

文章编号: 0253-2239(2005)05-603-6

小波变换轮廓术在双频光栅条纹中的应用*

翁嘉文¹ 钟金钢^{2**}

(¹ 华南农业大学理学院, 广州 510642)
(² 暨南大学物理系, 广州 510632)

摘要: 为了解决非连续物体三维面形测量中所存在的非连续相位解包问题, 采用计算机生成的两频率之比为一无理数的电子光栅作为空间载频光栅条纹投影到待测物体表面。另外结合伽博小波变换分析的相位解调原理, 在一幅变形双频光栅图像中分析得到两个频率各自所对应的包络相位分布, 并且应用钟金钢等所提出的双频条纹查表法进行解包得到确定的调制相位分布。提出的双频光栅-小波变换-查表相位解包法很好地解决了傅里叶变换轮廓术, 以及连续相位解包法在非连续物体三维面形测量中所存在的问题。给出了详细完整的理论推导过程、计算机模拟以及实验验证, 证实了该方法的可行性。

关键词: 应用光学; 相位分析; 轮廓术; 双频光栅; 小波变换

中图分类号: O439 文献标识码: A

Application of Wavelet Transform Profilometry in Bi-Frequency Grating Fringe

Weng Jiawen¹ Zhong Jin'gang²

(¹ College of Science, South China Agricultural University, Guangzhou 510632)
(² Department of Physics, Jinan University, Guangzhou 510632)

Abstract: In order to overcome the discontinuous phase unwrapping problems existing in the shape measurement of the discontinuous objects, the spatial carrier grating fringe pattern produced by the computer of which the ratio of two frequencies is an irrational number, is introduced. By using the wavelet transform profilometry, the wrapped phase distribution corresponding to the two frequencies respectively in one bi-frequency grating pattern is got. And then applying the phase unwrapping by a lookup table method for unwrapping, the determinate modulated phase distribution corresponding to the two frequencies is got. The technique can tolerate the height discontinuity of the shape of the objects. The detailed theoretical deduction, experimental verification and an example of 3-D shape measurement are shown.

Key words: applied optics; phase analysis; profilometry; bi-frequency; wavelet transform

1 引言

基于相位解调技术的三维轮廓术, 如傅里叶轮廓术(FTP)^[1~6]、相位测量轮廓术(PMP)^[7]以及小波变换分析等, 都不可避免地存在相位包裹的现象, 即相位解调技术直接给出的是一 π 到十 π 之间的相位值。为了得到真实的相位分布, 必须借助于相位解包络技术。传统的解包络算法, 如直线扫描法、“枝叶型”算

法^[7]等, 都只适用于相位连续分布的情况, 而对于包含相位突变, 如具有台阶、陡峭表面和噪声等复杂表面形成的相位分布, 将会给出错误的去包结果。为了解决这一问题, 提出的掩模算法^[8]、细胞自动机算法^[9]、最小二乘法^[10]等都取得了一定的成果, 但每种方法都存在一定的局限性, 只能解决部分问题。

本文提出双频光栅-小波变换-查表相位解包

* 广东省自然科学基金(010377)及华南农业大学校长基金资助课题。

作者简介: 翁嘉文(1979~), 女, 广东省汕头市人, 华南农业大学理学院助教, 硕士研究生, 主要从事三维形貌测量方面的研究。E-mail: weng-jw@163.com

** 通信联系人。E-mail: tzjg@jnu.edu.cn

收稿日期: 2004-09-09; 收到修改稿日期: 2004-10-27

法,通过计算机生成两频率之比为无理数的空间载频光栅条纹,采用数字光投影仪(DLP)将该光栅条纹图像投影到待测物体表面,进而应用小波变换进行分析得到两个频率所对应的包络相位分布,结合钟金钢等所提出的双频条纹查表法^[11,12]得到确定的相位分布。该方法只需要拍摄一幅变形光栅进行分析,可以很好地应用于非连续的动态物体的三维面形测量,具有广泛的应用前景。

2 原 理

2.1 双频光栅图像的小波分析

以相交型光学测量系统为例,其光路原理如图1所示。 $E'_p E_p$ 和 $E'_c E_c$ 分别是投影系统和成像系统光轴,与参考平面 R 相交于 O 点。 R 与 $E'_c E_c$ 相互垂直,是测量物体表面高度变化的参照面。光栅的栅线垂直于平面 $E_p E_c O$ 。

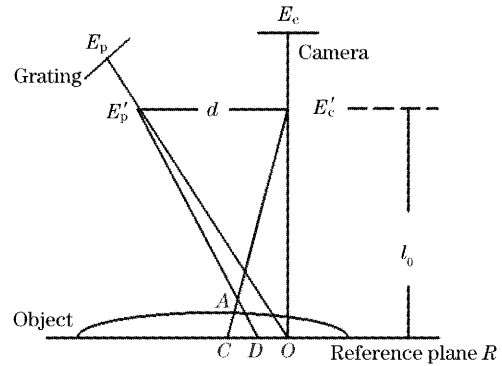


图1 测量的光路原理图

Fig. 1 Optical geometry

以一维光栅为例,通过计算机生成两频率之比为无理数的空间载频基准光栅条纹图像 $I_0(x)$,以及采用数字光投影仪将该光栅条纹分别投影到参考平面 R 和待测物体表面,得到变形光栅图像 $I(x)$ 分别为

$$I_0(x) = a_0(x) + b_0(x) \left\{ \frac{\sin[2\pi f_{1x}x + \Phi_{10}(x)] + \sin[2\pi f_{2x}x + \Phi_{20}(x)]}{2} \right\}, \quad (1)$$

$$I(x) = a(x) + b(x) \left\{ \frac{\sin[2\pi f_{1x}x + \Phi_1(x)] + \sin[2\pi f_{2x}x + \Phi_2(x)]}{2} \right\}, \quad (2)$$

其中 $a_0(x)$ 、 $b_0(x)$ 、 $a(x)$ 、 $b(x)$ 是与条纹背景和衬比度有关的缓变信号; f_{1x} 、 f_{2x} 分别是条纹在 x 轴方向上的两载频条纹的空间频率; $\Phi_{10}(x)$ 、 $\Phi_{20}(x)$ 为两不同频率载频条纹的初始相位, $\Phi_1(x)$ 、 $\Phi_2(x)$ 分别是两不同频率载频条纹经待测物体调制后产生的相位。

选取在空域和频域都具有很好的局部化性能的伽博(Gabor)解析小波函数作为母小波:

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}} \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma}} \exp\left[-\frac{(2\pi/\gamma)^2 x^2}{2} + j2\pi x\right], \quad (3)$$

其中 $\gamma = \pi \sqrt{2/\ln 2}$ 。对于实光栅信号进行连续小波变换,得到 $W_f(a, b)$:

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x) \psi_{a,b}^*(x) dx = \langle I(x), \psi_{a,b}(x) \rangle, \quad (4)$$

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad (5)$$

其中星号“*”表示共轭; $\psi_{a,b}(x)$ 是母小波函数 $\psi(x)$ 经伸缩和平移后得到的小波序列; a 为尺度因子,它的作用是将母小波函数 $\psi(x)$ 做伸缩, a 愈大 $\psi(x/a)$ 愈宽,反之亦然; b 为平移因子。由此得到光栅信号的小波变换幅值 $A(a, b)$ 和相位 $\varphi(a, b)$ 分别为

$$A(a, b) = \sqrt{\{\text{Im}[W_f(a, b)]\}^2 + \{\text{Re}[W_f(a, b)]\}^2}, \quad (6)$$

$$\varphi(a, b) = \arctan\{\text{Im}[W_f(a, b)]/\text{Re}[W_f(a, b)]\}. \quad (7)$$

小波变换实质上是描述了信号与小波序列的内积关系,它反映了信号与小波序列函数的相似程度。因此连续小波变换可以理解为将信号和小波函数进行比较的结果,幅值和相位综合反映了它们的相似程度。而当被测信号的局部频率与相应尺度的小波函

数振荡频率相同或者相近时,其小波系数,即幅值就相应较大。分别对应于光栅条纹的两频率 f_{1x} 、 f_{2x} 定义小波变换脊 $\text{ridge}_{f_{1x}}(b)$ 和 $\text{ridge}_{f_{2x}}(b)$:

$$\begin{cases} \text{ridge}_{f_{1x}}(b) = \max[A(a_i, b)]_{f_{1x}}, \\ \text{ridge}_{f_{2x}}(b) = \max[A(a_i, b)]_{f_{2x}}, \end{cases} \quad (8)$$

其中 i 为尺度参量 a 的个数, a_i 为各尺度参量的值, 上式表示在各个位置上的小波变换幅值的两个最大值分别对应于两频率的小波变换脊。

在三维面形测量中, 我们通过计算机生成两频率之比为无理数的空间载频光栅条纹并投影到待测物体表面, 对经调制后的变形光栅条纹进行小波变换分析, 然后通过上式确定两频率的小波变换脊, 提取其对应的相位值, 最终在一幅变形光栅图像中得到两个频率所对应的包络相位分布 $\Delta\phi_1(x)$ 和 $\Delta\phi_2(x)$ 。

2.2 双频条纹查表相位解包法

由于小波变换轮廓术是使用反正切函数计算相位的, 因此我们分析得到的实际上是包裹的相位 $\Delta\phi_1(x)$ 和 $\Delta\phi_2(x)$, 因此要得到物理意义上真实的相位值 $\Delta\Phi_1(x)$ 和 $\Delta\Phi_2(x)$ 必须对被包裹的相位值进行解包络处理, 即

$$\Delta\Phi_1(x) = 2n_1\pi + \Delta\phi_1(x), \quad (9)$$

$$\Delta\Phi_2(x) = 2n_2\pi + \Delta\phi_2(x). \quad (10)$$

另外, 由傅里叶轮廓术中相位与物体表面高度的变换公式可以得到

$$h(x) = \frac{l_0\Delta\Phi(x)}{\Delta\Phi(x) - 2\pi f_0 d} = \frac{l_0[\Delta\Phi(x)/f_0]}{[\Delta\Phi(x)/f_0] - 2\pi d}, \quad (11)$$

上式表示, 在实验系统一致的条件下, 即 l_0 、 d 是相同的, 当光栅图像经过同一待测物体调制, 即 $h(x)$ 也是相同的, 则对于不同的频率 $[\Delta\Phi(x)/f_0]$ 这一比值应该也是相同的。因此可得两不同频率的光栅条纹对应的相位值 $\Delta\Phi_1(x)$ 和 $\Delta\Phi_2(x)$ 与空间光栅条纹频率成正比关系:

$$\Delta\Phi_1(x)/f_{1x} = \Delta\Phi_2(x)/f_{2x}, \quad (12)$$

将(9)式和(10)式代入上式, 可得

$$\frac{2n_1\pi + \Delta\phi_1(x)}{f_{1x}} = \frac{2n_2\pi + \Delta\phi_2(x)}{f_{2x}}, \quad (13)$$

重写(13)式有

$$\frac{\Delta\phi_1(x) - (f_{1x}/f_{2x})\Delta\phi_2(x)}{2\pi} = \frac{f_{1x}}{f_{2x}}n_2 - n_1, \quad (14)$$

由于 $\Delta\phi_1(x)$ 和 $\Delta\phi_2(x)$ 可以通过相位解调算法获

得, 因此(14)式左边为已知量, 右边 n_1 和 n_2 为两未知数, 方程不能直接求解。但 n_1 和 n_2 为整数, 在一定条件下可对其求解。定义

$$\Delta f\phi = \frac{\Delta\phi_1(x) - (f_{1x}/f_{2x})\Delta\phi_2(x)}{2\pi}, \quad (15)$$

$$T(n_1, n_2) = (f_{1x}/f_{2x})n_2 - n_1, \quad (16)$$

因为 n_1 和 n_2 为整数, 所以对于任意的 n_1 和 n_2 , 根据(16)式可以列出一表格 $T(n_1, n_2)$, 表格中给出的值为方程(15)左边即 $\Delta f\phi$ 的可能值。若表格中的值互不相等, 则可以通过查找表的方法在表格中找出和 $\Delta f\phi$ 相等的值, 则其对应的 n_1 和 n_2 就是(14)式所要求的值。这里, 当 $f_{1x}/f_{2x} = \mu$ 是一个无理数, 则 $T(n_1, n_2) = \mu n_2 - n_1$, 这时对于任意的 n_1 和 n_2 , $(\mu n_2 - n_1)$ 值互不相等, 即表格给出的值互不相等, 在这种情况下(14)式可完全求解。由于 n_1 和 n_2 可取任意值, 相位完全可确定, 因此在理论上相位可测量的范围是无限的。

对小波分析得到的变形光栅的两频率对应包裹相位 $\Delta\phi_1(x)$ 和 $\Delta\phi_2(x)$ 进行查表法去包, 将得到两频率确定的展开相位分布 $\Delta\Phi_1(x)$ 和 $\Delta\Phi_2(x)$ 。将该结果代入相位-高度转换公式(11), 即可得到物体的三维面形数据。但是, 在实际应用中, 双频光栅的采用可能增加频谱混叠, 导致包络相位的计算含有一定的误差, 从而影响了相位的完全确定。因此, 在实际中有关双频光栅频率的选取和两小波脊的确定还需进一步深入研究。

3 计算机模拟

由计算机生成频率分别为 $f_{1x} = 1/16$ 和 $f_{2x} = 2\sqrt{2}f_{1x}$ 的一维双频基准光栅图像, 大小为 $1 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$, 如图 2(a) 所示。并分别对频率 f_{1x} 加入(17)式定义相位调制 $u(x)$, 对频率 f_{2x} 加入(12)式比例的相位调制 $2\sqrt{2}u(x)$, 得到变形光栅图像如图 2(b) 所示。

$$u(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 143 \\ [\sqrt{15}(x-144)/64]^2/3, & 144 \leq x \leq 207 \\ [15+7(x-208)/256]/3, & 208 \leq x \leq 335 \\ 0, & 336 \leq x \leq 511 \end{cases} \quad (17)$$

图 3 为基准光栅的频谱分布图, 图中可以明显地看到两频率 f_{1x} 和 f_{2x} 的分布。对双频光栅图像进行小波变换得到其对应的幅值和相位, 如图 4(a)、图 4(b) 分别为双频变形光栅图像的小波变换幅值图和相位图。图 4(b) 中用白线标记了通过检测各个位置处小波变换幅值的两个最大值得到的两频率对应的小波变换脊。

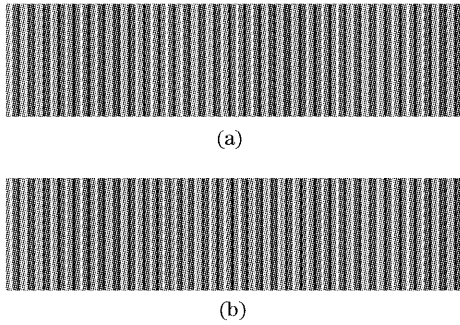


图 2 双频基准光栅(a)和变形光栅(b)图像
Fig. 2 Original (a) and deformed (b) bi-frequency grating pattern

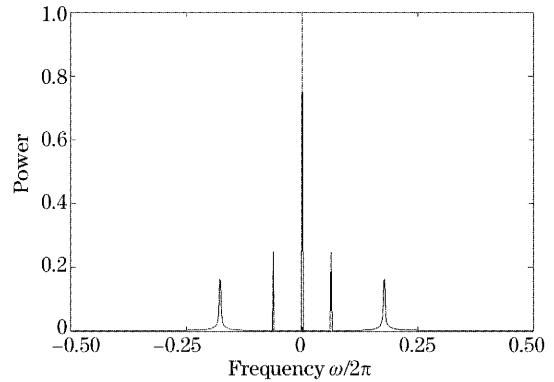


图 3 双频基准光栅频谱图
Fig. 3 Spectrum of original bi-frequency fringe

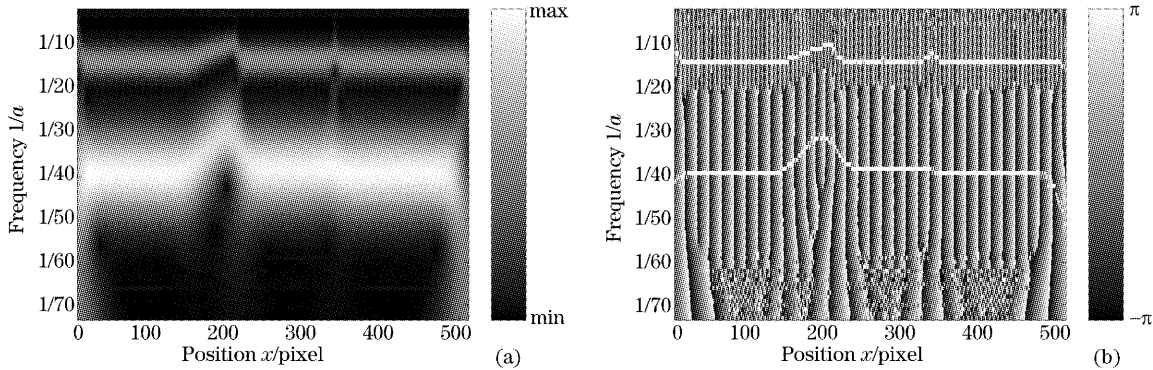


图 4 双频变形光栅图像小波变换幅值图(a)和相位图(b)

Fig. 4 Amplitude (a) and phase (b) of the wavelet transform components of deformed bi-frequency grating pattern

提取变形光栅以及基准光栅小波变换脊对应的相位值相减得到两频率对应的包裹相位。由于在基准光栅中加入的相位调制的梯度变化大于 π ，即可认为是非连续相位，因此运用连续相位解包算法将在间断点出现严重的错误。图 5(a)、图 5(b)分别显示了应用连续相位解包算法得到的相位分布，显而

易见，从相位间断点开始之后的相位分布均出现了严重的错误，与真实相位之间相差 2π 的整数倍。应用查表相位解包法展开相位得到两频率 f_{1x} 和 f_{2x} 对应的正确相位调制分布。由此可见，应用小波分析结合查表相位解包法对双频光栅条纹进行分析可以有效地解调出非连续物体的三维形貌。

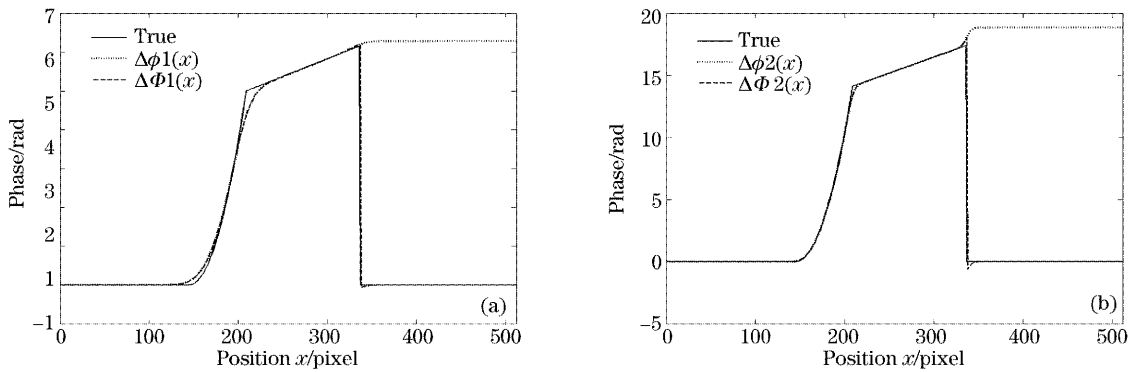


图 5 展开相位 $\Delta\Phi_1(x)$ (a)和展开相位 $\Delta\Phi_2(x)$ (b)

Fig. 5 Unwrapped phase $\Delta\Phi_1(x)$ (a) and unwrapped phase $\Delta\Phi_2(x)$ (b)

4 实 验

本文采用的是交叉光轴几何光学系统，实验所

使用的是一个功率为 400 W 的数字投影机。由计算机生成频率分别为 $f_{1x} = 1/20$ 和 $f_{2x} = 2\sqrt{2}f_{1x}$ 的双频电子基准光栅，传送到数字投影机中，并投影在

待测物体阶梯状石膏像的表面,由 CCD 摄像头进行采集得到如图 6 所示的变形光栅条纹图像,大小为 512 pixel×512 pixel,其中阴影以及边界部分进行了勾边处理。将采集得到的光栅图像送到计算机系统进行小波变换分析提取包裹相位,进而应用查表相位解包法进行去包处理。

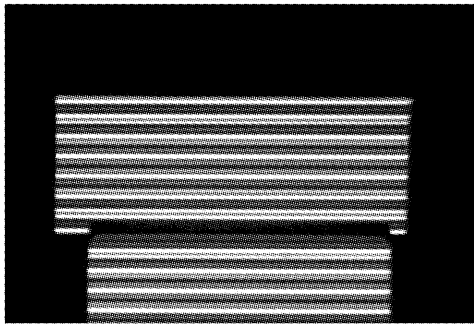


图 6 变形光栅图像

Fig. 6 Deformed grating pattern

对第 256 列基准光栅条纹进行傅里叶频谱分析得到两频率变为 $f'_{1x} \approx 0.0332$ 和 $f'_{2x} \approx 0.0937$,如图 7 所示,两频率之比为 $f'_{2x}/f'_{1x} \approx 2.8235$,与原双频电子光栅频率之比为 $f_{2x}/f_{1x} = 2\sqrt{2}$ 相差约

表 1 $T(n_1, n_2)$ 的值

Table 1 Value of $T(n_1, n_2)$

$T(n_1, n_2)$	n_2											
	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	
n_1 -2	-12.29	-9.429	6.572	-3.714	-0.857	2	4.8571	7.7143	10.571	13.429	16.286	
-1	-13.29	-10.43	-7.571	-4.714	-1.857	1	3.8571	6.7143	9.5714	12.429	15.286	
0	-14.29	-11.43	-8.71	-5.714	-2.857	0	2.8571	5.7143	8.5714	11.429	14.286	
1	-15.29	-12.43	-9.571	-6.714	-3.857	-1	1.8571	4.7143	7.5714	10.429	13.286	
2	-16.29	-13.43	-10.57	-7.714	-4.857	-2	0.8571	3.7143	6.5714	9.4286	12.286	

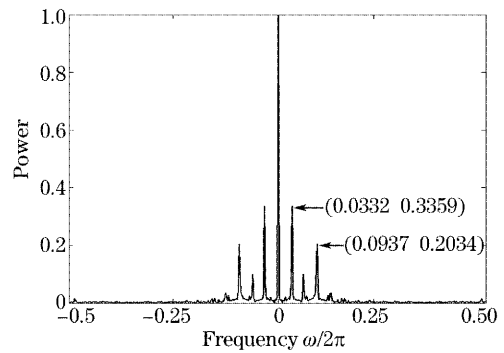


图 7 第 256 列双频变形光栅频谱图

Fig. 7 Spectrum of 256th column deformed grating pattern

1.7%。预先估计 n_1 和 n_2 取值范围为 $[-2, 2]$ 和 $[-5, 5]$,取 $\mu = f'_{2x}/f'_{1x} \approx 2.8235$,根据(16)式制作表格 $T(n_1, n_2)$,如表 1 所示。对光栅图像进行小波变换分析得到两同频率载频条纹对应的包裹相位 $\Delta\phi_1(x, y)$ 和 $\Delta\phi_2(x, y)$,应用表格 $T(n_1, n_2)$ 进行查表解包后得到如图 8(a)、图 8(b)所示的两频率对应的展开调制相位分布 $\Delta\Phi_1(x, y)$ 和 $\Delta\Phi_2(x, y)$,其中在台阶跳跃处表格取值 $T(2, 5)$ 。可见,该方法可以正确的解调出台阶的两平面各自的相位分布值。

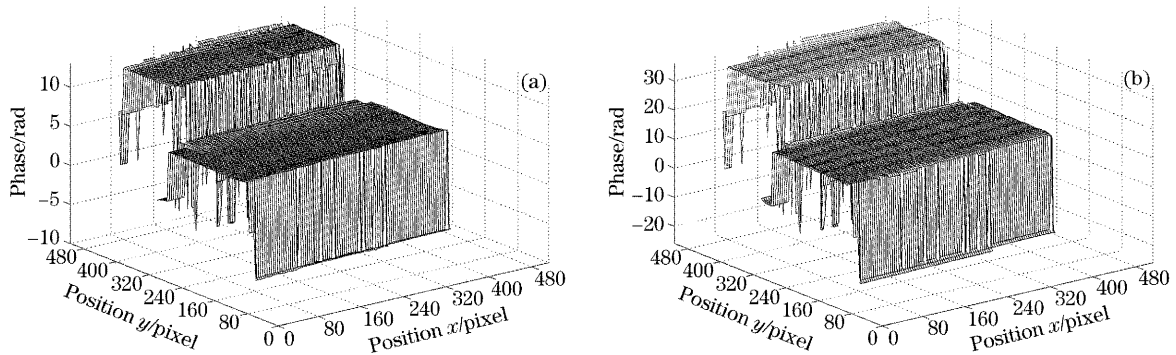


图 8 展开相位 $\Delta\Phi_1(x, y)$ (a) 和 $\Delta\Phi_2(x, y)$ (b)

Fig. 8 Unwrapped phase $\Delta\Phi_1(x, y)$ (a) and unwrapped phase $\Delta\Phi_2(x, y)$ (b)

5 结 论

本文提出双频光栅-小波变换-查表相位解包

法,通过计算机生成两频率之比为无理数的空间载频光栅条纹,结合小波变换轮廓术的相位解调原理,

在一幅变形双频光栅图像中分析得到两个频率所对应的包络相位分布,应用双频条纹查表法得到确定的相位分布。该方法可以用于由具有台阶、陡峭表面和噪声等复杂表面形成的非平稳光栅信号的分析,能够很好地解决傅里叶轮廓术、窗口傅里叶变换和伸缩窗口傅里叶变换轮廓术,以及连续相位解包法所存在的问题。而且,该方法只需要拍摄一幅变形光栅进行分析,可以较好地应用于非连续的动态物体的三维面形测量,具有广泛的应用前景。而对于台阶中阴影部分的处理还有待进一步的深入研究,以便使该方法在更为复杂的非连续物体面形测量中得到广泛的应用。

参 考 文 献

- 1 Mitsuo Takeda, Kazuhiro Mutoh. Fourier transform profilometry for the automatic measurement of 3-D object shapes[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(24): 3977~3982
- 2 Su Xianyu, Tan Songxin, Xiang Liqun *et al.*. Complex object shape measurement using FTP method[J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(9): 1228~1233 (in Chinese)
苏显渝,谭松新,向立群等. 基于傅里叶变换轮廓术方法的复杂物体三维面形测量[J]. *光学学报*, 1998, **18**(9): 1228~1233
- 3 Chen Wenjin, Su Xianyu, Tan Songxin. Discussion on phase errors caused by frequency leakage in FTP[J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(10): 1429~1434 (in Chinese)
陈文静,苏显渝,谭松新. 傅里叶变换轮廓术中频谱泄漏的讨论[J]. *光学学报*, 2000, **20**(10): 1429~1434
- 4 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Application of Gabor transform to 3-D shape analysis[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(8): 993~996 (in Chinese)
- 5 Weng Jiawen, Zhong Jingang. Application of dilating Gabor transform to 3-D shape analysis[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(6): 725~729 (in Chinese)
翁嘉文,钟金钢. 伸缩窗口傅里叶变换在三维形貌测量中的应用[J]. *光学学报*, 2004, **24**(6): 725~729
- 6 Jingang Zhong, Jiawen Weng. Dilating Gabor transform for the fringe analysis of 3-D shape measurement[J]. *Opt. Engng.*, 2004, **43**(4): 895~899
- 7 Jingang Zhong, Jin Zhao. Analysis of the three-dimensional shape measurement system with digital light projector[C]. *Proc SPIE*, 2002, **4778**: 95~104
- 8 Yang Ciyin, Shang Haibo, Jia Chenguang *et al.*. Adaptive unsharp masking method based on region segmentation[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, **11**(2): 188~192 (in Chinese)
杨词银,尚海波,贾晨光等. 基于区域分割的自适应反锐化掩模算法[J]. *光学精密工程*, 2004, **11**(2): 188~192
- 9 Tan Songxin, Su Xianyu. Utilization of cellular automata phase unwrapping method in 3-D sensing[J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(1): 112~116 (in Chinese)
谭松新,苏显渝. 细胞自动机相位展开算法用于三维传感[J]. *光学学报*, 1997, **17**(1): 112~116
- 10 Ma Min, Zhang Dongsheng. Least-square method for phase unwrapping[J]. *Optical Technique*, 2002, **28**(1): 94~96 (in Chinese)
马 民,张东升. 最小二乘相位解包络方法[J]. *光学技术*, 2002, **28**(1): 94~96
- 11 Jingang Zhong, Yonglin Zhang. Absolute phase-measurement technique base on number theory in multifrequency grating projection profilometry[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(4): 492~500
- 12 Zhong Jingang, Zhang Yongli, Li Fengli *et al.*. Phase indeterminacy in phase analysis methods for spatial carrier fringe pattern[J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(5): 609~614 (in Chinese)
钟金钢,张永林,李丰丽等. 空间载频条纹相位分析法中的相位不确定性[J]. *光学学报*, 2001, **21**(5): 609~614