分别由模式折射率谱重建光波导的折射率分布,并对重建结果进行比较。

图 3 给出了分别用本文所述的方法(对折射率分布曲线离散化时步长为 $0.025 \mu\text{m}$)和逆 WKB 法对式(7)所示折射率分布的重建结果,光波导的表面折射率均由“最光滑曲线”的原则确定。图 4 给出了上述两种方法重建的折射率分布与真实分布的偏差。从这两个图中可以看出这两种方法的折射率分布的重建都可以得到较高的精度,而且得到的结果相近。

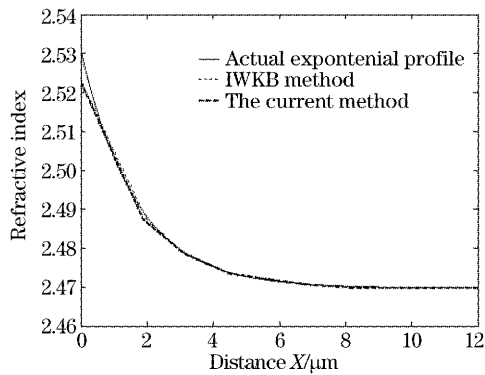


图 3 对指数分布平板光波导折射率的重建结果
Fig. 3 Refractive index profile reconstruction results for exponential sample

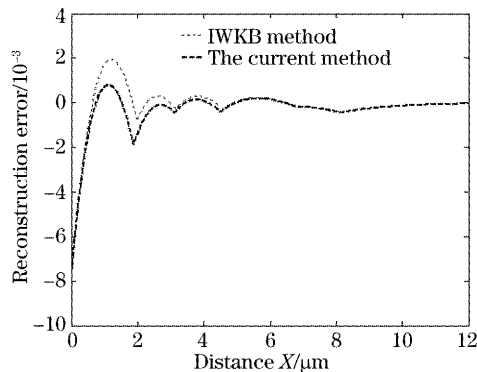


图 4 对指数分布平板光波导折射率的重建误差
Fig. 4 Refractive index profile reconstruction error for exponential sample

3.2 收敛性

本文所述方法的收敛性可以借助 WKB 法的原

理简单地说明。

WKB 法在研究平板光波的过程中将折射率分布从“转折点”处截断,并忽略“截断点”以外折射率分布对相应模式传输常量的影响。

在上述 WKB 近似原理的基础之上,本文所述方法从最低阶模式开始,顺次确定各个模式的“转折点”坐标,在确定与较高阶模式相应的“转折点”坐标时改变其“转折点”位置(相应地改变折射率分布曲线)不会影响低阶模式的传输常量,因此这种方法具有收敛性。

本文所述的方法中,采用 2.3 节所描述的方法对各个模式的“转折点”坐标反复迭代,可以消除因模式“转折点”外折射率分布的变化对相应的模式传输常量的影响。

对于前 5 个传输模式(TE 模)的模式折射率如表 1 所示的平板光波导,表 2 表示了折射率重建过程中各“转折点”坐标随迭代次数的变化。表 2 中第一栏中的循环次数 T 是指按照 2.3 节所述方法的迭代次数。从表中可以看出:(1)采用多次迭代可以消除因模式“转折点”外折射率分布的变化对模式传输常量的影响,使重建得到的折射率分布所对应的传输常量分别收敛到光波导传输常量的测定值,相应地使与各个传输模式对应的“转折点”坐标收敛到稳定值;(2)“转折点”坐标的收敛具有如下规律:相应于低阶模式的“转折点”坐标具有更大的收敛速度,基模的“转折点”坐标收敛最快,随着模式阶数的增大,其相应的“转折点”坐标收敛速度逐渐变小。

表 2 “转折点”坐标随循环次数的收敛情况 [$X_i(0)$ 为输入值]

Table 2 Convergence of "turning point" with the times of recurrence [$X_i(0)$ refers to input value]

Times of iterations (T)	$X_0(T) / \mu\text{m}$	$X_1(T) / \mu\text{m}$	$X_2(T) / \mu\text{m}$	$X_3(T) / \mu\text{m}$	$X_4(T) / \mu\text{m}$
0*	4.0000	4.2000	4.4000	4.6000	4.8000
1	1.6775	2.9727	4.0079	4.0963	4.2128
2	1.0221	2.3873	3.3346	4.0301	4.2441
3	1.0475	1.9210	3.2612	4.3375	6.9496
4	1.0600	1.9070	3.1971	4.3311	6.8673
5	1.0613	1.8841	3.1741	4.4588	6.8794
6	1.0622	1.8836	3.1569	4.4679	6.8469
7	1.0622	1.8834	3.1466	4.4910	6.8331
8	1.0622	1.8844	3.1293	4.5235	6.8290
9	1.0622	1.8845	3.1282	4.5228	6.8148
10	1.0622	1.8846	3.1266	4.5250	6.8079
11	1.0622	1.8847	3.1264	4.5252	6.8029
12	1.0622	1.8847	3.1263	4.5257	6.8001
13	1.0622	1.8847	3.1262	4.5258	6.7981
14	1.0622	1.8847	3.1262	4.5261	6.7955
15	1.0622	1.8847	3.1262	4.5261	6.7953
16	1.0622	1.8847	3.1262	4.5261	6.7953

3.3 与逆 WKB 法的比较

与逆 WKB 法相比,本文所述方法的优点主要体现在两方面:一方面由于本文所述方法采用数值法求解亥姆霍兹方程,采用逐步逼近的方法从最低阶模开始,顺次确定各个传输模式的“转折点”坐标,并且采用多次迭代消除了确定较高阶模式“转折点”时低阶模式“转折点”以外折射率分布的变化对相应模式传输常量的影响。这种方法避免了建立在 WKB 近似基础上的逆 WKB 法不自洽的固有缺陷。另一方面,这种方法利用了数值计算具有准确度高的重要特点,其准确度取决于计算所选取的区域和步长的大小,随着计算机运算能力的近一步加强,通过进一步增大计算所选区域的大小,并减小计算步长,这种方法所获得的结果的准确度可以得到进一步的提高,从理论上讲本文所述方法重建平板光波导折射率分布比逆 WKB 法具有更高的精确性。

从图 4 可以看出,一方面,由于目前没有可靠的方法精确测量光波导表面折射率,采用“最光滑曲线”原理使两种重建方法在光波导的表面都具有较大的重建偏差;另一方面,由于逆 WKB 法和本文所述方法在折射率分布重建的过程中都采用了分段线性近似的方法,因此两种方法的重建偏差都呈倒放的“3”型。如果光波导的表面折射率的值可以精确测定,那么在本文所述方法的基础之上,结合合理的曲线插值或者曲线拟合方法,可获得更为理想的重建结果。

4 结 论

提出了一种数值法重建渐变折射率平板光波导折射率分布的方法,具有较高的精度。与逆 WKB 法相比,这种方法需要较长的计算时间,而且,随着光波导模式数目的增多,这种方法耗时长的缺点更加明显。因此这种方法用于模式数目较少的平板光波导的折射率重建更具有优势。

参 考 文 献

- 1 Y. N. Korkishko, V. A. Fedorov, O. Y. Feoktistova. LiNbO₃ optical waveguide fabrication by high-temperature proton exchange [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2000, **18**(4): 562~568
- 2 H. F. Taylor, W. E. Martin, D. B. Hall. Fabrication of single-crystal semiconductor optical waveguides by solid-state diffusion [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1972, **21**(3): 95~98
- 3 J. E. Gortych, D. G. Hall. Fabrication of planar waveguides by K⁺-ion exchange in BK7 and Pyrex glass [J]. *J. Quant. Electron.*, 1986, **22**(6): 892~895
- 4 Zheng Jie, Ma Shaojie, Zhang Jiahua. Study on the properties of ion-exchange erbium doped phosphate glass waveguide[J]. *Chin. J. Lasers*, 2002, **A29**(5): 447~449 (in Chinese)
- 5 郑 杰,马少杰,张家骅. 离子交换钕掺杂磷酸盐玻璃波导特性研究[J]. *中国激光*, 2002, **A29**(5): 447~449
- 6 P. C. Noutsios, G. L. Yip. Shallow buried waveguides made by purely thermal migration of K⁺ ion in glass[J]. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(4): 212~214
- 7 J. M. White, P. F. Heidrich. Optical waveguide refractive index profiles determined from measurement of mode indices: a simple analysis[J]. *Appl. Opt.*, 1976, **15**(1): 151~155
- 8 P. Mathey, P. Jullien. Numerical analysis of a WKB inverse method in view of index profile reconstruction in diffused waveguides[J]. *Opt. Commun.*, 1996, **122**:127~134
- 9 R. O. S. Batchelor, D. G. Ashworth, D. Gelder *et al.*. Iterative refinement technique for reconstructing refractive index profiles from mode indices[J]. *Electron. Lett.*, 1995, **31**(3): 229~231
- 10 T. Shiozawa, H. Miyamoto, H. Ohta *et al.*. Determination of two-dimensional optical waveguide index distribution function parameters from effective indexes [J]. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1990, **8**(4): 497~505
- 11 E. Acosta, L. Gato, M. V. Pere *et al.*. Fit method to determine the refractive index profile of planar surface waveguides[J]. *Pure Appl. Opt.*, 1995, **4**: 485~493
- 12 K. S. Chiang. Construction of refractive index profiles of planar dielectric waveguides from the distribution of effective indexes [J]. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1985, **LT-3**(2): 385~391
- 13 Lu Desen, Cao Zhuangqi, Ding Yuan *et al.*. Graded refractive index profile reconstructions by the inversed analytic transfer matrix method[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(3): 307~309 (in Chinese)
- 14 陆德森,曹庄琪,丁 渊 等. 渐变折射率平板波导的逆分析转移矩阵方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(3): 307~309
- 15 F. Xiang, G. L. Yip. A modified WKB method for the improved phase shift at a turning point[J]. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1994, **12**(3): 443~452
- 16 Z. Q. Cao, Q. Liu, Y. Jiang *et al.*. Phase shift at turning point in a planar optical waveguide[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2001, **18**(9): 2161~2163
- 17 E. M. Conwell. Modes in optical waveguides formed by diffusion [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 1973, **23**(6): 328~329