

文章编号: 0253-2239(2005)04-542-5

多色高斯-谢尔模型光束通过球差透镜的光谱变化*

肖希^{1,2} 吕百达²

(¹ 宜宾学院光电信息研究所, 宜宾 644007
² 四川大学激光物理与化学研究所, 成都 610064)

摘要: 基于部分相干光的传输方程研究了多色高斯-谢尔模型光束通过球差透镜的光谱变化。结果表明,多色高斯-谢尔模型光束通过球差透镜后的轴上光谱与空间相关参量 β , 球差系数 C_4 , 源光谱谱宽 σ_0 , 位置 z 有关。着重分析了球差对轴上光谱的影响, 将所得的结果与无像差的理想情况作了比较。当无球差时, 轴上光谱仅有蓝移, 而有球差时, 轴上光谱存在蓝移或红移, 并会出现光谱分裂现象。在某些特定位置处, 轴上光谱分裂为等高双峰, 并有跃变出现。而且, 球差对光谱的影响随空间相关性增加而变得明显。当空间相关参量减小到某一值时, 光谱分裂消失。

关键词: 物理光学; 光谱移动和光谱分裂; 传输方程; 多色高斯-谢尔模型光束; 球差
中图分类号: O436 文献标识码: A

Spectral Changes in Polychromatic Gauss-Schell-Model Beams Passing Through a Spherically Aberrated Lens

Xiao Xi^{1,2} Lü Baida²

(¹ Institute of Optoelectronic Information, Yibin University, Yibin 644007
² Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064)

Abstract: Based on the propagation equation of partially coherent light, the spectral changes in polychromatic Gauss-Schell-model (GSM) beams propagating through a lens with spherical aberration are studied. It is shown that the on-axis spectrum of polychromatic GSM beams passing through the spherically aberrated lens depends on the spatial correlation parameter β , spherical aberration C_4 , band-width σ_0 of the source and position parameter z in general. The attention is focused on the effect of spherical aberration on the on-axis spectrum and the results are compared with those for the aberration-free case. It is shown that the on-axis spectrum is blue-shifted or red-shifted in the presence of the spherical aberration, whereas there is only the blue shift for the aberration-free case. Additionally, the spectral splitting can take place. The spectrum is split into two curves with equal height, and a rapid transition appears at critical positions. Moreover, the effect of spherical aberration becomes noticeable with increasing spatial correlation. The spectral splitting vanishes if the spatial correlation parameter is less than a certain value.

Key words: physical optics; spectral shift and spectral splitting; polychromatic Gauss-Schell-model beam; spherical aberration

1 引 言

在光谱分析中, 沿用的一个自然假设是光在自由空间中传输时光谱保持不变。直到 1986 年人们才认识到仅当光源的相干度满足定标律时, 才能保持这种不变性。否则, 会出现相关诱导的光谱变化, 即著名的沃尔夫效应^[1]。此外, 光阑衍射不仅会引起部分相干光, 而且也会引起完全相干光的光谱移

动, 在特定条件下还会出现光谱开关^[2~10]。然而, 迄今为止主要研究工作都集中于理想无像差光学系统和无像差光束。实际工作中像差却常存在, 并可能引起计算与实验结果间的偏差。本文以多色高斯-谢尔模型(GSM)光束作为部分相干光的典型例子, 对多色高斯-谢尔模型光束通过有球差透镜的光谱变化作了计算模拟, 与理想无像差情况作了比较,

* 四川省教育厅基金(2003A166)资助课题。

作者简介: 肖 希(1962~), 女, 重庆綦江人, 副教授, 主要从事激光光学科研和教学工作。E-mail: ybxiaoqi@eyou.com

收稿日期: 2004-02-29; 收到修改稿日期: 2004-07-02

并对典型计算结果作了分析讨论。

2 球差透镜聚焦场的光谱

设在 $z=0$ 处,交叉谱密度函数为

$$W^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0, \omega) = S^{(0)}(\omega) \exp\left[-\frac{\mathbf{r}'_1{}^2 + \mathbf{r}'_2{}^2}{w_0^2}\right] \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)^2}{2\sigma_\mu^2}\right] \quad (1)$$

的多色高斯-谢尔模型光束,通过 $z=0$ 处焦距 f 的球差透镜。(1)式中 ω 为圆频率, w_0 为束腰宽度, \mathbf{r}' 为横向位置矢量, $S^{(0)}(\omega)$ 和 σ_μ 分别为源光谱和空间相关长度。

由部分相干光的传输理论,得到多色高斯-谢尔模型光束通过透镜后出射场 z 面处的光谱为^[11,12]

$$S(\mathbf{r}, z, \omega) = W(\mathbf{r}, \mathbf{r}, z, \omega) = \left(\frac{k}{2\pi B}\right)^2 \iint W^{(0)}(\mathbf{r}'_1, \mathbf{r}'_2, 0, \omega) \exp[ikC_4(\mathbf{r}'_1{}^4 - \mathbf{r}'_2{}^4)] \times \exp\left\{-\frac{jk}{2B}[A(\mathbf{r}'_1{}^2 - \mathbf{r}'_2{}^2) - 2\mathbf{r} \cdot (\mathbf{r}'_1 - \mathbf{r}'_2)]\right\} d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2, \quad (2)$$

式中 \mathbf{r} 为 z 面上场点的横向位置矢量,(2)式中考虑了透镜的球差,用 $\exp[ikC_4(\mathbf{r}'_1{}^4 - \mathbf{r}'_2{}^4)]$ 表示, C_4 为球差系数, A, B 为透镜系统的变换矩阵元:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

把(1)式和(3)式代入(2)式,令 $\mathbf{r} = 0$,对(2)式积分,得到轴上点的光谱为

$$S(0, z, \omega) = \left(\frac{\omega}{cz}\right)^2 S^{(0)}(\omega) \times \iint_0^\infty \exp\left[i\frac{\omega}{c}C_4\mathbf{r}'_1{}^4 + Q_1\mathbf{r}'_1{}^2\right] \exp\left(-i\frac{\omega}{c}C_4\mathbf{r}'_2{}^4 + Q_2\mathbf{r}'_2{}^2\right) J_0\left[\frac{\mathbf{r}'_1\mathbf{r}'_2}{w_0^2}(\beta^2 - 1)\right] \mathbf{r}'_1\mathbf{r}'_2 d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2, \quad (4)$$

式中

$$Q_1 = -\frac{1 + \beta^2}{2w_0^2} - \frac{i\omega}{2cz}\left(1 - \frac{z}{f}\right), \quad (5)$$

$$Q_2 = -\frac{1 + \beta^2}{2w_0^2} + \frac{i\omega}{2cz}\left(1 - \frac{z}{f}\right), \quad (6)$$

$$J_0\left[\frac{\mathbf{r}'_1\mathbf{r}'_2}{w_0^2}(\beta^2 - 1)\right] = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp\left[\frac{\mathbf{r}'_1\mathbf{r}'_2}{w_0^2}(\beta^2 - 1)\cos(\theta_1 - \theta_2)\right] d\theta_1, \quad (7)$$

$$\beta = [1 + (\sigma_\mu/w_0)^{-2}]^{1/2} \quad (\text{空间相关参量}), \quad (8)$$

c 为真空中的光速, $J_0(0)$ 为零阶修正贝塞尔函数。

设源光谱 $S^{(0)}(\omega)$ 为谱宽 σ_0 的高斯线型

$$S^{(0)}(\omega) = \exp[-(\omega - \omega_0)^2 / (2\sigma_0^2)], \quad (9)$$

将(9)式代入(5)式得到轴上点的光谱为

$$S(0, z, \omega) = \left(\frac{\omega}{cz}\right)^2 \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_0^2}\right] \times \iint_0^\infty \exp\left[i\frac{\omega}{c}C_4\mathbf{r}'_1{}^4 + Q_1\mathbf{r}'_1{}^2\right] \exp\left(-i\frac{\omega}{c}C_4\mathbf{r}'_2{}^4 + Q_2\mathbf{r}'_2{}^2\right) J_0\left[\frac{\mathbf{r}'_1\mathbf{r}'_2}{w_0^2}(\beta^2 - 1)\right] \mathbf{r}'_1\mathbf{r}'_2 d\mathbf{r}'_1 d\mathbf{r}'_2. \quad (10)$$

(10)式表明,高斯-谢尔模型光束通过球差透镜在轴上的光谱与源光谱谱宽 σ_0 、光束空间相关参量 β 、球差系数 C_4 和场点位置 z 有关。

3 计算结果和分析

用(10)式对多色高斯-谢尔模型光束通过球差

透镜聚焦后焦点附近轴上点的光谱作了数值计算,详细研究了空间相关参量 β 和透镜球差对聚焦场光谱的影响。数值计算中的参量取为 $f = 50 \text{ mm}$, $w_0 = 1 \text{ mm}$, $\omega_0 = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$, $\sigma_0 = 0.6 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ 。

图1给出了无像差时聚焦场光谱的变化。图1(a)为 $\beta = 0.9$ 时场点 $z/f = 0.96$ 和 1 的归一化光谱图

$S(\omega) = S(0, z, \omega) / S_{\max}(0, z, \omega)$ 。图 1(b) 为相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 随场点位置 z/f 的变化图。相对光谱移动定义为 $\delta\omega/\omega_0 = (\omega_{\max} - \omega_0) / \omega_0$, ω_{\max} 为场点光谱最大值对应的频率。从图 1(a) 可以看出, 多色高斯-谢尔模型光束通过无像差透镜后相对于源光谱 $S^{(0)}(\omega)$, 轴上光谱发生了蓝移, $z/f=1, 0.96$ 时蓝移

量 $\delta\omega/\omega_0$ 分别为 0.074, 0.040。从图 1(b) 中可见, 轴上相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 与空间相关参量 β 和场点位置 z 有关, 在焦点处 ($z/f=1$) $\delta\omega/\omega_0$ 最大, 最大值为 $\delta\omega/\omega_0=0.074$ 。并且空间相关性影响相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$ 。随着空间相关参量 β 的增加 $\delta\omega/\omega_0$ 减小。

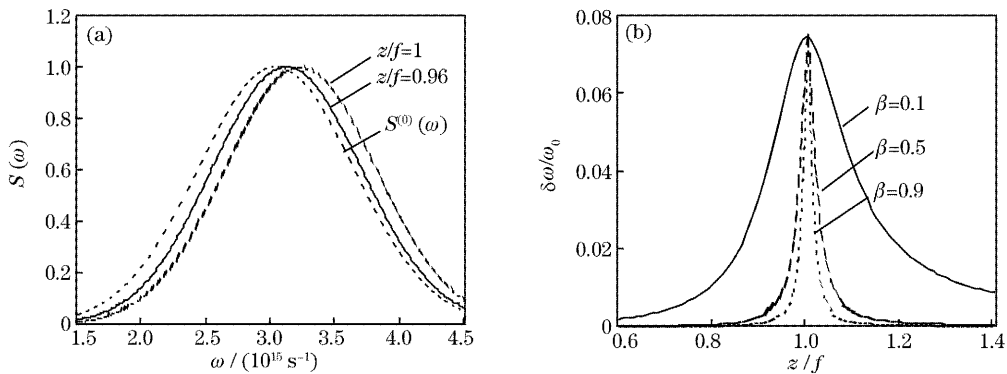


图 1 多色高斯-谢尔模型光束通过无球差透镜的(a)归一化光谱 $S(\omega)$ 和(b)相对光谱移动 $\delta\omega/\omega_0$

Fig. 1 (a) Normalized spectra $S(\omega)$ on-axis and (b) relative spectral shifts $\delta\omega/\omega_0$ of a polychromatic GSM beam passing through an aberration-free lens. The calculation parameters are seen in the text

图 2 给出了考虑透镜球差时聚焦点附近的归一化光谱 $S(\omega)$, 计算参量为 $\beta=0.9$ 和 $C_4=0.8 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$, 有关光谱参量总结于表 1。

[图 2(a)], 与图 1(a) 比较蓝移量减小。随着 z/f 减小, 光谱发生了分裂, 在 $z/f=0.96$ 出现了双峰, 与无球差时比较光谱移动有显著不同, 即由蓝移变为红移, $\delta\omega/\omega_0 = -0.181$ [图 2(b)]。在 $z/f=0.959$ [图 2(c)] 处, 双峰的高度相等, 称此处为临界位置。

由图 2 和表 1 知, 在 $z/f=1$ 即几何焦点处光谱为单峰, 光谱移动为蓝移, 蓝移量为 $\delta\omega/\omega_0 = 0.055$

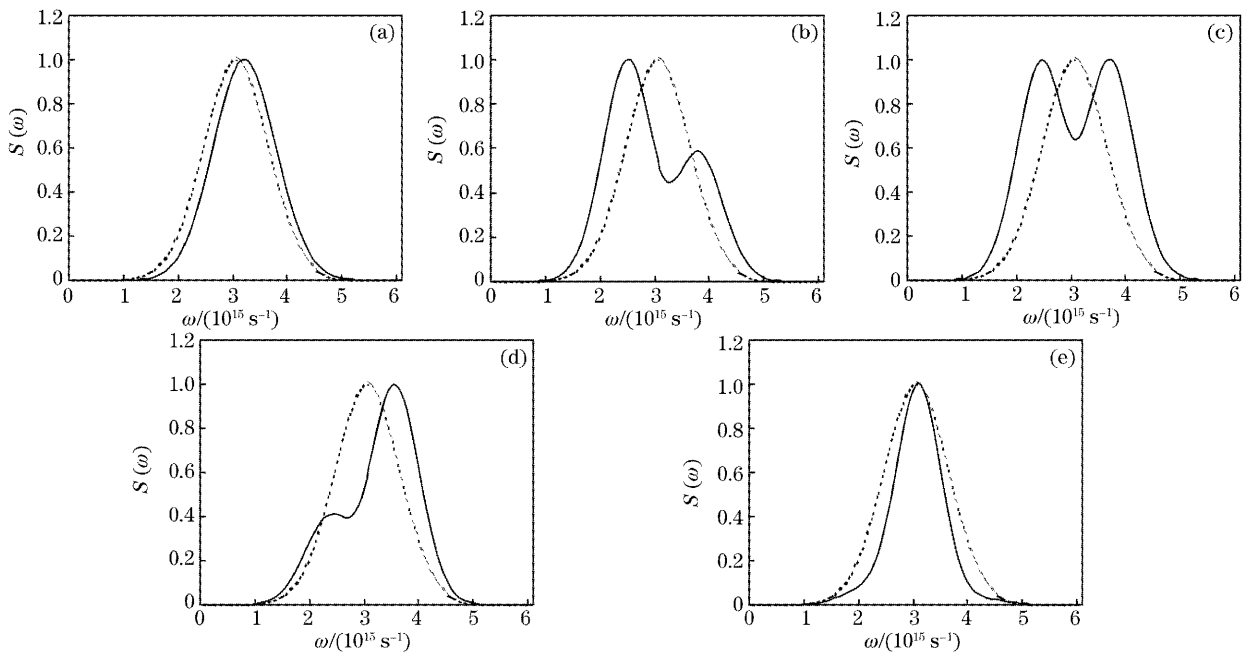


图 2 多色 GSM 光束通过球差透镜的归一化轴上光谱

(a) $z/f=1$, (b) $z/f=0.96$, (c) $z/f=0.959$, (d) $z/f=0.957$, (e) $z/f=0.950$,

Fig. 2 Normalized spectra of a polychromatic GSM beams on-axis passing through a spherically aberrated lens.

(a) $z/f=1$, (b) $z/f=0.96$, (c) $z/f=0.959$, (d) $z/f=0.957$, (e) $z/f=0.950$

若继续减小 z/f 的值, 原来的次峰变为主峰, 光谱移动变为蓝移[图 2(d)], 然后, 光谱在场点 $z/f=$

表 1 对应图 2 的光谱参量

Table 1 Spectral parameters corresponding to Fig. 2

z/f	1.000	0.960	0.959	0.957	0.950
$\omega_{\max}/(10^{15} \text{ s}^{-1})$	3.164	2.457	2.410, 3.664	3.517	3.053
$\delta\omega/\omega_0$	0.055	-0.181	-0.197, 0.221	0.172	0.018

图 3 给出了 $C_4=0.8 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$, $\beta=1, 0.9, 0.8$ 时, 在各自临界位置 $z/f=0.9593, 0.9590, 0.9585$ 处光谱分裂为等高双峰的光谱图。从图 3 可以看出, 相关参量 β 不同, 光谱双峰对应的频率和光谱凹陷也不同。随 β 增大, 谱宽加宽、光谱双峰对应的频率间隔增大, 光谱凹陷变深, 但光谱最小值 S_{\min} 始终不等于零。计算表明, 空间相关性影响光谱分裂, 特别是 S_{\min} 随 β 的减小而增大。当空间相关参量 $\beta < 0.75$ 时, 光谱分裂为等高双峰的现象消失, 光谱由双峰变为单峰。

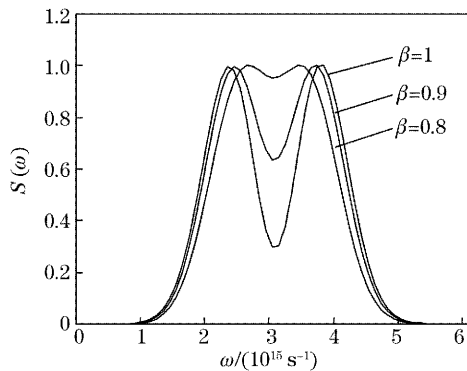


图 3 不同相关性时, 临界位置处光谱分裂为等高双峰的光谱
Fig. 3 Normalized spectra $S(\omega)$ with equal height double peak at the critical position for different values

图 4 给出了 $\beta=0.9$, $C_4=1 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$ 、 $0.8 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$ 和 $0.7 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$ 时, 在各自临

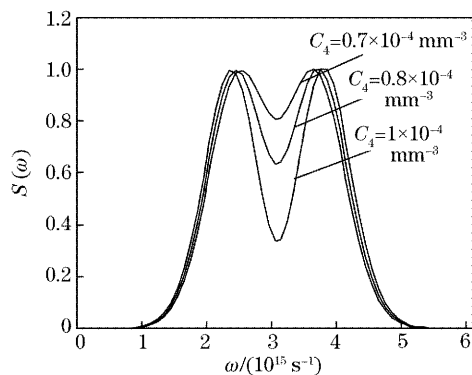


图 4 不同球差系数时, 在临界位置处的光谱
Fig. 4 Normalized spectra $S(\omega)$ at the critical position for different spherical aberration

0.95 又变为单峰, 蓝移减小[图 2(e)].

界位置 $z/f=0.9547, 0.9590$ 和 0.9614 处光谱分裂为等高双峰的光谱图。从图 4 可以看出, 球差系数不同, 光谱双峰对应的频率和光谱凹陷深度也不同。随 C_4 增大, 谱宽加宽、光谱双峰对应的频率间隔增大, 光谱凹陷变深, 但仍有 $S_{\min} \neq 0$ 。计算还表明, 当 $C_4 < 0.56 \times 10^{-4} \text{ mm}^{-3}$ 特别是 $C_4=0$ (无像差) 时, 光谱分裂现象消失, 光谱由双峰变为单峰。

4 小 结

本文从部分空间相干光的传输理论出发, 研究了多色高斯-谢尔模型光束通过球差透镜后的光谱变化, 球差对光谱的影响作了数值计算和物理分析。结果表明, 多色高斯-谢尔模型光束通过球差透镜后轴上光谱与光束空间相关参量 β , 球差系数 C_4 , 源光谱谱宽 σ_0 和场点位置 z 有关。重点研究了球差对轴上光谱的影响, 对无光阑情况, 多色部分空间相干光谱变化, 特别是光谱分裂本质上是由空间相关诱导产生的^[7]。对无球差透镜, 聚焦场轴上光谱只有光谱移动发生, 在焦点处移动为最大, 且均为蓝移。而对球差透镜, 球差使焦点附近轴上光谱相对无像差情况发生了移动, 光谱移动不仅有蓝移也有红移。此外还出现了光谱分裂, 在临界位置出现等高双峰并伴随光谱突变的发生。但是, 光谱变化与空间相关性有关。光场空间相关性越好, 透镜球差对光谱的影响越明显。当空间相关参量 β 减小到一定值 (例如图 3 中 $\beta < 0.75$ 时), 光谱分裂现象消失。最后, 值得说明的是, 除球差外, 透镜的色差对多色部分相干光光谱特性的影响也是很重要的。对此, 文献中已做了研究^[13,14]。

参 考 文 献

- 1 E. Wolf. Invariance of the spectrum of light on propagation[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1986, **56**(13): 1370~1372
- 2 Z. Dacic, E. Wolf. Changes in the spectrum of a partially coherent light beam propagating in free space[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1988, **5**(7): 1118~1126
- 3 J. T. Foley. The effect of an aperture on the spectrum of partially coherent light[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1991, **8**(7): 1099~1105

- 4 J. Pu, H. Zhang, S. Nemoto. Spectral shifts and spectral switches of partially coherent light passing through an aperture[J]. *Opt. Commun.*, 1999, **162**(4): 57~63
- 5 L. Pan, B. Lü. The spectral switch of partially coherent light in Young's experiment[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2001, **37**(11): 1377~1381
- 6 B. Lü, L. Pan. Spectral switching of Gaussian-Schell model beams passing through an aperture lens[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2002, **38**(4): 340~344
- 7 Lü Baida, Pan Liuzhan. Spectral anomalies and spectral switches of partially coherent and polychromatic light diffracted at an aperture[J]. *Science in China. Ser. G*, 2003, **33**(5): 454~463 (in Chinese)
吕百达, 潘留占. 被光阑衍射的多色部分空间相干光的光谱异变和光谱开关[J]. *中国科学*, 2003, **33**(5): 454~463
- 8 Pan Liuzhan, Lü Baida. Spectral shifts and spectral switches in young's experiment at the far zone[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 707~711 (in Chinese)
潘留占, 吕百达. 杨氏实验远场的光谱位移和光谱开关[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6): 707~711
- 9 Pan Liuzhan, Lü Baida. Anomalous spectral behaviour of diffracted chirped Gaussian pulses in the near field[J]. *Chin. Phys.*, 2004, **13**(5): 637~645
- 10 Zhao Guanpu, Lü Baida. Diffraction-induced spectral switches of spherically aberrated polychromatic Gaussian beams[J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **13**(9): 637~645 (in Chinese)
赵光普, 吕百达. 有球差多色高斯光束衍射引起的光谱开关[J]. *物理学报*, 2004, **13**(9): 637~645
- 11 J. Turunen, A. T. Friberg. Matrix representation of Gaussian-Schell model beams in optical systems[J]. *Opt. Laser Technol.*, 1986, **18**(5): 259~267
- 12 E. Wolf, J. R. Fienup. Changes in the spectrum of light arising on propagation through a linear time-invariant system[J]. *Opt. Commun.*, 1991, **82**(3~4): 209~212
- 13 J. Pu, S. Nemoto. Spectral shifts of partially coherent beams focused by a lens with chromatic aberration[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**(6): 1~5
- 14 L. Pan, B. Lü. Spectral changes of Gaussian Schell-model beams passing through a dispersive lens[J]. *Optik*, 2003, **114**(11): 485~491