

文章编号: 0253-2239(2005)04-475-4

# 复振幅光瞳滤波器的三维超分辨性能研究\*

云茂金 刘立人 孙建锋 刘德安

(中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学实验室, 上海 201800)

**摘要:** 超分辨技术中现有的纯振幅型或纯相位型光瞳滤波器, 大部分只能实现轴向或横向超分辨而不能实现三维超分辨, 三维超分辨在三维成像系统中有着重要的作用。因此为提高成像系统中的三维分辨能力, 设计了一种复振幅光瞳滤波器, 并对其三维超分辨性能进行了研究。详细分析了该光瞳滤波器的第一区半径和透射率对施特雷尔比、轴向和横向超分辨因子以及旁瓣能量的影响。通过一系列的模拟证明, 借助于复振幅光瞳滤波器可以实现三维超分辨。该滤波器的优点是容易实现三维超分辨, 且有比较高的施特雷尔比, 缺点是三维超分辨的实现总是伴随着旁瓣能量的增加, 但可以采用共焦扫描成像系统来加以抑制。

**关键词:** 成像系统; 三维超分辨; 复振幅光瞳滤波器

中图分类号: O438 文献标识码: A

## Study on Three-Dimensional Superresolving Performances of Complex Amplitude Pupil Filters

Yun Maojin Liu Liren Sun Jianfeng Liu Dean

(Laboratory of Information Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract:** At present, in the superresolution technique most of pure amplitude or pure phase filters only can realize transverse or axial superresolution, but cannot achieve the three-dimensional superresolution which play an important role in the three-dimensional imaging systems. So in order to improve the three-dimensional resolving power of optical imaging system, a new set of complex amplitude pupil filter is designed, and its three-dimensional superresolving performances are studied. The effects of the radius and the transmittance of the first zone on the Strehl ratio, the transverse and axial gains, and the side lobes are analyzed in detail. With a series of simulation examples of such filter, it can be concluded that three-dimensional superresolution can be realized with the compleamplitude pupil filter. Advantage of such filter is easy to realize three-dimensional superresolution with high Strehl ratio. And disadvantage is that the influence of the side lobes is greater for some systems. But it can be suppressed by applying confocal scanning imaging systems.

**Key words:** three-dimensional superresolution; complex amplitude pupil filters

### 1 引 言

自 Toraldo di Francia<sup>[1]</sup> 提出超分辨概念之后, 人们提出了一系列的超分辨元件和方法。目前, 超分辨元件主要有两类: 振幅型<sup>[2~4]</sup> 和相位型<sup>[5~7]</sup>。两者各有优缺点, 相对于相位型超分辨元件, 振幅型元件的制作比较简单, 能量损耗比较大。而相位型超分辨元件的制作虽然比较困难, 但因其能获得比较高的施特雷尔比越来越受到人们的青睐。大部分

振幅型和相位型超分辨元件只能实现横向超分辨或轴向超分辨, 不能实现三维超分辨, 而三维超分辨在今后的三维成像中必将起着重要的作用<sup>[8~12]</sup>。

Martinez-Corral 等<sup>[8,11]</sup> 研究了二元环形光瞳的三维超分辨性能, Whiting 等<sup>[12]</sup> 借助于偏振光的叠加和偏振态的转换实现了三维超分辨, 但这两种方法得到的施特雷尔都较低。因此我们设计了复振幅光瞳滤波器<sup>[13,14]</sup>, 并对其三维超分辨性能作了详细的分析。

\* 国家自然科学基金(60177016)和国家科技部重大基础研究专项基金(2002CCA03500)资助课题。

作者简介: 云茂金(1974~), 男, 山东人, 中国科学院上海光学精密机械研究所博士, 主要从事晶体光学和信息光学方面的研究。E-mail: maojinyun@hotmail.com

收稿日期: 2004-06-18; 收到修改稿日期: 2004-08-31

### 2 超分辨的基本原理和超分辨性能参量

根据 Born 等<sup>[15]</sup>的理论,系统被强度均匀的单色光照明时,焦点附近的复振幅  $U$  的归一化分布可以表示为

$$U(v, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (1)$$

其中  $\rho$  为归一化的半径,  $P(\rho)$  是系统的光瞳函数,  $J_0(v\rho)$  为零阶贝塞尔函数。经典的衍射极限是在假设  $P(\rho) = 1$  的条件下得到的。 $v$  和  $u$  分别对应接收面上的横向坐标  $r$  和轴向坐标  $z$ , 且有(假设折射率  $n = 1$ ):

$$v = kr \sin \alpha, \quad (2)$$

$$u = 4kz \sin^2(\alpha/2), \quad (3)$$

其中  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\sin \alpha$  为系统的数值孔径。当  $u = 0$  时, 根据(1)式可以得到系统焦平面上的振幅分布为

$$U(v, 0) = 2 \int_0^1 P(\rho) J_0(v\rho) \rho d\rho, \quad (4)$$

因此系统焦平面上的振幅分布为光瞳函数  $P(\rho)$  的汉克尔变换。当  $v = 0$  时, 对应系统轴上的振幅分布为

$$U(0, u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) \rho d\rho, \quad (5)$$

假设该系统的光瞳函数  $P(\rho)$  是圆对称的, 且有  $t = \rho^2$ , (5) 式变为

$$U(0, u) = 2 \int_0^1 Q(t) \exp\left(-\frac{i u t}{2}\right) dt, \quad (6)$$

因此系统轴向振幅分布由光瞳函数  $Q(t)$  的傅里叶变换所决定。

根据 Juan 等<sup>[16]</sup>的理论, 当  $P(\rho) = t \exp(i\phi)$  时, 在二阶近似条件下, 其焦平面上的强度分布可以表示为

$$I(v, 0) = |I_0|^2 - \frac{1}{2} \operatorname{Re}(I_0 I_1^*) v^2, \quad (7)$$

$$I(0, u) = |I_0|^2 - \operatorname{Im}(I_0^* I_1) u - \frac{1}{4} [\operatorname{Re}(I_2^* I_0 - |I_1|^2)] u^2, \quad (8)$$

其中 
$$I_n = 2 \int_0^1 P(\rho) \rho^{2n+1} d\rho, \quad (9)$$

根据(7)式、(8)式, 可以得出轴向离焦量、施特雷尔比(有光瞳滤波器和没有光瞳滤波器时焦点强度之比)、横向和轴向超分辨因子(没有光瞳滤波器和有光瞳滤波器时强度点扩散函数宽度的平方根之比)可以分别表示为

$$U_F = -2 \frac{\operatorname{Im}(I_0^* I_1)}{\operatorname{Re}(I_2^* I_0) - |I_1|^2}, \quad (10)$$

$$S = |I_0|^2 - U_F \operatorname{Im}(I_0^* I_1), \quad (11)$$

$$G_T = 2 \frac{\operatorname{Re}(I_0 I_1^*) - U_F \operatorname{Im}(I_0^* I_2)}{S}, \quad (12)$$

$$G_A = 12 \frac{\operatorname{Re}(I_0 I_2^*) - |I_1|^2}{S}. \quad (13)$$

### 3 复振幅光瞳滤波器的三维超分辨性能分析

复振幅光瞳滤波器的结构如图 1 所示, 各区的半径分别为  $a, b$  和 1, 对应的透射率为  $t, 1$  和 1, 相位为  $0.6\pi, 0$  和  $0.6\pi$ , 且有  $a < b < 1, a^2 + b^2 = 1$ 。其光瞳函数可以表示为

$$P(\rho) = T(\rho) \exp[i\varphi(\rho)] = \begin{cases} t \exp(0.6\pi i), & 0 \leq \rho \leq a \\ 1 & a < \rho \leq b \\ \exp(0.6\pi i), & b < \rho \leq 1 \end{cases}, \quad (14)$$

把(14)式代入(9)式可得

$$I_0 = b^2 - a^2 + \exp(i\phi)(ta^2 - b^2 + 1) = a_0 + ib_0, \quad (15)$$

$$I_1 = \frac{1}{2} [b^4 - a^4 + \exp(i\phi)(ta^4 - b^4 + 1)] = a_1 + ib_1, \quad (16)$$

$$I_2 = \frac{1}{3} [b^6 - a^6 + \exp(i\phi)(ta^6 - b^6 + 1)] = a_2 + ib_2, \quad (17)$$

其中  $\phi = 0.6\pi$ , 根据上面推导出的施特雷尔比和超分辨因子的表达式可以得出

$$U_F = \frac{a_1 b_0 - a_0 b_1}{(a_2 a_0 + b_2 b_0)/3 - (a_1^2 + b_1^2)/4}, \quad (18)$$

$$S = a_0^2 + b_0^2 - \frac{1}{2} U_F (a_0 b_1 - a_1 b_0), \quad (19)$$

$$G_T = 2 \frac{(a_1 a_0 + b_1 b_0)/2 - U_F (a_2 b_0 - a_0 b_2)/3}{S} \quad (20)$$

$$G_A = 12 \frac{(a_2 a_0 + b_2 b_0)/3 - U_F (a_1^2 + b_1^2)/4}{S}, \quad (21)$$

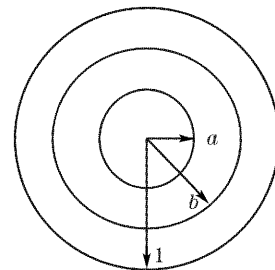


图 1 三区复振幅光瞳滤波器的结构示意图

Fig. 1 Structure of the three-zone complex amplitude filter

由以上式子可以看出,施特雷尔比和超分辨因子主要取决于两个参量  $t$  和  $a$ 。因此可以给定  $a$ , 通过调节  $t$  实现三维超分辨; 也可以给定  $t$ , 通过调节  $a$  达到三维超分辨的目的。

图 1 给出的复振幅光瞳滤波器有  $a < b < 1$ , 且  $a^2 + b^2 = 1$ , 因此可以得出  $a \leq \sqrt{2}/2$ 。假设  $a = 0.6$ , 根据(18)式~(21)式可以得出横向超分辨因子和轴向超分辨因子与透射率的关系如图 2(a) 所示: 图中实线对应横向超分辨因子  $G_T$ , 虚线对应轴向超分

辨因子  $G_A$ 。可以看出随着透射率的增加  $G_T$  减小,  $G_A$  增加; 并且当  $t < 1$  时可以实现横向超分辨, 当  $0.5 < t < 1$  时实现轴向超分辨, 因此为获得三维超分辨必须满足  $0.5 < t < 1$ 。图 2(b) 给出了施特雷尔比随透射率的变化情况, 可以看出施特雷尔比随透射率的增加是先减小后增大。把光瞳函数的表达式(14)式代入(4)式、(5)式可以得出焦点附近, 焦面和轴向的强度分别为

$$U(v, 0) = \frac{2}{v} \{ \exp(0.6\pi i) J_1(v) + a [t \exp(0.6\pi i) - 1] J_1(av) + b [1 - \exp(0.6\pi i)] J_1(bv) \}, \quad (22)$$

$$U(0, u) = i \frac{2}{u} \left\{ t \exp(0.6\pi i) \left[ \exp\left(-\frac{i u \rho^2}{2}\right) - 1 \right] + \exp\left(-\frac{i u b^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{i u a^2}{2}\right) + \exp(0.6\pi i) \left[ \exp\left(-\frac{i u}{2}\right) - \exp\left(-\frac{i u b^2}{2}\right) \right] \right\}, \quad (23)$$

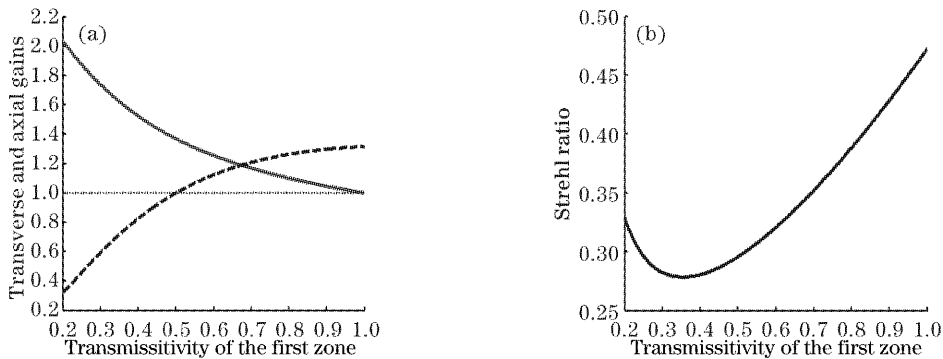


图 2 横向超分辨因子[(a)实线]、轴向超分辨因子[(a)虚线]以及施特雷尔比(b)与透射率之间的关系

Fig. 2 Relations between the transverse gain [(a) solid curve], the axial gain [(a) dashed curve], the Strehl ratio (b) and the transmittance of the first zone

根据(22)式、(23)式可以得出  $t$  取不同值时, 横向和轴向的强度分布如图 3(a) (其中小坐标为对应的局部放大图) 和图 3(b) 所示; 其中实线对应标准艾里斑衍射, 虚线对应  $t=0.55$ , 点线对应  $t=0.65$ , 点划线对应  $t=0.75$  (横坐标  $v, u$  均为归一化单位)。表 1 不仅给出

了不同情况下超分辨性能的参量施特雷尔比  $S$ , 横向超分辨因子  $G_T$  和轴向超分辨因子  $G_A$ , 还给出了另外一个参量: 旁瓣强度的最大值与中心能量之比所确定的旁瓣强度的影响参量  $M$ , 包括横向旁瓣影响因子  $M_T$  和轴向旁瓣影响因子  $M_A$ 。

表 1 对应不同复振幅光瞳滤波器的超分辨性能参量

Table 1 Superresolution parameters correspond to different complex amplitude filter

Different complex amplitude filter		$S$	$G_T$	$G_A$	$M_T$	$M_A$
$a=0.60$	$t=0.55$	0.307	1.309	1.066	0.036	0.646
	$t=0.65$	0.336	1.209	1.169	0.031	0.638
	$t=0.75$	0.369	1.132	1.237	0.028	0.630

由表 1 可以看出: 给定半径  $a$ , 当  $t > 0.5$  可以实现三维超分辨, 并且系统的施特雷尔比和轴向超分辨因子随着透射率的增加而增加, 但横向超分辨因子和旁瓣影响因子随透射率的增加而减小。另外, 与艾里斑衍射时  $M=0.175$  相比, 表中的横向旁瓣

影响因子  $M_T$  比较理想, 但轴向旁瓣影响因子  $M_A$  太大。根据 Sheppard 等<sup>[17]</sup> 提出的抑制旁瓣能量的办法, 可以借助于共焦成像系统来减小轴向旁瓣的能量。与 Martinez-Corral 等提出的获得三维超分辨的办法相比, 利用复振幅光瞳滤波器可以得到比

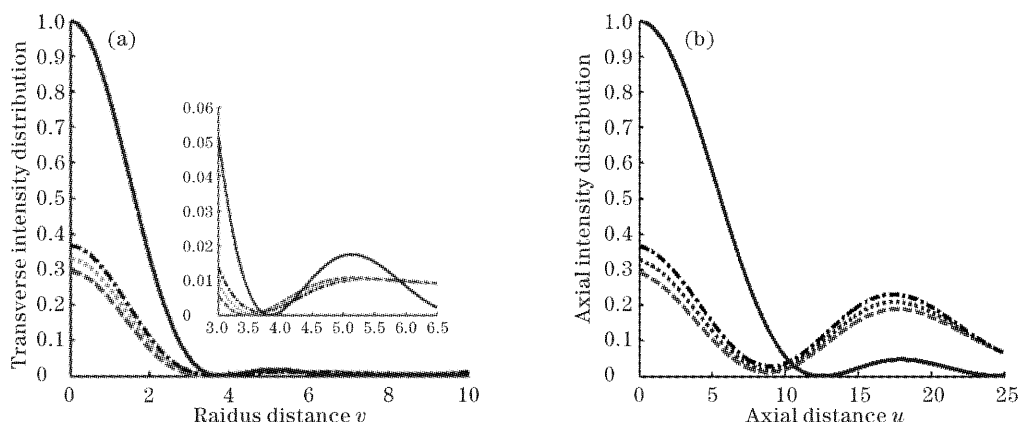


图3  $a=0.60$  时,  $t$  取不同值时所对应的横向和轴向强度分布情况, 其中实线对应不加瞳滤波器, 虚线对应  $t=0.55$ , 点线对应  $t=0.65$ , 点划线对应  $t=0.75$

Fig. 3 For a given value  $a=0.60$ , the transverse (a) and axial (b) intensity distribution for the complex filter with  $t=0.55$  (dashed curve),  $t=0.65$  (dotted curve),  $t=0.75$  (dashed-dotted curve) compared with clear pupil (solid curve)

较高的施特雷尔比。

根据上面的方法同样可以分析该光瞳滤波器在给定  $t$ , 通过调节  $a$  达到三维超分辨的整个过程。

## 4 结 论

本文从理论上证明了复振幅光瞳滤波器可以实现三维超分辨, 与其它三维超分辨元件和方法相比, 利用复振幅光瞳滤波器可以得到较高的施特雷尔比和较小的横向旁瓣能量, 缺点是轴向旁瓣能量太大, 但可以利用共焦系统来加以抑制。

## 参 考 文 献

- 1 Toraldo di Francia G. Super-gain antennas and optical resolving power[J]. *Nuovo Cimento Suppl.*, 1952, **9**(3): 426~435
- 2 G. Boyer. New class of axially apodizing filters for confocal scanning microscopy[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(3): 584~589
- 3 M. Gu, T. Tannous, J. R. Sheppard. Effect of an annular pupil on confocal imaging through highly scattering media[J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(5): 312~314
- 4 Yun Maojin, Liu Liren, Sun Jianfeng *et al.*. Superresolution with radial birefringent filters[J]. *Acta Optic Sinica*, 2005, **25**(1): 131~135 (in Chinese)  
云茂金, 刘立人, 孙剑锋等. 径向双折射滤波器的超分辨性能研究[J]. *光学学报*, 2005, **25**(1): 131~135
- 5 D M de Juana, J E Oti, V F Canales *et al.*. Transverse or axial superresolution in a  $4\pi$ -confocal microscope by phase only filters[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2003, **20**(11): 2172~2178
- 6 T. R. M. Sales, G. M. Morris. Diffractive superresolution elements[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1997, **14**(7): 1637~1646
- 7 Haitao Liu, Yingbai Yan, Qiaofeng Tan *et al.*. Theories for the design of diffractive superresolution elements and limits of optical superresolution[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 2002, **19**(11): 2185~2193
- 8 M. Martinez-Corral, P. Andres, C. J. Zapata-Rodriguez *et al.*. Improvement of three-dimensional resolution in confocal scanning microscopy by combination of two pupil filters [J]. *Optik (Stuttgart)*, 1998, **107**(4): 145~148
- 9 Haitao Liu, Yingbai Yan, Deer Yi *et al.*. Design of three-dimensional superresolution filters and limits of axial optical superresolution[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(8): 1463~1476
- 10 Deng Xiaoqiang, Wang Guiying, Xu Zhizhan. 3-D superresolution pupil filter[J]. *Chin. J. Lasers*, 2001, **A28**(5): 459~462 (in Chinese)  
邓小强, 王桂英, 徐至展. 三维超分辨光瞳滤波器. *中国激光*, 2001, **A28**(5): 459~462
- 11 M. M. de Juana, V. F. Canales, P. J. Valle *et al.*. Focusing property of annular binary phase filters[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **229**(1): 71~77
- 12 A. I. Whiting, A. F. Abouraddy, B. E. A. Saleh *et al.*. Polarization-assisted transverse and axial optical superresolution [J]. *Opt. Exp.*, 2003, **11**(15): 1714~1723
- 13 Haifeng Wang, Fuxi Gan. High focal depth with a pure-phase apodizer[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(31): 5658~5662
- 14 Xiao Fanrong, Yuan Jinghe, Wang Guiying *et al.*. Three-zone complex pupil filter[J]. *Acta Optic Sinica*, 2004, **24**(1): 1~4 (in Chinese)  
肖繁荣, 袁景河, 王桂英等. 三区复振幅光瞳滤波器[J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 1~4
- 15 M. Born, E. Wolf. *Principles of Optics* [M]. Cambridge University Press, UK, 7th edition, 1999. 484~492
- 16 D. M. de Juan, J. E. Oti, V. F. Wolf *et al.*. Design of superresolving continuous phase filters[J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(8): 607~609
- 17 Min Gu, C. J. R. Sheppard. Confocal fluorescent microscopy with a finite sized circular detector[J]. *J. Opt. Soc. Am. (A)*, 1992, **9**(1): 151~155