

文章编号: 0253-2239(2005)05-647-4

正弦变化的振幅型光瞳滤波器*

肖繁荣 袁景和 王桂英 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要: 光瞳滤波器作为实现超分辨的基本元件之一,它的设计以及制作都非常重要。设计了一种正弦变化的振幅型光瞳滤波器,可以通过调节少量的参量实现各种不同的超分辨模式。选择正弦函数的周期以及光瞳中心点透过率变化两个参量来实现对最终超分辨效果的调节。数值计算结果表明:在整个入射光瞳上的透过率瞳函数分布具有 0.5~2 个正弦振幅周期时,较为合适。小于 0.5 个周期将不会有任何超分辨效果,大于 2 个周期超分辨效果反而变差。数值计算中还注意到,当周期数为整数时,斯特雷尔比将保持 0.25 不变。对正弦变化振幅型光瞳滤波器的计算结果,显示了其特殊的性质,对实际中制作正弦变化振幅型光瞳滤波器有一定的指导作用。

关键词: 应用光学; 正弦振幅型光瞳滤波器; 光学超分辨; 光学显微术

中图分类号: O439 文献标识码: A

Amplitude Optical Pupil Filters with Sine Functions

Xiao Fanrong Yuan Jinghe Wang Guiying Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academic of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract: Optical pupil filter is one of the basic elements for optical superresolution. So it is important to design and manufacture the optical pupil filter. The amplitude optical pupil filters with sine functions were designed. This pupil filter can realize different types of superresolution by changing the periods of sine function or the transmittance of the central point. By numerical calculations, It is noticed that 0.5~2 sine periods is suitable for superresolution. When the number of periods is smaller than 0.5, there is no superresolution effect. And the superresolution effect is worse as the number bigger than 2. In numerical calculation it is also noticed that the Strehl ratio is unchanged with the central point transmittance when the number of periods is integer and its value is 0.25. The numerical results show the typical properties of amplitude optical pupil filters with sine functions and it will help manufacture it.

Key words: applied optics; optical pupil filters with sine functions; optical superresolution; optical microscopy

1 引 言

超分辨的光瞳滤波器在光存储^[1]、平版印刷术^[2]以及显微成像^[3]领域都有非常重要的应用。Francia 最早提出了超分辨光瞳滤波器的概念^[4],并且设计了环形分布的振幅型光瞳滤波器。这种二元型的振幅光瞳滤波器在制作上较为简单,能够很好地抑制旁斑的影响,但对主斑强度衰减大。相位型光瞳滤波器由于受到制作工艺上的限制,一直没有得到很好地应用,直到 Sales 等^[5]提出了利用衍射光学元件的方法制作相位型光瞳滤波器。与振幅型光瞳滤波器相比,

在相同的超分辨条件下,相位型光瞳滤波器有更高的中心主斑强度,但是旁斑强度要比振幅型光瞳滤波器大^[6]。利用复振幅分布的光瞳函数数可以实现更好的超分辨效果^[7]。

为了满足不同的应用,对光瞳的瞳函数数分布要求不同。液晶技术提供了一种实现不同瞳函数数的可能。Davis 等^[8]提出了用液晶制作光瞳滤波器,并且分析了由此实现纯相位型光瞳滤波器的可能性。Juana 等^[9]进一步研究了正弦变化的相位型光瞳滤波器。Sheppard^[10]曾经在理论上分析过幕

* 国家自然科学基金(60078025),国家科技部重大基础研究基金(2002CB713808)和上海市科学技术发展基金(01DJGK018)资助课题。

作者简介:肖繁荣(1978~),男,山西省芮城县人,博士研究生,主要从事光学超分辨、非线性光学成像以及相关生物学应用的研究。E-mail: frxiao@siom.ac.cn

收稿日期:2004-05-27;收到修改稿日期:2004-10-09

指数变化的振幅型光瞳滤波器, Davis^[11] 利用液晶在实验上实现了连续的振幅型光瞳滤波器。

基于此我们考虑是否可以通过给定某种形式的光瞳函数分布, 通过调节瞳函数的参量, 来正向计算其可能实现的超分辨模式。然后通过对液晶屏编程实现对参量的调节。选择正弦函数作为光瞳函数有两方面原因: 一是与多区环形光瞳相比, 它可以利用更少的调节参量实现各种超分辨模式; 另外就是正弦函数作为最基本的周期函数之一, 研究其超分辨特性将有利于我们进一步认识由正弦函数所叠加的各种瞳函数分布。

2 基本理论

如果光瞳函数为 $P(\rho)$, 那么焦点区域的振幅分布为^[12]

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(\frac{j u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (1)$$

其中 ρ 为入瞳面上归一化的径向坐标, $v = kr \sin \alpha$ 和 $u = 4kz \sin^2(\alpha/2)$ 分别为横向和纵向的光学坐标, $k = 2\pi/\lambda$, $\sin \alpha$ 是透镜的数值孔径。

对于焦面上焦点附近区域的振幅分布, 可以近似用幂指数展开^[8]:

$$U(v, 0) = \int_0^1 Q(t) \left(1 - \frac{v^2}{4}t + \dots\right) dt = I_0 - \frac{v^2}{4}I_1 + \dots, \quad (2)$$

其中 $t = \rho^2$, $Q(t) = P(\rho)$, $I_n = \int_0^1 Q(t)t^n dt$ 是瞳函数的 n 阶矩。如果瞳函数是实函数, I_n 也是实数。因此, 焦面上的强度分布为

$$I(v, 0) = I_0^2 - \frac{v^2}{2}I_0I_1 + \dots. \quad (3)$$

可以看出, 如果要得到窄的中心主斑宽度, 就必须增加 I_1/I_0 的值。同样, 可以得到焦点附近轴向上的振幅分布:

$$U(0, u) = I_0 + \frac{1}{2}juI_1 - \frac{1}{8}u^2I_2 + \dots. \quad (4)$$

对于实的光瞳函数分布, 相应的强度变化为

$$I(0, u) = I_0^2 - \frac{u^2}{4}(I_0I_2 - I_1^2) + \dots. \quad (5)$$

一般情况下, 判别光瞳函数效果, 有三个因子: 中心主斑宽度比 G , 旁斑强度比 M 以及中心主斑强度比 S 。Sheppard 将中心主斑宽度比定义为

$$G_T = 2I_1/I_0, \quad (6)$$

$$G_A = 12[I_2/I_0 - (I_1/I_0)^2], \quad (7)$$

它们分别对应于横向和纵向的中心主斑宽度比。如果光瞳函数为 1, 可以算出 $I_0 = 1, I_1 = 1/2, I_2 = 1/3$, 相应的超分辨因子 $G_T = G_A = 1$ 。超分辨因子的值大于 1 时, 所对应的系统具有超分辨特性, 并且超分辨因子的值越大, 对应的超分辨效果越好。对于实的光瞳函数分布, G_T 的值不会大于 2。

本文中研究的振幅型光瞳滤波器的光瞳函数是

$$Q(t) = \frac{1}{2}[1 + \sin(2\pi bt + \varphi_0)], \quad (8)$$

其中 b 和 φ_0 是两个可供选择的参量。利用前面给出的公式, 可以得到正弦变化的振幅型光瞳滤波器的横向超分辨因子 G_T 和纵向超分辨因子 G_A , 强度斯特雷尔比 S 为瞳函数零阶矩的平方。

3 数值计算结果

(8)式中的光瞳函数的分布如图 1 所示。以下我们通过数值计算的方法来研究(8)式中两个参量对最终焦点附近光斑分布的影响。为了更清楚地分析两个参量的作用, 本文中分开研究各参量的影响。

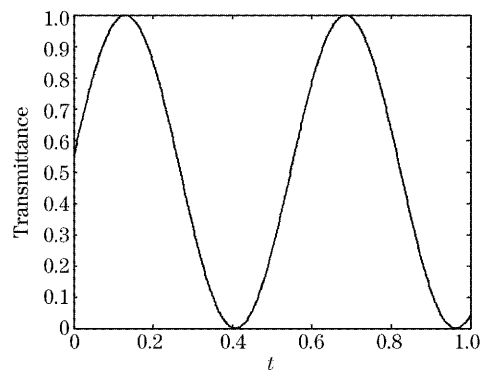


图 1 正弦函数变化的光瞳滤波器

Fig. 1 Optical pupil filter with sine functions

图 2 是在 $b=0.5$ 时, G_A, G_T 和 S 随相位 φ_0 的变化。从图中可以看出各个因子随 φ_0 以 2π 的周期变化, 这一点从(8)式中不难看出, 因此我们只需考虑从 0 到 2π 之间的变化。在 0 到 2π 之间, G_A 和 S 的变化曲线关于 $\varphi_0 = \pi$ 直线对称, 而 G_T 没有这种对称性。从图中可以注意到, φ_0 从 0 开始增加时, G_A, G_T, S 都在减小, 这种情况对应于 1~0 分布(中心透过率 1, 外围透过率 0)的环形光瞳滤波器, 不具有超分辨效果。 G_A 在 $\varphi_0 = \pi$ 时达到最大值 1.75, 此时 G_T 为 1, 也就是在横向不变的情况下, 提高了纵向

的超分辨能力。 $\phi_0 = \pi$ 的左边, AB 之间的区域, 系统具有纵向的超分辨能力, 但是在横向光斑变宽。在 BC 之间, 系统具有三维的超分辨能力, 不过此时所对应的斯特雷尔比较小。在 CD 之间系统具有横向的超分辨能力, 但是在纵向有加宽效应, 横向超分辨因子最大时, 纵向的超分辨因子取到最小值, 也就是纵向的加宽效应达到最大。总的来说, 当 $b=0.5$ 时, 系统在 AD 之间具有超分辨能力。

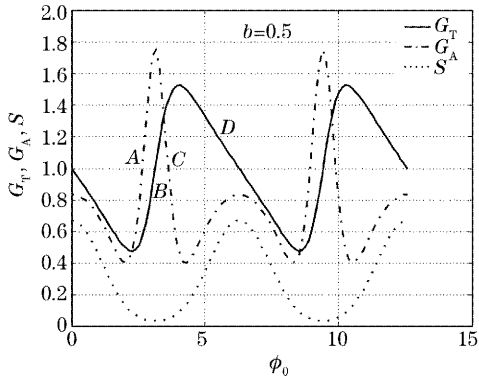


图 2 $b=0.5$ 时, 横向超分辨因子 G_T 、纵向超分辨因子 G_A 以及斯特雷尔比 S 随相位偏移的变化

Fig. 2 Variety of lateral and axial superresolution factors G_T , G_A and the Strehl ratio S versus phase difference as $b=0.5$

在 $\phi_0 = \pi$ 时, 横向超分辨因子 G_T 、纵向超分辨因子 G_A 以及斯特雷尔比 S 随参量 b 的变化如图 3 所示。可以看出, 随着 b 值的增大, G_T 、 G_A 的值在 1 附近扰动, 并且趋近于 1, S 的值在 0.2 附近扰动。 b 增大也意味着图 1 中, 透过率变化的周期变短。因此在使用正弦变化的振幅型光瞳滤波器时, b 的值不应太大。从图 3 中还可以看到, 在 b 大于 1 时,

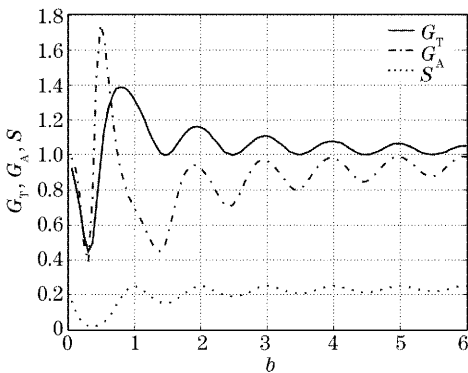


图 3 $\phi_0 = \pi$ 时, 横向超分辨因子 G_T 、纵向超分辨因子 G_A 以及斯特雷尔比 S 随参量 b 的变化

Fig. 3 Variety of lateral and axial superresolution factors G_T , G_A and the Strehl ratio S versus the factor b as $\phi_0 = \pi$

G_A 、 G_T 和 S 随参量 b 的变化具有周期性。与随 ϕ_0 的周期性变化不同的是, 随着 b 的增大同时还伴随着各个因子值的衰减。所以在研究 b 值的影响时, 只需要考虑 0 到 2 之间的区域就足够了。各种超分辨效果的分析, 与图 2 相似。

如前所述, 斯特雷尔比的值为瞳函数零阶矩的平方。经过计算, 我们注意到, 当 b 为整数时, 斯特雷尔比的值不再随 ϕ_0 变化, 而是等于常数 0.25。图 4 中给出了 $b=1.0$ 时, G_A 、 G_T 和 S 随参量 ϕ_0 的变化。强度斯特雷尔比 S 不随 ϕ_0 变化。

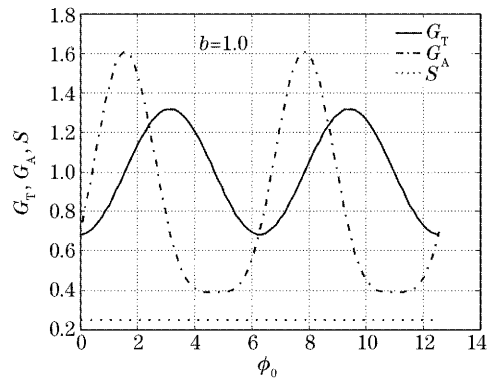


图 4 $b=1.0$ 时, 横向超分辨因子 G_T 、纵向超分辨因子 G_A 和斯特雷尔比 S 随相位偏移的变化

Fig. 4 Variety of lateral and axial superresolution factors G_A , G_T and the Strehl ratio S versus phase difference as $b=1.0$

经过上述计算分析, 我们可以知道对于具有给定分布的正弦振幅瞳函数, 在 b 值给定时, 各种超分辨特性将随 ϕ_0 以 2π 为周期变化, 因此只需考虑从 0 到 2π 之间的变化。另外正弦周期取 0.5~2 个, 也就是 b 取 0.5~2 时, 就可以包含所有利用正弦振幅瞳函数可以实现的超分辨效果。这种范围的限定可以大大缩短超分辨问题反向求解的速度。

为了进一步验证以上的计算, 我们计算了图 3 中 G_A 和 G_T 两条曲线在值大于 1 时交点处的横向和纵向强度分布 (如图 5 所示)。该条件下, 系统应该具有三维的超分辨能力, 并且横向和纵向的超分辨因子相同。图 5 中, 左半部分是焦面上的强度分布, 实线是不加光瞳时的分布。点划线是加入给定正弦变化的振幅型光瞳滤波器时, 焦面上的归一化强度分布。虚线是加入光瞳, 没有归一化的强度分布。图 5 中的右半部分是焦点附近纵向的强度分布。图中, 纵向中心主斑的压缩大于横向中心主斑的压缩, 这主要是因为无光瞳时, 纵向的中心主斑宽度要大于横向的中心主斑宽度。

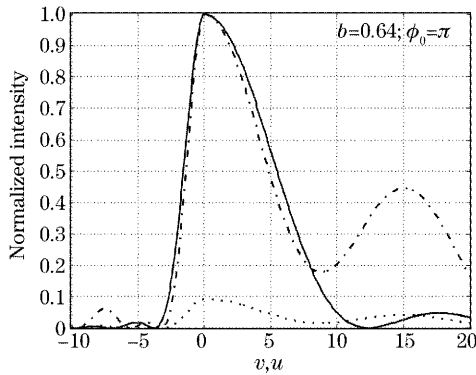


图 5 $b=0.64, \phi_0=\pi$ 时, 焦点附近横向和纵向的强度点扩散函数。实线、点划线和虚线分别对应无光瞳强度分布、有光瞳归一化强度分布和有光瞳强度分布的情况

Fig. 5 The lateral and axial intensity point spread functions as $b=0.64, \phi_0=\pi$. The real line, dashed line and dotted are the intensity distributions for clear pupil filters, normalized intensity distributions with pupil filters and intensity distributions with pupil filters, respectively

4 结 论

本文从理论上详细研究了正弦变化的振幅型光瞳滤波器在超分辨应用中的一些特性。首先通过数值计算研究了正弦变化振幅型光瞳滤波器各个参量对超分辨效果的影响。然后,在此基础上分析了该类光瞳滤波器的一些基本特性,数值计算表明,该类型的光瞳滤波器可以实现现有的多种超分辨模式。与其它光瞳滤波器比较,正弦变化的振幅型光瞳滤波器具有覆盖的超分辨模式多,反向求解速度快等优势。但是,与其他类型的振幅型光瞳滤波器相同,

正弦变化振幅型光瞳滤波器对入射光的衰减较大,即其强度斯特雷尔比较小。大功率的激光器可以在某种程度上弥补这个缺陷。

参 考 文 献

- 1 Ingemar J. Cox. Increasing the bit-packing density of optical disk systems[J]. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(19): 3260~3261
- 2 Hiroshi Fukuda, Tsuneo Terasawa, Shinji Okazaki. Spatial filtering for depth of focus and resolution enhancement in optical lithography [J]. *J. Vac. Sci. Technol. (B)*, 1991, **9**(6): 3113~3116
- 3 Z. S. Hegedus, V. Safaris. Superresolving filters in confocally scanned imaging systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1986, **3** (11): 1892~1896
- 4 Francia G T. Super-gain antennas and optical resolving power [J]. *Nuovo Cimento Suppl.*, 1952, **9**: 426~435
- 5 Tasso R. M. Sales, G. Michael Morris. Diffractive superresolution elements[J]. *Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(3): 1637~1646
- 6 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying *et al.*. Factors in the design of optical superresolving filters[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2004, **21**(1): 70~72
- 7 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying *et al.*. Three-zone complex pupil filter[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(1): 1~4 (in Chinese)
- 8 肖繁荣,袁景和,王桂英等. 三区复振幅光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 1~4
- 9 Jeffrey A. Davis, Ignacio Moreno, Philbert Tsai. Polarization eigenstates for twisted-nematic liquid-crystal displays[J]. *Appl. Opt.*, 1997, **37**(2): 937~942
- 10 Daniel M. de Juana, Jose E. Oti, Vidal F. Canales *et al.*. Design of superresolving continuous phase filters[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 607~609
- 11 C. J. R. Sheppard, Z. S. Hegedus. Axial behavior of pupil-plane filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5**(2): 643~647
- 12 Jeffrey A. Davis, Juan Carlos Escalera, Juan Campos *et al.*. Programmable axial apodizing and hyperresolving amplitude filters with a liquid-crystal spatial light modulator [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(2): 628~630
- 13 C. J. R. Sheppard, G. Calvert, M. Wheatland. Focal distribution for superresolving toraldo filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1998, **15**(4): 849~856