

文章编号: 0253-2239(2005)04-520-5

# 椭圆高斯光束在自散焦介质中的诱导聚焦\*

李华刚<sup>1</sup> 郭 旗<sup>2\*\*</sup>

(<sup>1</sup> 广东教育学院物理系, 广州 510303  
<sup>2</sup> 华南师范大学传输光学实验室, 广州 510631)

**摘要:** 研究了在自散焦介质中诱导光束聚焦过程中椭圆高斯光束对光束聚焦的影响。通过数值计算讨论了在不同初始抽运光束振幅、初始光束间距和波长比情况下椭圆高斯光束对信号光束聚焦的影响。影响光束聚焦过程的方程参量和初始条件共有 6 个, 即两光束波长比(方程参量)、抽运光束和信号光束的初始振幅、两光束初始中心间距和两光束 X、Y 初始束宽比。采用此理论模型验证了 Hickmann 在 1992 年得出的实验结果, 数值计算结果表明理论结果能够和实验结果定量地吻合。

**关键词:** 非线性光学; 诱导光束聚焦; 非线性折射率; 交叉相位调制效应; 自散焦介质

中图分类号: TN243 文献标识码: A

## Induced Focusing of Gaussian Elliptic Beam in Self-Defocusing Media

Li Huagang<sup>1</sup> Guo Qi<sup>2</sup>

(<sup>1</sup> Department of Physics, Guangdong Institute of Education, Guangzhou 510303  
<sup>2</sup> Laboratory of Light Transmission Optics, South China Normal University, Guangzhou 510631)

**Abstract:** The effect of elliptic Gauss beam on the focusing of the signal beam under the other different parameters is discussed. There are six parameters, i. e. the wavelength ratio of the pump beam to the signal, the initial amplitudes of a pump beam and a signal beam, the initial separation between the beams centers, and the ratio of the initial beam width of the X and Y of the pump to that of the signal, which influence the induced focusing of the signal optical beam. The numerical simulations are in good agreement with the experimental results obtained by Hickmann in 1992.

**Key words:** nonlinear optics; induced focusing of optical beams; nonlinear refractive index; cross-phase modulation effect; self-defocusing medium

### 1 引 言

“诱导光束聚焦”(Induced focusing of optical beams)是强抽运光束通过交叉相位调制(XPM)效应诱导信号光束聚焦。当一强一弱的两束光束在自散焦介质中共同传输时,在一定的情况下强抽运光可引起弱信号光束聚焦。Agrawal 的开创性工作<sup>[1]</sup>引发了对自散焦介质中诱导光束聚焦现象的研究热潮,不仅在理论上对此现象及其物理背景进行了深入的研究<sup>[2~11]</sup>,而且在实验上观察到了自散焦介质中的诱导光束聚焦及其相关现象<sup>[12~14]</sup>。

本文对三维自散焦介质中椭圆高斯光束诱导信号光束聚焦的情况进行了数值模拟,研究了在不同初始光束间距、波长比等情况下,初始 X、Y 束宽比对信号光束聚焦过程的影响。

### 2 双光束同向传输方程及其归一化变换

在傍轴近似条件下,无耗、均匀、稳定的三维介质中两束连续波或准连续波光束同向共同传输须满足耦合非线性薛定谔方程组<sup>[1]</sup>:

\* 国家自然科学基金(10474023)、广东省自然科学基金面上项目(301516)和重点项目(04105804)资助课题。

作者简介:李华刚(1975~),男,广东教育学院物理系助教,主要从事非线性光传输方面的研究。

\*\* 通信联系人。E-mail: guoqi@scnu.edu.cn

收稿日期:2004-05-13;收到修改稿日期:2004-08-31

$$\begin{cases} \frac{\partial A_1}{\partial z} - \frac{i}{2k_1} \left( \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial y^2} \right) = \frac{ik_1 n_2}{n_{01}} (|A_1|^2 + 2|A_2|^2) A_1, \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} - \frac{i}{2k_2} \left( \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_2}{\partial y^2} \right) = \frac{ik_2 n_2}{n_{02}} (|A_2|^2 + 2|A_1|^2) A_2, \end{cases} \quad (1)$$

假定抽运光束和信号光束的初始输入均为高斯型:

$$\begin{cases} A_1(x, y, 0) = A_{01} \exp\left(-\frac{x^2}{2w_{1x}^2} - \frac{y^2}{2w_{1y}^2}\right), \\ A_2(x, y, 0) = A_{02} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2w_{2x}^2} - \frac{y^2}{2w_{2y}^2}\right], \end{cases} \quad (2)$$

其中  $A_{0j}$ ,  $w_{jx}$ ,  $w_{jy}$  分别为光束初始振幅、初始  $X$ 、 $Y$  方向  $1/e$  半束宽,  $j=1$  代表抽运光束,  $j=2$  代表信号光束,  $x_0$  为抽运光束和信号光束初始间距。通过以下归一化变换:

$$U_j = \frac{A_j k_1 w_{2x} |n_2|^{1/2}}{n_{01}^{1/2}}, \quad Z = \frac{z}{k_1 w_{2x}^2}, \quad X = \frac{x}{w_{2x}}, \quad Y = \frac{y}{w_{2y}}, \quad (3)$$

假设信号光束为圆高斯光束, 对耦合非线性薛定谔方程组(1)和初始条件(2)进行无量纲化, 分别得到

$$\begin{cases} \frac{2U_1}{\partial Z} - \frac{i}{2} \left[ \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right] = -i(|U_1|^2 + 2|U_2|^2)U_1, \\ \frac{2U_2}{\partial Z} - \frac{i}{2r} \left[ \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2} \right] = -ir(|U_2|^2 + 2|U_1|^2)U_2, \end{cases} \quad (4)$$

和

$$\begin{cases} U_1(X, Y, 0) = a_1 \exp\left(-\frac{X^2}{2R_{ux}} - \frac{Y^2}{2R_{uy}}\right), \\ U_2(X, Y, 0) = a_2 \exp\left[-\frac{(X-D)^2}{2} - \frac{Y^2}{2}\right], \end{cases} \quad (5)$$

其中  $r = \lambda_1/\lambda_2$  为抽运光束与信号光束的波长比,  $R_{ux} = w_{1x}/w_{2x}$ ,  $R_{uy} = w_{1y}/w_{2y}$  是抽运光束与信号光束的  $X$ 、 $Y$  方向初始束宽比, 同时也是归一化抽运光束的初始束宽(归一化信号光束初始束宽保持不变),  $a_1, a_2$  为归一化的初始振幅,  $D = x_0/w_{2x}$  为归一化初始光束间距。在(4)式中, 我们忽略了线性折射率的色散, 即认为  $n_{01} \approx n_{02}$ , 此假设当波长比在  $0.5 \leq r \leq 1.5$  的范围内时成立<sup>[10]</sup>。同时由于非线性折射率系数  $n_2 < 0$ (自散焦介质), (4)式右端取负号。根据自散焦介质中诱导聚焦的特点, 对方程(4)进行了优化<sup>[15]</sup>得

$$\begin{cases} \frac{\partial U_1}{\partial Z} - \frac{i}{2} \left( \frac{\partial^2 U_1}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_1}{\partial Y^2} \right) = -i|U_1|^2 U_1, \\ \frac{\partial U_2}{\partial Z} - \frac{i}{2r} \left( \frac{\partial^2 U_2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial Y^2} \right) = -2ir|U_1|^2 U_2, \end{cases} \quad (6)$$

本文采用熵光斑来描述光束传输过程<sup>[11]</sup>。

### 3 数值模拟与分析

数值求解非线性初值问题(5)式和(6)式采用的算法是分步傅里叶变换法。对于不同初始条件和方程参量的传输过程, 信号光束的会聚(压缩)程度不

同。我们用两个参量来描述信号光束的会聚程度, 其一是信号光束传输过程中光斑的最小值  $B_{\min}$ ; 其二是信号光束的聚焦距离  $L$ , 即从起点到光束会聚到光斑最小时的距离(由于变化比较小, 本文没有给出变化曲线)。由归一化方程(5)和(6)可见, 影响光束演化的方程参量和初始条件共 6 个, 即初始振幅  $a_1, a_2$ , 初始束宽比  $R_{ux}, R_{uy}$ , 初始光束中心间距  $D$  和波长  $r$ 。  $a_1, r$  和  $D$  对信号光束聚焦过程的影响在文献[15]已有详细讨论。本文讨论最后两个参量  $R_{ux}, R_{uy}$  对信号光束演化过程的影响( $a_2$  的影响可以忽略<sup>[11]</sup>)。

#### 3.1 $R_{ux}$ 对光束聚焦的影响

图 1(a)为信号光束束宽最小值  $B_{\min}$  以  $R_{ux}/D$  为自变量的函数关系曲线, 图 1(b)和图 1(c)分别为  $(B_{\min})_{\min}$  和  $(R_{ux}/D)_{\text{opt}}$  以  $D$  为自变量的曲线。图 1(a)中给出了不同参量  $D$  值的 4 条曲线。由曲线可见, 当抽运光束初始束宽远小于信号光束的时, 信号光束不会出现聚焦。当抽运光束初始束宽达到一定程度后(信号光束束宽相对不变), 信号光束开始出现会聚, 聚焦程度随  $R_{ux}$  的增加而增加。但聚焦程度并不是  $R_{ux}$  的单调函数, 到曲线达到最小值后, 聚焦程度随  $R_{ux}$  的继续增加反而变小, 直到最后出现发散

(右端直线部分), 即当  $R_{ux}/D \leq 0.23$  和  $R_{ux}/D \geq 0.75$  时(对于  $D=3$  的曲线), 信号光束的演化是发散的[高斯信号光束(5)式中的熵光斑大约是 8.54。从图 2(a)可见, 当  $R_{ux}/D \leq 0.23$  和  $R_{ux}/D \geq 0.75$  时, 信号光束熵光斑的最小值保持为 8.54, 即初始时的光束光斑最小, 这意味着信号光束的演化是发散的); 只有当  $0.23 \leq R_{ux}/D \leq 0.75$  时, 信号光束才会出现聚焦。  $R_{ux}/D$  从 0.23 增加到 0.75 的过程中, 信号光束光斑最小值先减小后增大(信号光束聚焦程度先增大后减小),  $R_{ux}/D$  存在一个最佳值  $(R_{ux}/D)_{opt}$ 。图 1(a)中曲线最小值点  $[(R_{ux}/D)_{opt} \approx 0.52, (B_{min})_{min}]$  为光束会聚的最强点, 在此处光束得到最大压缩(会聚)。对不同的  $D$ ,  $(B_{min})_{min}$  的大小不同, 但  $(R_{ux}/D)_{opt}$  几乎不变。为了得出  $(B_{min})_{min}$  和  $(R_{ux}/D)_{opt}$  随  $D$  的变化关系, 我们算出了  $(B_{min})_{min}$  和  $(R_{ux}/D)_{opt}$  与  $D$  的函数曲线分别如图 1(b)和图 1(c)所示。从图 1(b)可见,  $(B_{min})_{min}$  再次出现一个最小值, 此处  $[(R_{ux}/D)_{opt}, (B_{min})_{min}]$  为光束压缩最佳点  $[D=1.9, (R_{ux}/D)_{opt}=0.5]$ ; 图 1(c)显示  $(R_{ux}/D)_{opt}$  基本上不随  $D$  变化, 其值约为 0.4~0.6。

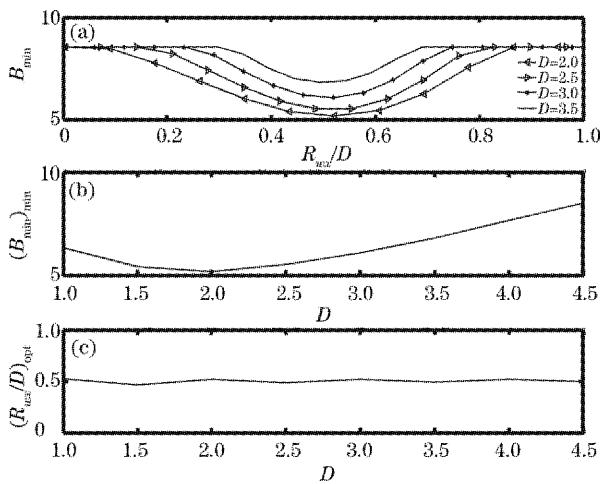


图 1 信号光束宽最小值  $B_{min}$  以  $R_{ux}/D$  为自变量(a), 以及  $(B_{min})_{min}$  (b)和  $(R_{ux}/D)_{opt}$  (c)以  $D$  为自变量的函数关系曲线。其他初始值分别为:  $a_1=5, a_2=0.05, r=1, R_{wy}=1$

Fig. 1 The minimum of the spot size of the probe beam  $B_{min}$  as the function of  $R_{ux}/D$  (a), and  $(B_{min})_{min}$  (b) and  $(R_{ux}/D)_{opt}$  (c) as the function of  $D$ . The other parameters are  $a_1=5, a_2=0.05, r=1, R_{wy}=1$

为了考察波长比  $r$  对  $B_{min} \sim R_{ux}$  曲线的影响, 我们以  $r$  为参量再次给出  $B_{min}$  和  $(R_{ux}/D)_{opt}$  与  $(B_{min})_{min}$ ,  $R_{ux}/D$  对  $r$  的函数关系如图 2 所示。图 2 与图 1 的情形类似。图 2(b)是图 2(a)中的  $(B_{min})_{min}$  与波长比

的函数关系, 而图 2(c)是图 2(a)中  $(R_{ux}/D)_{opt}$  与波长比  $r$  的函数关系。由图 2 可见, 其他参量不变时, 光束聚焦程度是单调函数,  $B_{min}$  和  $(B_{min})_{min}$  均随  $r$  单调减小。其物理机制也不难理解, 由方程组(6)中信号光束的归一化演化方程可见, 非线性交叉相位调制效应正比于  $r$ , 而光束衍射效应反比于  $r$ 。  $r$  增大, 使信号光束的交叉相位调制效应增大, 加剧光束的会聚, 并且同时减小的衍射效应也会增加光束的会聚。两个效应产生一致的结果, 使得光束会聚程度成为波长比的单调函数。为了增加光束的压缩,  $r$  在条件允许下越大越好。另一方面,  $(R_{ux}/D)_{opt}$  随  $r$  的变化范围很小, 约为 0.4~0.6。

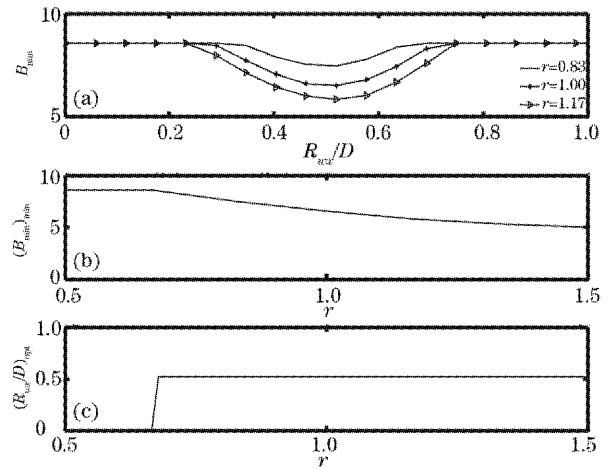


图 2 给定  $D=3$  时光束宽最小值  $B_{min}$  (a) 与  $R_{ux}/D$  的函数关系曲线以及  $(B_{min})_{min}$  (b) 和  $(R_{ux}/D)_{opt}$  (c) 以  $r$  为自变量的曲线。其他初始值分别为:  $a_1=5, a_2=0.05, D=3, R_{wy}=1$

Fig. 2  $B_{min}$  (a) as the function of  $R_{ux}/D$  while  $D$  keeps unchanged  $D=3$ .  $(B_{min})_{min}$  (b) and  $(R_{ux}/D)_{opt}$  (c) as the function of  $r$ . The other parameters are  $a_1=5, a_2=0.05, D=3, R_{wy}=1$

### 3.2 $R_{wy}$ 对光束聚焦的影响

考察波长比  $r$  对  $B_{min} \sim R_{wy}$  曲线的影响, 我们以  $r, D$  为参量给出  $B_{min}$  与  $R_{wy}$  的函数关系如图 3 所示。由图 3(a)可知, 当抽运光束  $Y$  方向初始束宽远小于信号光束时, 信号光束不会出现聚焦; 当抽运光束束宽达到一定程度后(信号光束束宽相对不变), 信号光束开始出现会聚, 聚焦程度随  $R_{wy}$  的增加而增加。此现象的物理背景由(6)式中抽运光束的归一化演化方程可知, 光束衍射效应与抽运光束的束宽有关, 束宽变大衍射效应减小, 使信号光束的交叉相位调制效应增大, 加剧光束的会聚。为了增加光束的压缩,  $R_{wy}$  在条件允许下越大越好。

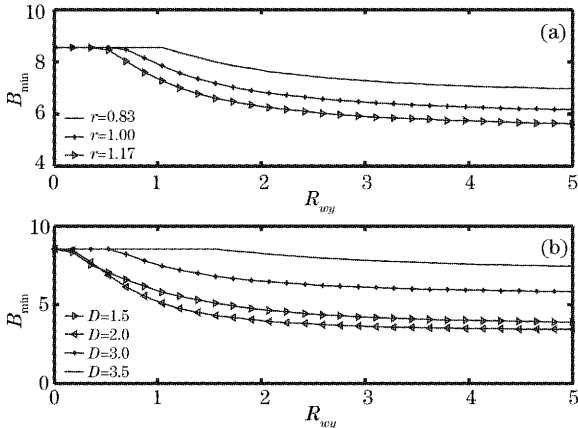


图3 信号光束光斑最小值  $B_{\min}$  随  $R_{wy}$  的变化曲线。 $r$  的取值见图, 其他初始值分别为: (a)  $a_1 = 5, a_2 = 0.05, D = 3, R_{wx} = 1$ , (b)  $a_1 = 5, a_2 = 0.05, r = 1, R_{wx} = 1$

Fig. 3 For different wavelength ratio  $r$ , the minimum of the spot size of the probe beam,  $B_{\min}$ , as the function of  $R_{wy}$ . The other parameters are (a)  $a_1 = 5, a_2 = 0.05, D = 3, R_{wx} = 1$ , (b)  $a_1 = 5, a_2 = 0.05, r = 1, R_{wx} = 1$

图3(b)是对于不同初始光束间距  $D$ , 信号光束光斑最小值  $B_{\min}$  随  $R_{wy}$  的变化曲线。由图3(b)可见, 曲线都是随着  $R_{wy}$  的增大  $B_{\min}$  减小, 光束压缩程度增大; 但光束压缩程度不是  $D$  的单调函数, 在图3(b)中  $D=2$  的曲线相比其他曲线压缩程度大<sup>[15]</sup>。

### 3.3 验证实验

1992年 Hickmann 利用此现象做出了光束压缩实验<sup>[13]</sup>。实验采用把 Nd:YAG 激光器射出的激光束分成一强一弱的两束光, 弱光束通过光纤拉曼散射效应得到了波长较长的光束 ( $\lambda = 544 \text{ nm}$ ) 作为信号光束, 强光束 ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ) 作为抽运光, 抽运光束的光强远远大于信号光束。强光束和弱光束的全束宽分别为  $90 \text{ nm}$  和  $120 \text{ nm}$ , 衍射长度约为  $5 \text{ cm}$  和  $8 \text{ cm}$ 。非线性介质采用  $5 \text{ cm}$  长的 CS 3-69, 非线性折射率约为  $n_2 \approx 10^{-14} \text{ cm}^2/\text{W}$ 。实验在抽运光束的峰值功率为  $112 \text{ kW}$ , 抽运光束和信号光束部分重叠时得到明显的信号光束压缩结果图。

文献[13]采用平面波导理论模型进行数值模拟, 只是给出了定性的模拟结果, 不能给出定量的结果比较图。本文使用三维模型模拟了此实验, 得到了定量的验证。模拟条件假定信号光束的光强远远小于抽运光束的光强为其  $1/1000$  和初始光束间距为  $95 \mu\text{m}$  (文献[13]中没有给出这两个条件的具体数据)。图4是抽运光束实验和数值模拟结果比较图(其中实线为抽运光束传输的实验结果, 带圆点的

标记线为数值模拟结果, 虚线是文献[13]中所做的一条小功率( $1 \text{ kW}$ )的实验结果曲线), 图5是信号光束的实验和模拟结果比较图(其中实线为与抽运光束一起传输的信号光束的试验结果, 虚线为无抽运光束一起传输的实验结果; 带三角标记线为理论模拟与抽运光束一起传输的结果, 带圆点标记线为理论模拟无抽运光束一起传输的结果)。从图4和图5可以看出理论结果与实验结果基本一致, 其中小峰的不一致可能是由于实验中抽运光和信号光束的波形并不是很好的高斯波形造成的。这时实验的  $R_{wx}/D \approx 0.47$ , 满足上面所得到的最佳压缩条件  $(R_{wx}/D)_{\text{opt}}$  为  $0.4 \sim 0.6$ , 验证了本文的结果。

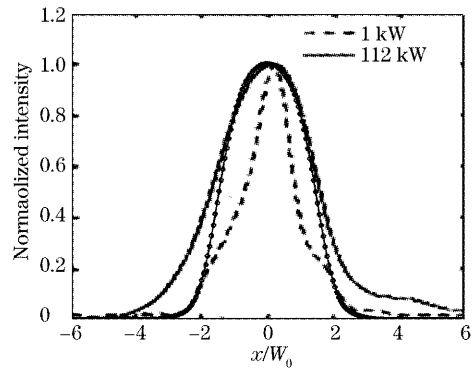


图4 抽运光束的数值模拟与实验的结果比较图

Fig. 4 The comparison of the experimental recorded evolution and the numerical simulation results of the pump beam after propagation the nonlinear medium

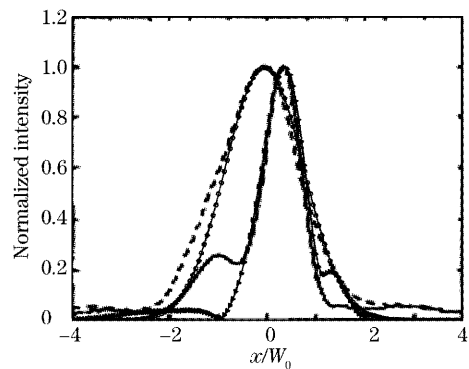


图5 信号光束数值模拟与实验的结果比较图

Fig. 5 The comparison of the experimental recorded evolution and the numerical simulation results of the probe beam after propagation the nonlinear medium

## 4 小 结

通过数值模拟, 讨论了在自散焦介质强抽运光束诱导弱信号光束聚焦的过程中, 初始束宽比  $R_{wx}, R_{wy}$  在不同初始光束间距和波长比的情况下对信号光束

聚焦的影响,得到了信号光束聚焦效果的最佳初始参量条件。并且通过模拟实验,验证了本文的结果。

当样品长度任意时,如果抽运光束初始振幅为 5,则  $R_{ux} \approx 1$  并且两光束的初始间隔  $D$  大约为 2 时,信号光束可得到最大压缩。随波长比  $r, R_{uy}$  的不同,最佳束宽比和间隔略有改变。如果仅从提高压缩比考虑, $r, R_{uy}$  在条件允许下越大越好。本文与文献[15]共同组成对影响自散焦介质中诱导光束聚焦过程的全部初始参量的完整详细研究,研究结果可用来指导利用此现象进行光束压缩实验的参量设计。

### 参 考 文 献

- 1 Agrawal G P. Induced focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(21): 2487~2490
- 2 Agrawal G P. Transverse modulation instability of copropagating optical beams in nonlinear Kerr media[J]. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1990, **7**(6): 1072~1078
- 3 Dinev S G, Dreischuh A A, Naidenov A M. Induced waveguiding in a medium with cubic nonlinearity[J]. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1991, **8**(10): 2128~2131
- 4 Pietrzyk M E. On the properties of two pulses propagating simultaneously in different dispersion regimes in a nonlinear planar waveguide[J]. *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, 1999, **1**(6): 685~696
- 5 Friedmann H, Wilson-Gordon A D. Induced self- and cross-focusing (defocusing) in self-defocusing (focusing) media interacting with a bichromatic field[J]. *Opt. Commun.*, 1995, **116**: 163~169
- 6 Bortman-Arbiv D, Wilson-Gordon A D, Fiedmann H. Induced optical spatial solitons[J]. *Phys. Rev. (A)*, 1998, **58**(5): R3403~R3406
- 7 Blagoeva A B, Dinev S G, Dreischuh A A *et al.*. Light bullets formation in a bulk media[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1991, **27**(8): 2060~2065
- 8 Dinev S G, Dreischuh A A, Kavaldjiev D *et al.*. Collimation and guiding of symbiotic light-beams pairs[J]. *J. Opt. Soc. Am. (B)*, 1992, **9**(3): 387~390
- 9 Barry Gross, Jamal T. Manassah. Effects of spatio-temporal coupling on pulse propagation in nonlinear defocusing medium[J]. *Opt. Commun.*, 1996, **126**: 269~284
- 10 Guo Qi, Tian Ye, Liu Chengyi. Optimum parameters for focusing of optical beams in self-defocusing nonlinear media[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(5): 1057~1062 (in Chinese)  
郭旗,田野,刘承宜. 自散焦介质中光束聚焦的最佳参数选择[J]. *物理学报*, 2002, **51**(5): 1057~1062
- 11 Li Huagang, Guo Qi. Focusing of optical beams by cross-phase modulation in three-dimensional self-defocusing nonlinear media[J]. *Chin. J. Lasers*, 2003, **30**(2): 123~128 (in Chinese)  
李华刚,郭旗. 三维自散焦介质中的交叉相位调制效应引发的光束聚焦[J]. *中国激光*, 2003, **30**(2): 123~128
- 12 Stentz A J, Kauranen M, Maki J J *et al.*. Induced focusing and spatial wave breaking from cross-phase modulation in a self-defocusing medium[J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(1): 19~21
- 13 Hickmann J M, Gomes A S L, Araujo C. Observation of spatical cross-phase modulation effects in a self-defocusing nonlinear medium[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(24): 3547~3550
- 14 Goutev N, Dreischuh A, Balushev S *et al.*. 2-D asymmetric induced phase modulation: spatial and spatio-temporal aspects[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **31**(12): 2114~2119
- 15 Li Huagang, Guo Qi. Optimum parameters for focusing of optical beams in three-dimensional self-defocusing nonlinear media[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(7): 937~940 (in Chinese)  
李华刚,郭旗. 三维自散焦介质中光束聚焦的最佳参量选择[J]. *光学学报*, 2004, **24**(7): 937~940